تم تحميل الملف
من موقع بداية

موقع بداية التعليمي كل مايحتاجه **الطالب والمعلم**
من ملفات تعليمية، حلول الكتب، توزيع المنهج،
بوربوينت، اختبارات، ملخصات، اختبارات إلكترونية،
أوراق عمل، والكثير.....

حمل التطبيق

GET IN ON Google Play

Download on the App Store

الفصل (2) العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

التهيئة للفصل الثاني:

اختبار سريع:

بسط كل مما يأتي مفترضاً أن أياً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

(1) $a^{4+3+5} = a^{12}$

(2) $8x^{3}y^{9}z^{9}$

(3) $\dfrac{-3x^{6}}{2y^{3}z^{5}}$

(4) $\dfrac{4r^{4}}{81n^{4}t^{2}}$

---

(5) **كثافة:** $\dfrac{7.5\times10^{3}}{1.5\times10^{3}} = 5\ g/cm^{3}$

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي:

(6) $f(x) = 2x + 5$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

(7) $f(x) = x - 3$

$$f^{-1}(x) = x + 3$$

$$f(x) = -4x \quad (8)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-1}{4}x$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x - 3 \quad (9)$$

$$f^{-1}(x) = 3x + 12$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2} \quad (10)$$

$$f^{-1}(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 4 \quad (11)$$

$$f^{-1}(x) = 3x - 12$$

حدد ما إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى أم لا. وضح:

(12) نعم،

لأن: $[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$

(13) لا،

لأن: $[f \circ g](x) = 4x - 5$ بينما $[g \circ f](x) = x$

(14) طعام:

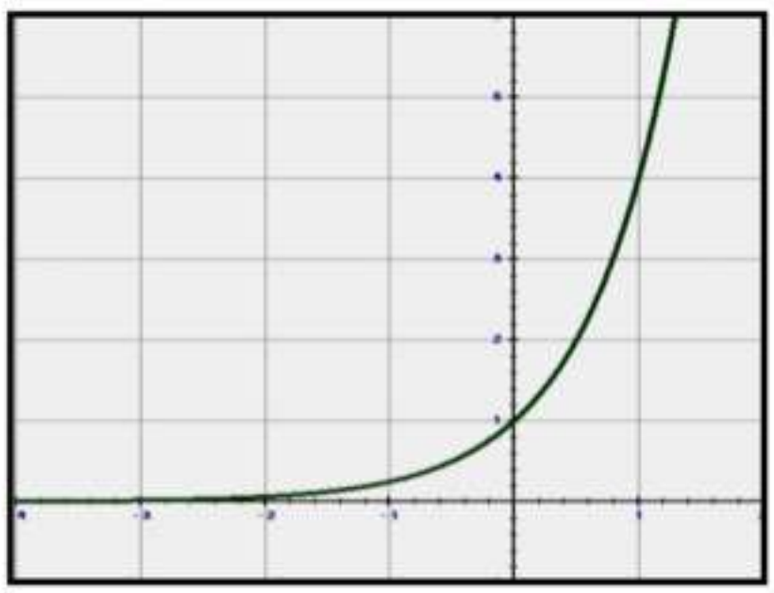
$f^{-1}(x) = 2x - 8$ وهي تعطي عدد الإضافات التي يحصل عليها شخص دفع x ريالاً.

(2-1) تمثيل الدوال الأسية بيانياً

■ **تحقق من فهمك:**

(1A) مثل الدالة $y = 4^x$ بيانياً، وحدد مجالها ومداها.

x	7^x	y
–2	7^{-2}	0.02
–1	7^{-1}	0.14
0	7^0	1
1	7^1	7
2	7^2	49



التمثيل البياني للدالة يقطع المحور y عند $y = 1$

المجال: R

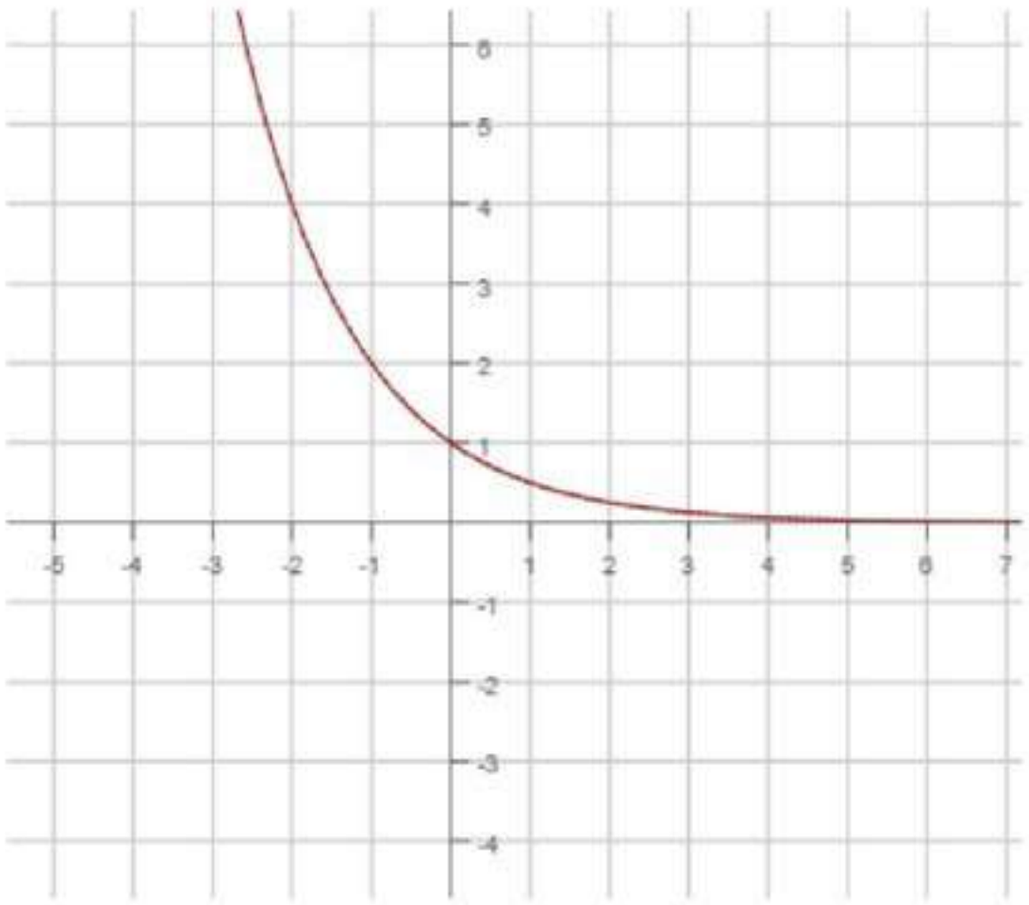
المدي: $\{y \mid y > 0\}$

(1B) 2.6

■ **تحقق من فهمك:**

(2)

(A $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



x	y
−2	4
−1	2
0	1
1	0.5
2	0.75

التمثيل البياني للدالة يقطع المحور y **عند** $y = 1$

المجال: $(-\infty, \infty), \{x \mid x \in \square\}$

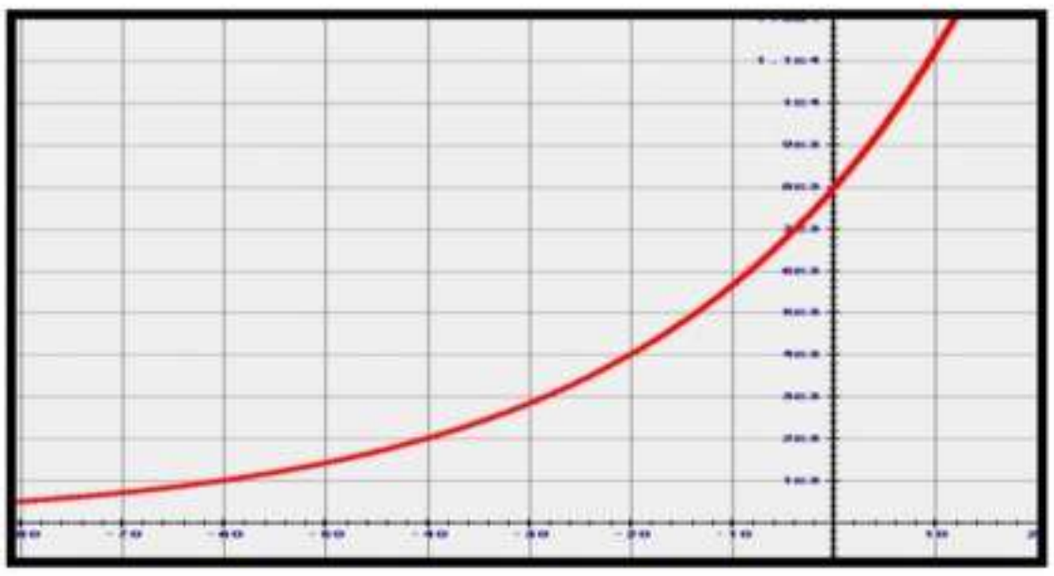
المدي: $(0, \infty), \{y \mid y > 0\}$

(2B 5.7

■ **تحقق من فهمك:**

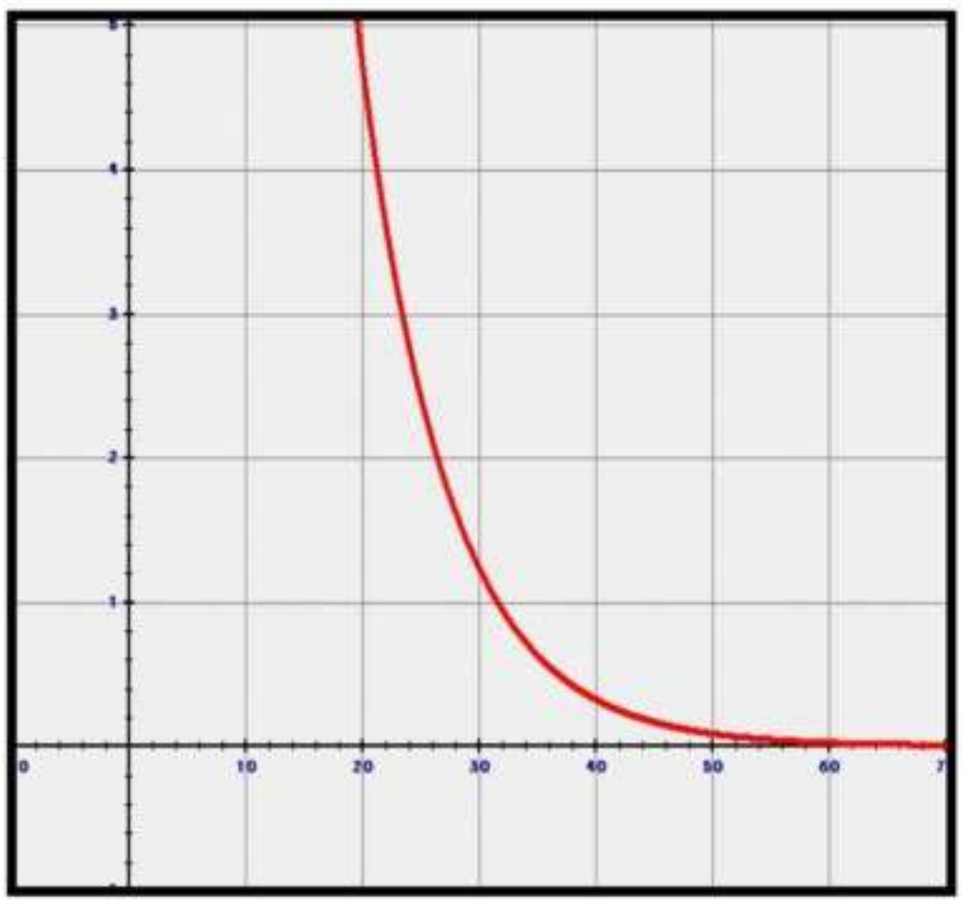
(3) ثقافة مالية:

$y = 80000(1.085)^t$



■ **تحقق من فهمك:**

(4)



المعادلة الأسية التي تمثل كمية الكافيين المتبقية

$$y = a(1-r)^t$$

$$= 68(1-0.125)^t$$

$$= 68(0.875)^t$$

كمية الكافيين بعد ساعتين:

$$= 68(0.875)^2 \approx 52.06\,mg$$

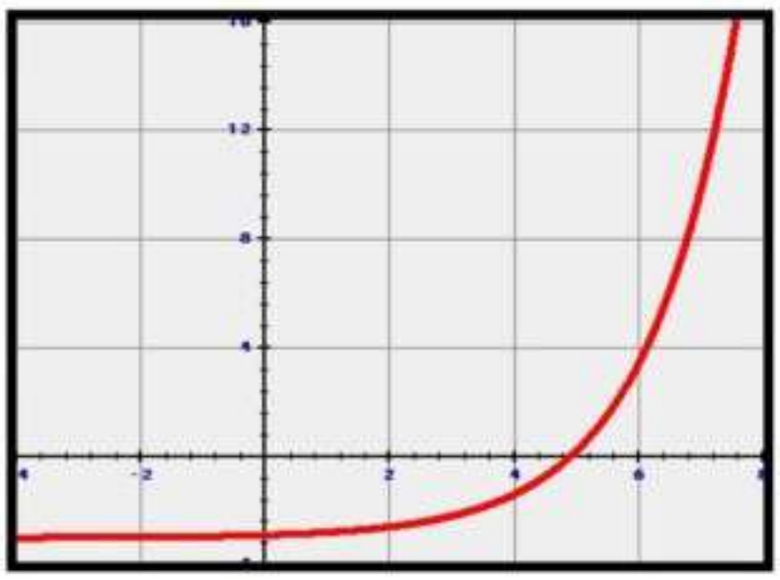
■ **تحقق من فهمك:**

$$y = 2^{x+3} - 5 \quad (5A)$$

التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 2^x$
بإزاحة 3 وحدات لليسار و5 وحدات لأسفل.

المجال: R ← **المدي:** $\{y \mid y > -5\}$ →

$$y = 0.1(6)^x - 3 \quad (5B)$$

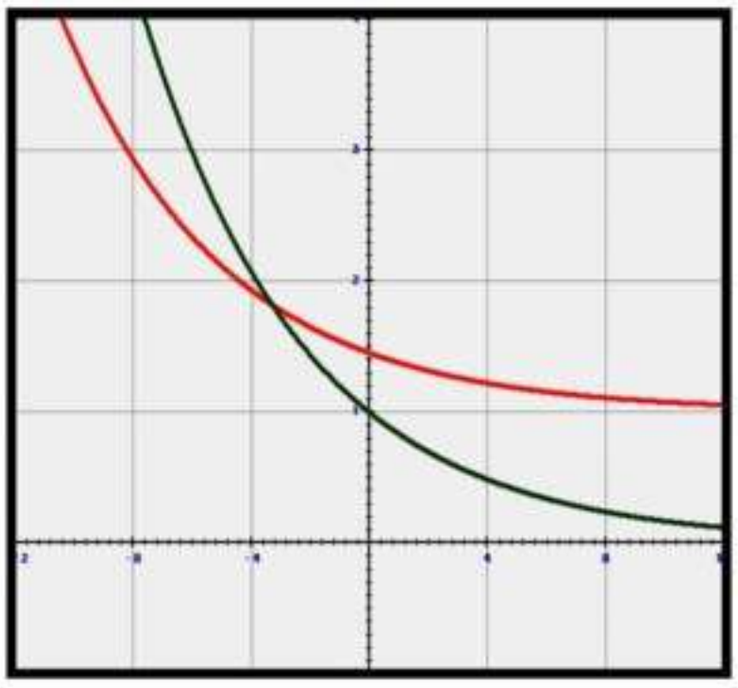


التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 6^x$
بتضيق رأسي معاملة 0.1 وإزاحة 3 لأسفل.

المجال: R ← **المدي:** $\{y \mid y > -3\}$ →

تحقق من فهمك:

(6) $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$



التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = \left(\frac{5}{6}\right)^x$ بتضيق رأسي معاملة $\frac{3}{8}$ وإزاحة وحدة واحدة لليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى.

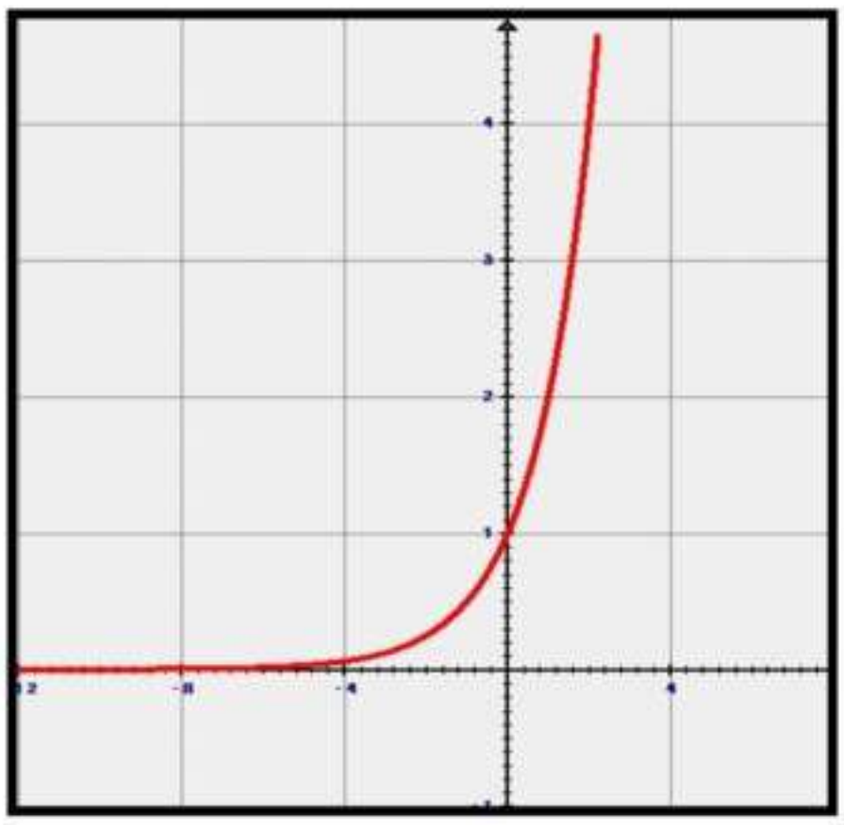
←المجال: R ← المدي: $\{y \mid y > 1\}$

تدرب وحل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدّد مجالها، ومداها:

(1)

$$f(x) = 2^x$$

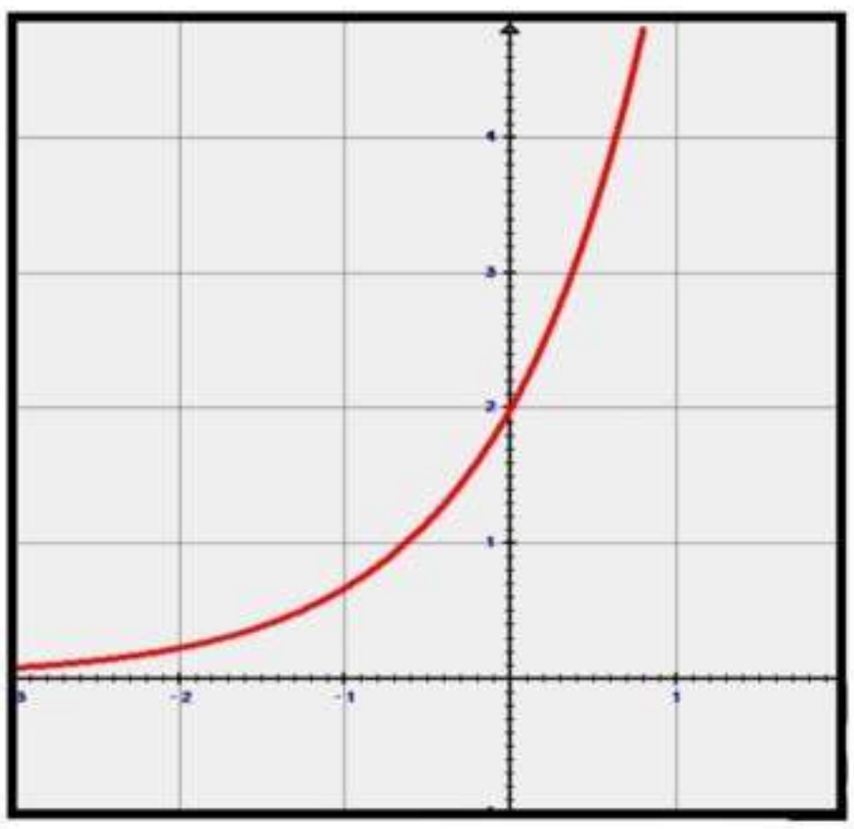


المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 0\}$

$$2.8 = 2^{1.5}$$

$$f(x) = 2(3)^x \quad (2)$$

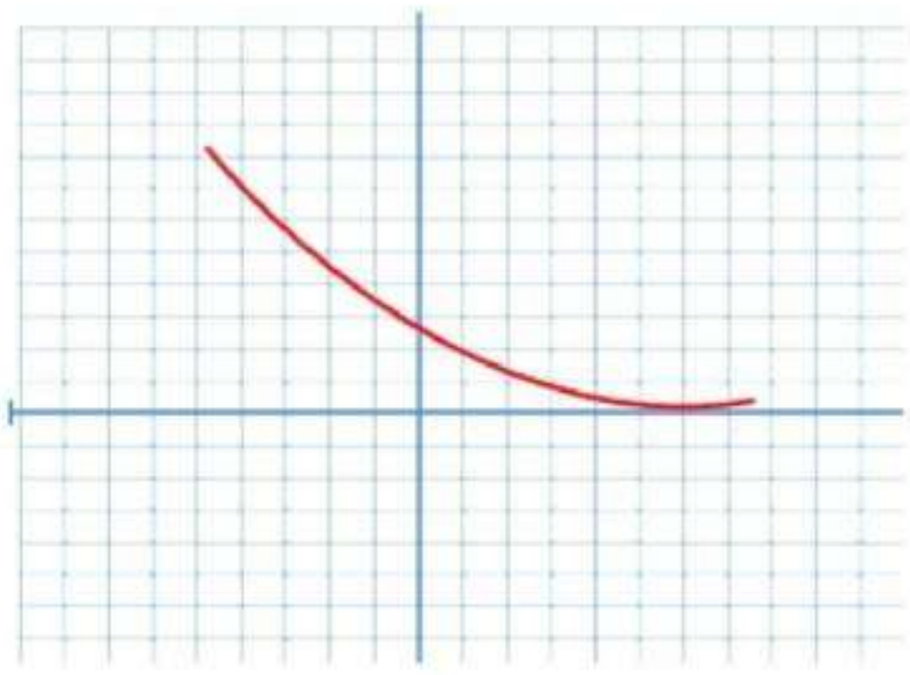


المجال: R

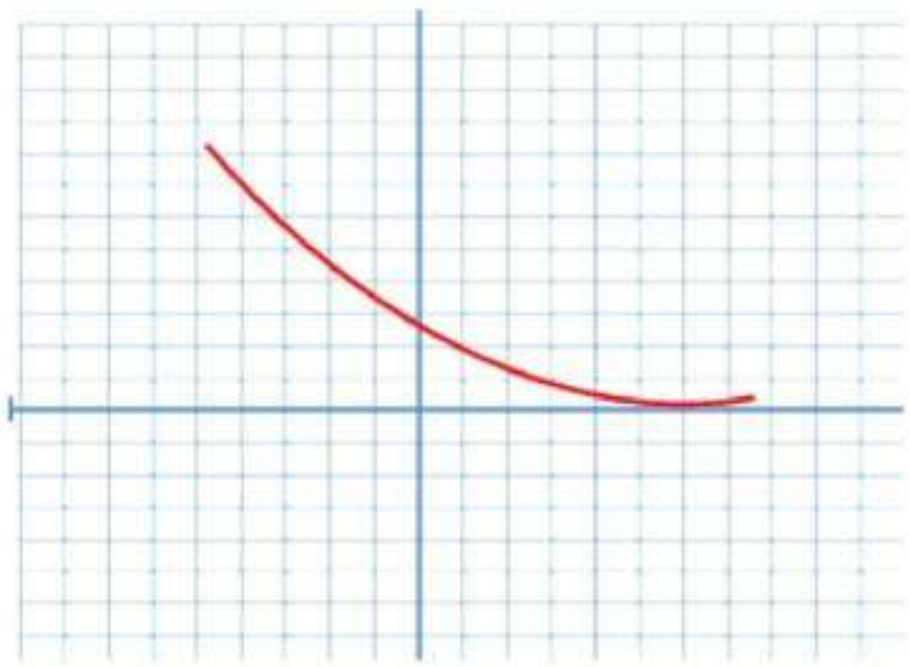
المدي: $\{y \mid y > 0\}$

$$0.7 = 2(8)^{\frac{-1}{2}}$$

$$f(x) = 2(\frac{1}{6})^x \quad (3)$$

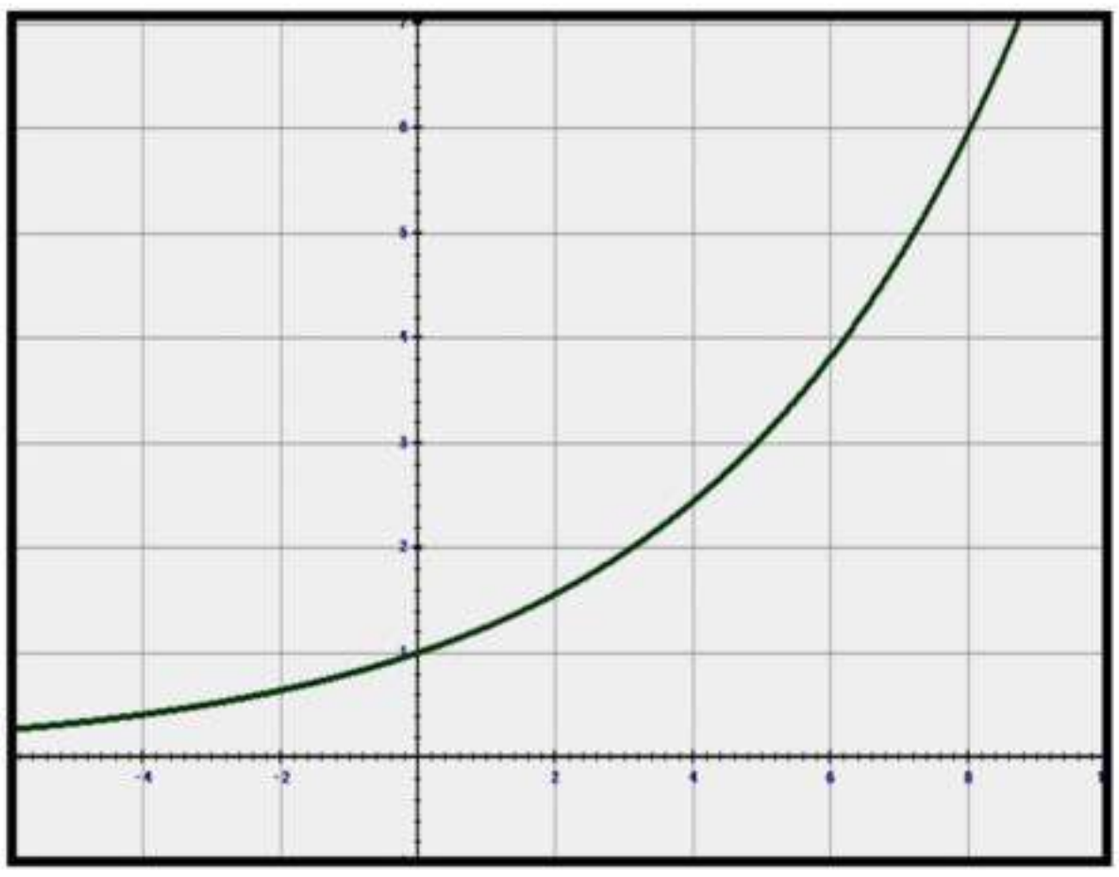


$$0.1 = 2\left(\frac{1}{6}\right)^{1.5}$$



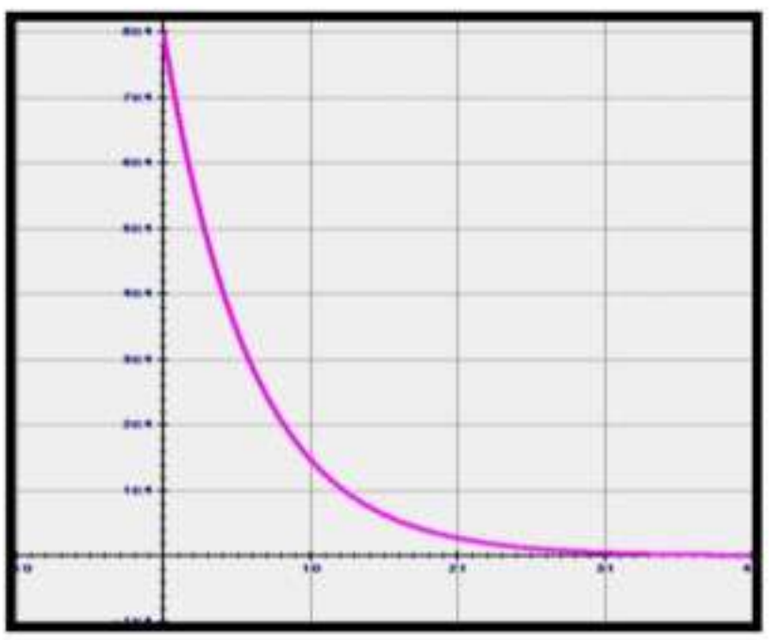
$$f\left(x\right)=3(\frac{1}{4})^{x}\quad(4)$$

$$1.5=3\left(\frac{1}{4}\right)^{.5}$$



(5) حاسوب:

المعادلة: $y=\left(1.25\right)^{t}$

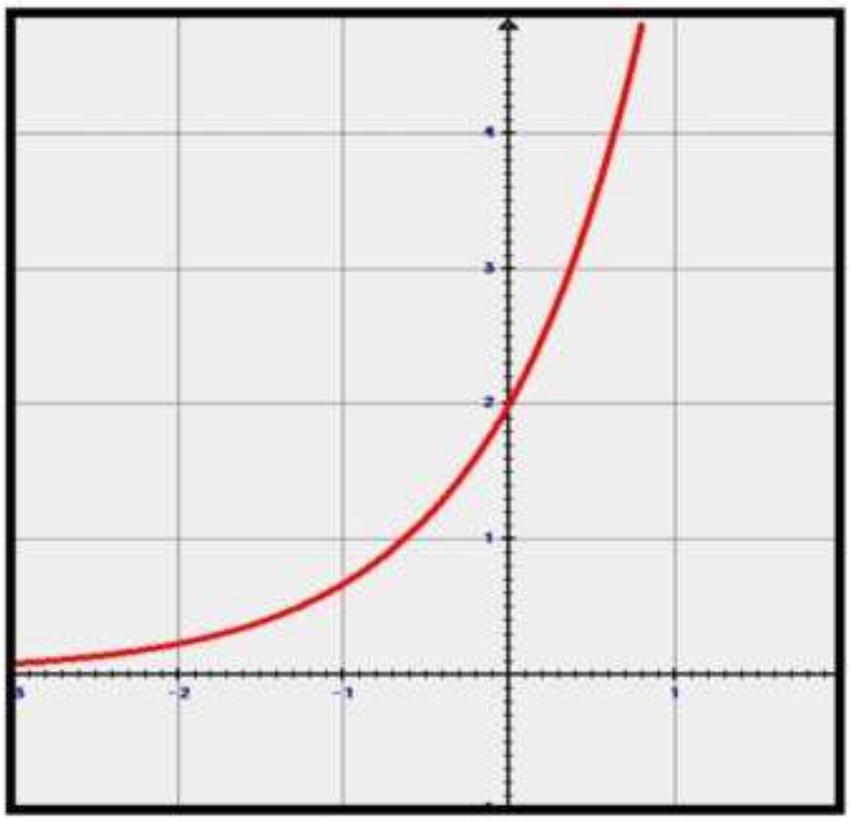


(6) سيارات:

المعادلة $y=80000(0.85)^{t}$

بعد 20 سنة يكون ثمنها 3100 ريـــــــــــــــال تقريباً

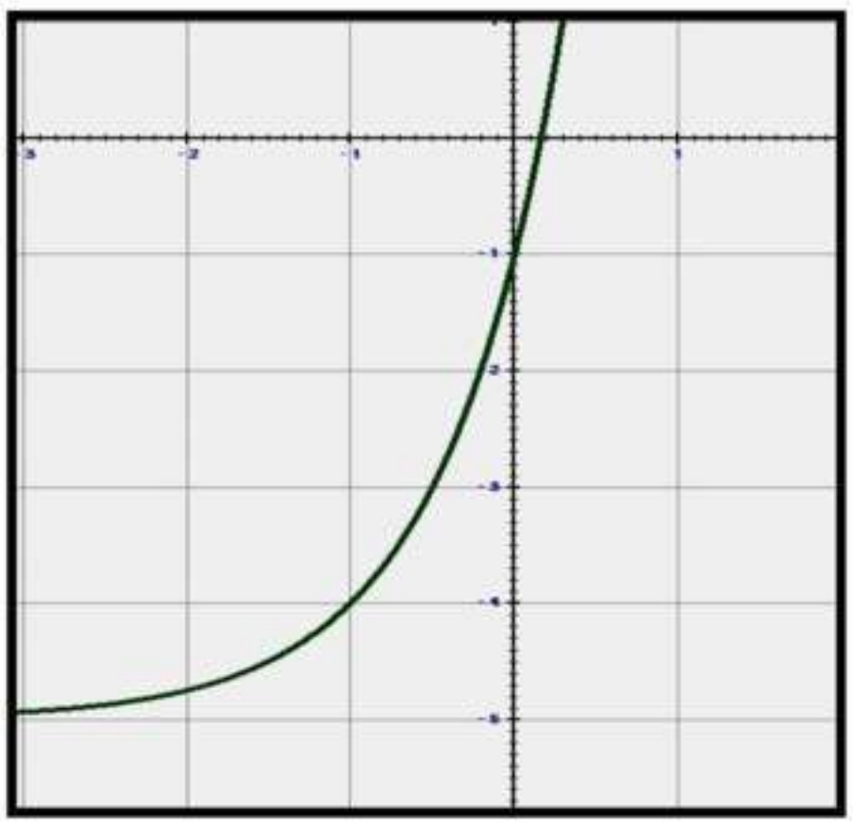
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً وحدد مجالها ومداها:



$f(x)=2(3)^x$ (7)

المجال: R

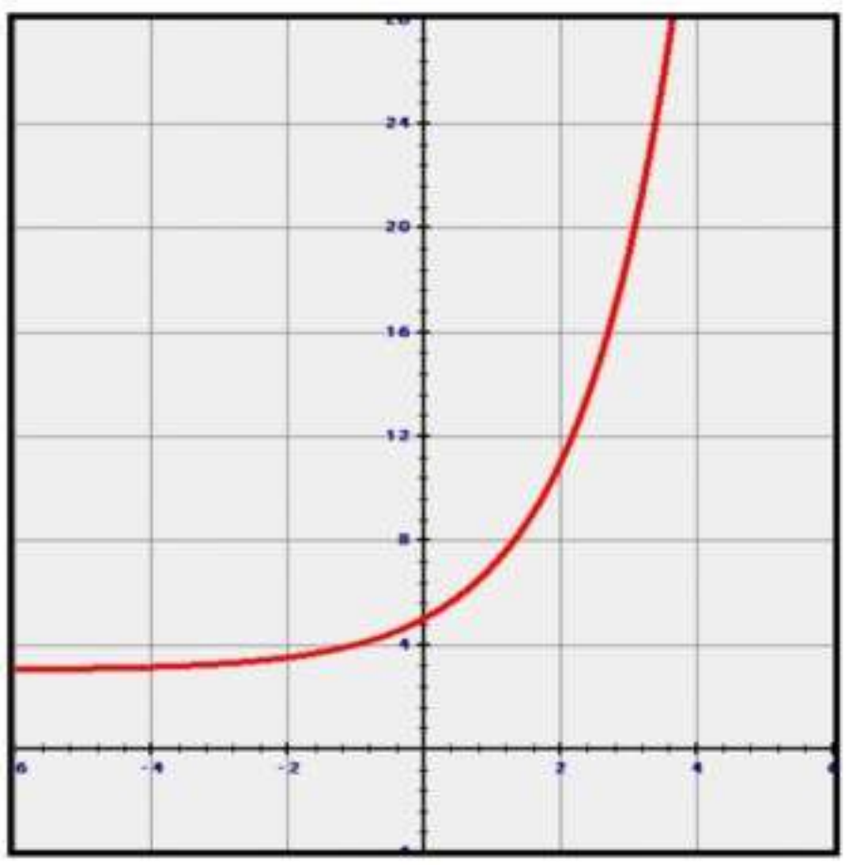
المدي: $\{y \mid y>0\}$



$f(x)=4^{x+1}-5$ (8)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y>-5\}$

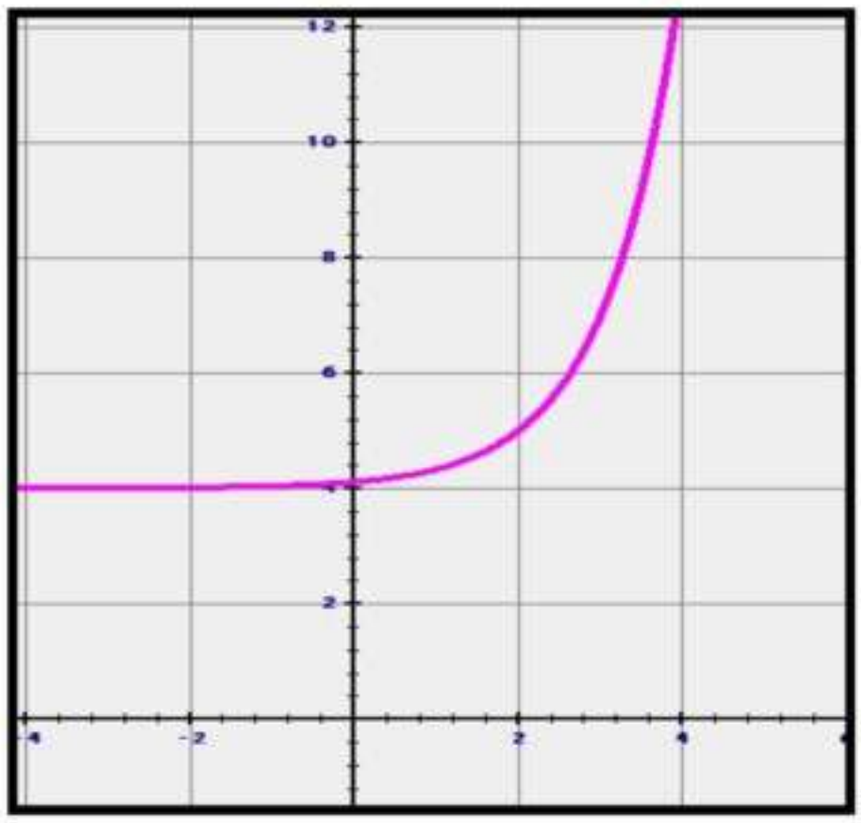


(9)

$f(x)=2^{x+1}+3$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y>3\}$

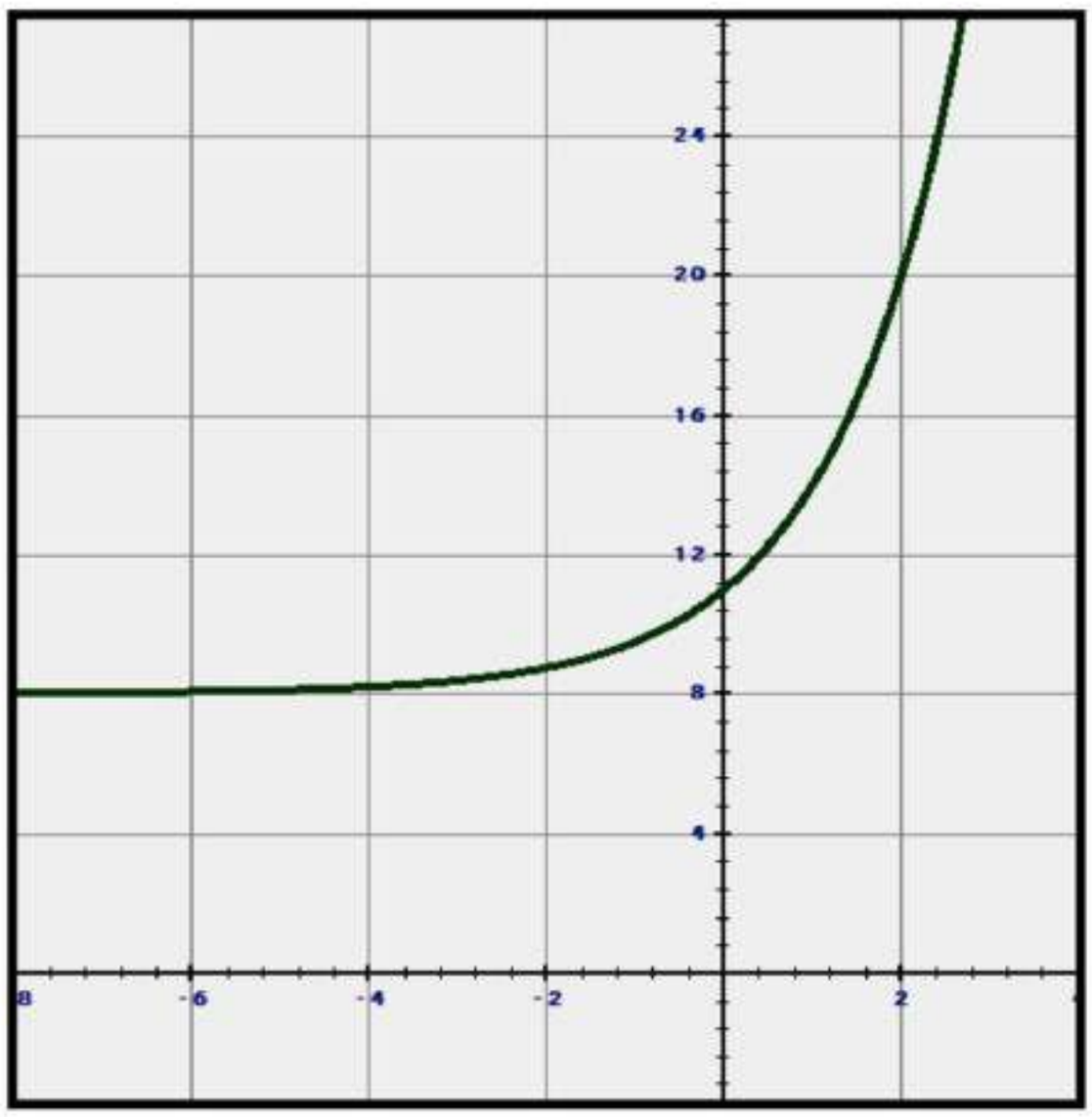


(10)

$$f(x) = 3^{x-2} + 4$$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 4\}$



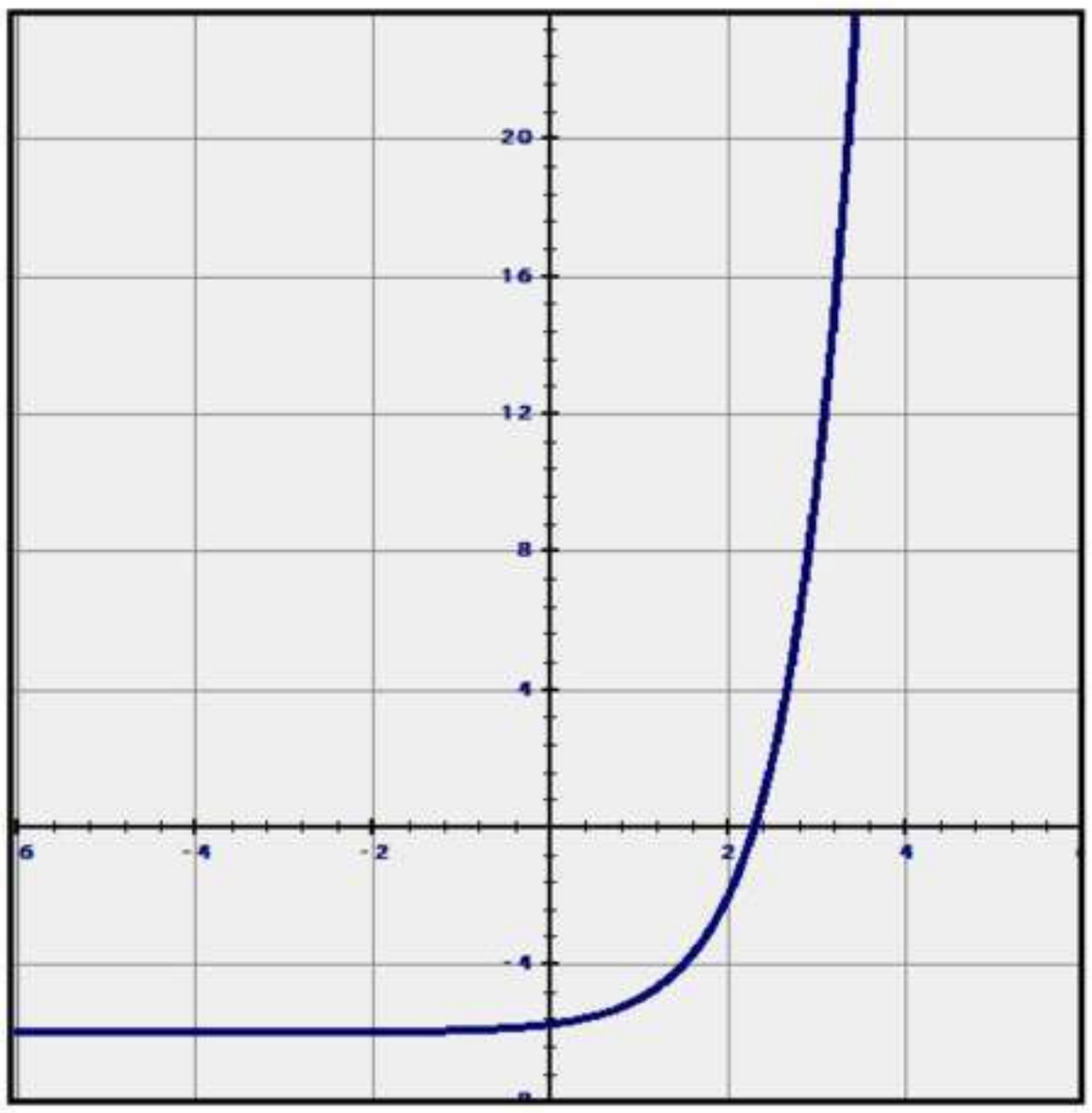
(11)

$$f(x) = 3(2)^x + 8$$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 8\}$

$$f\left(x\right)=0.25(4)^{x}-6_(12)$$

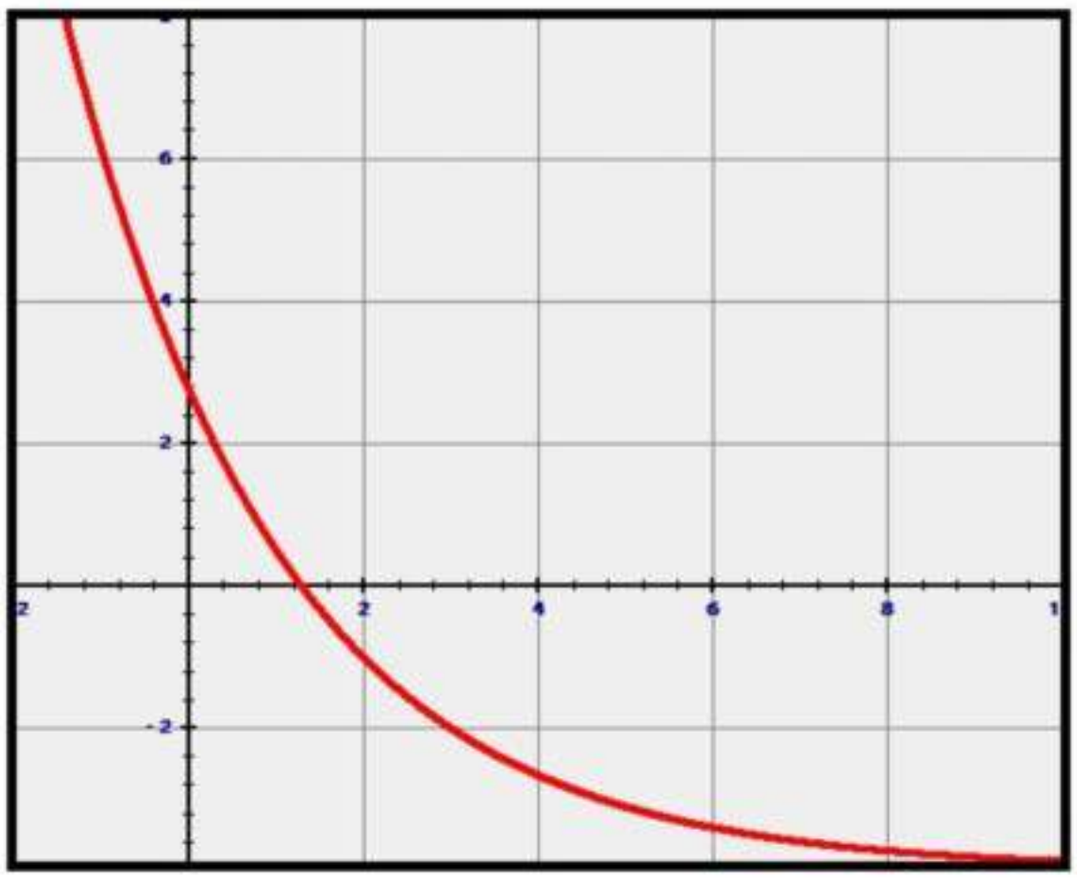


المجال: R

المدي: $\{y \mid y > -6\}$

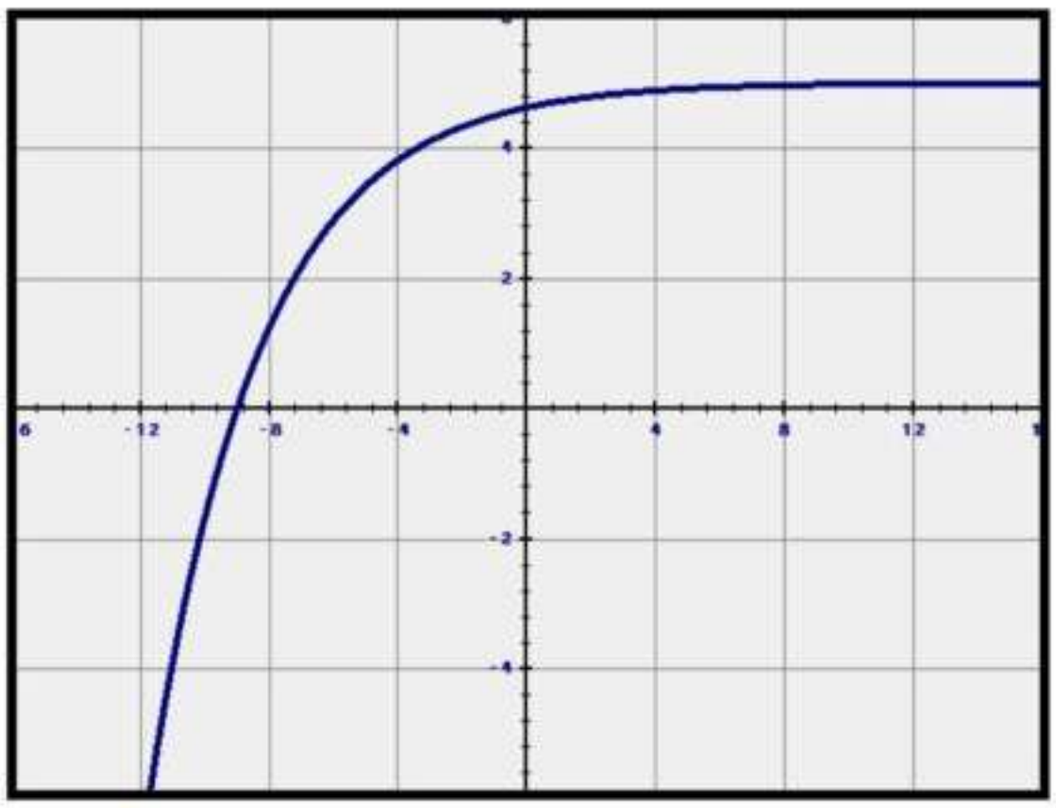
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً وحدد مجالها ومداها:

(13)



المجال: R

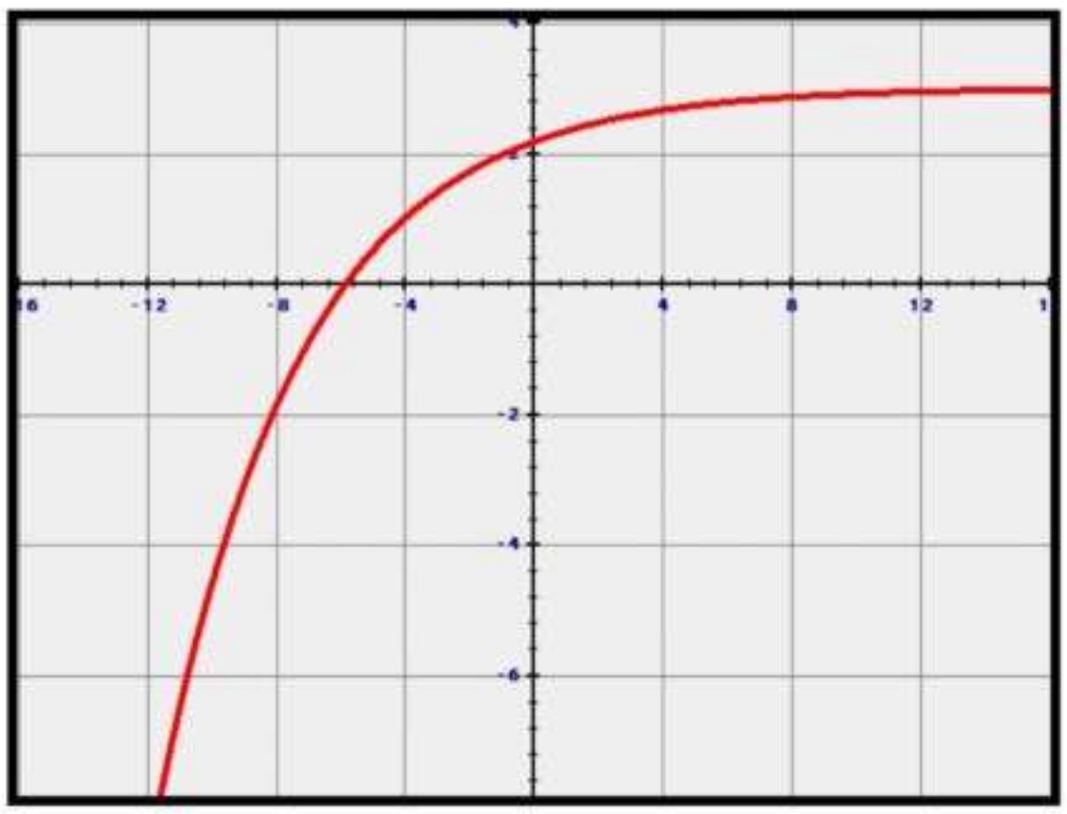
المدي: $\{y \mid y > -4\}$



(14)

المجال: R

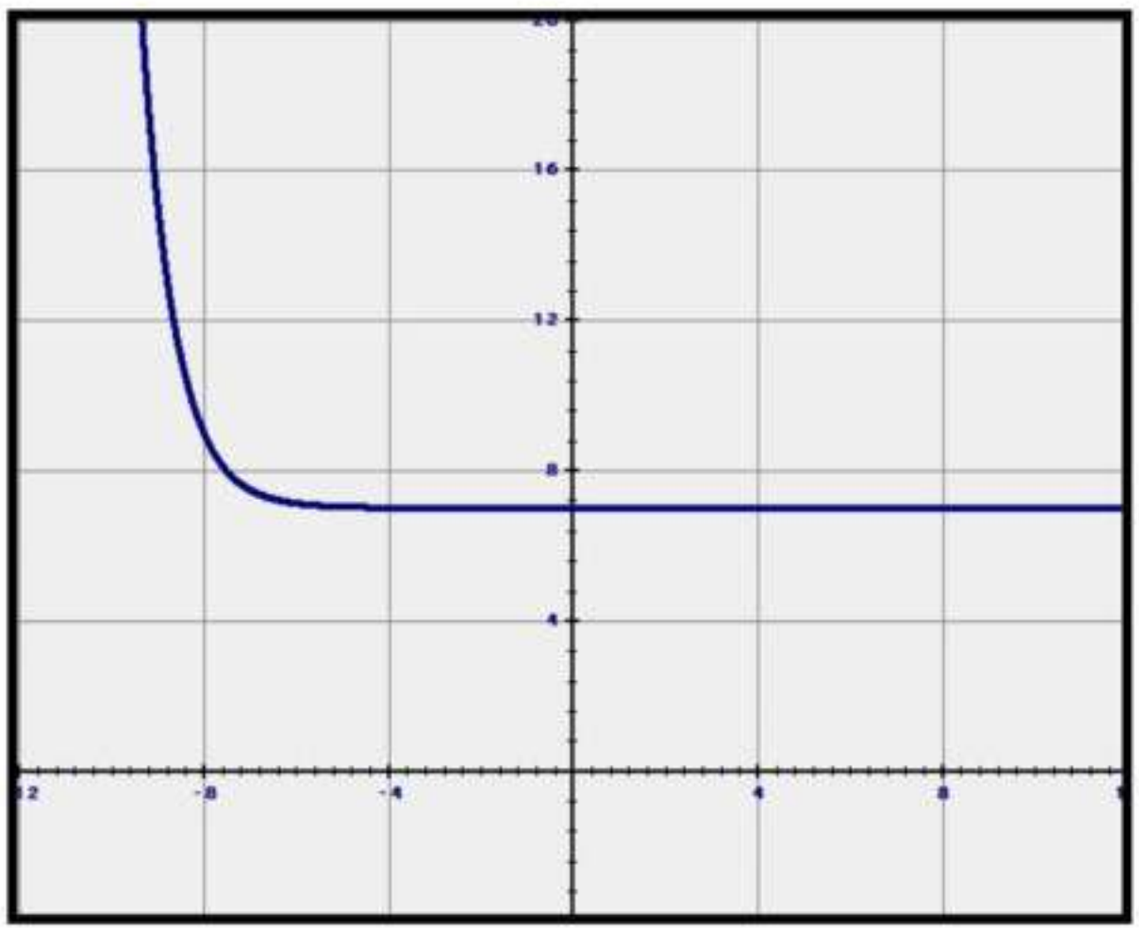
المدي: $\{y \mid y < 5\}$



(15)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y < 3\}$

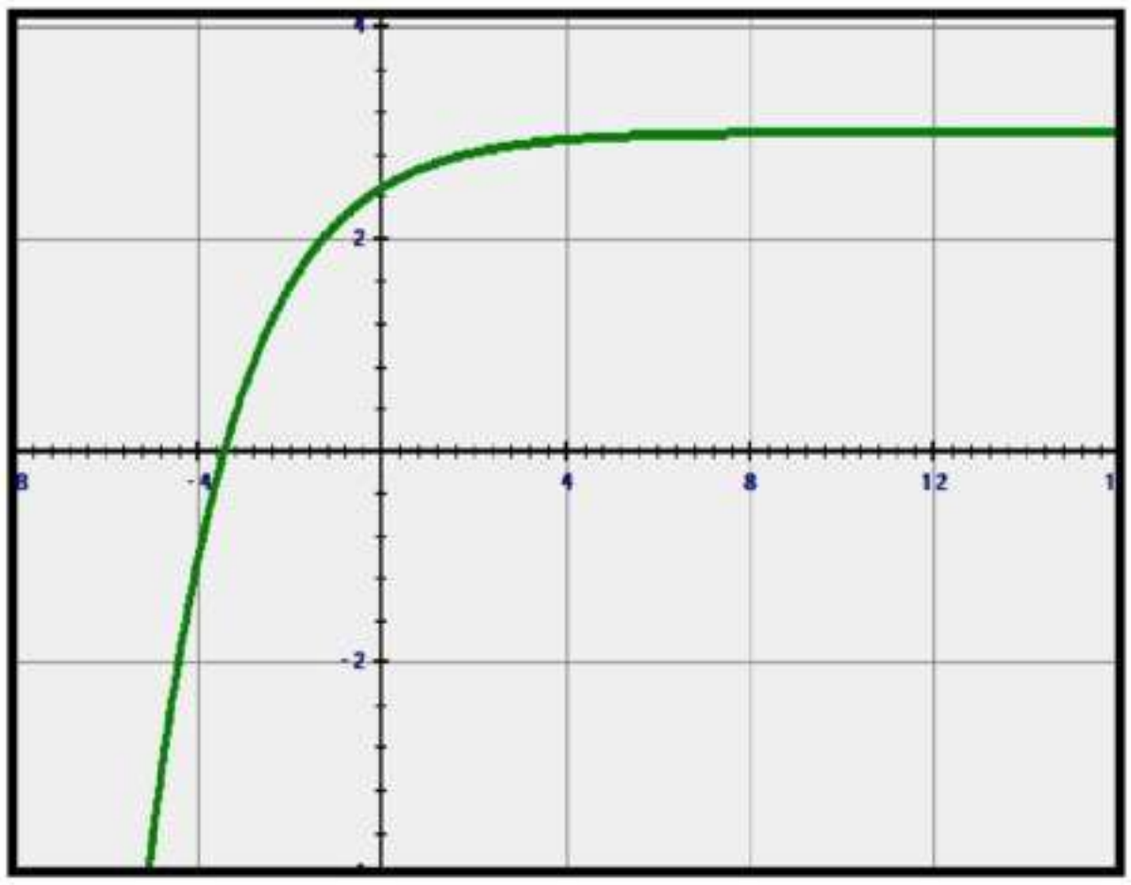


(16)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 7\}$

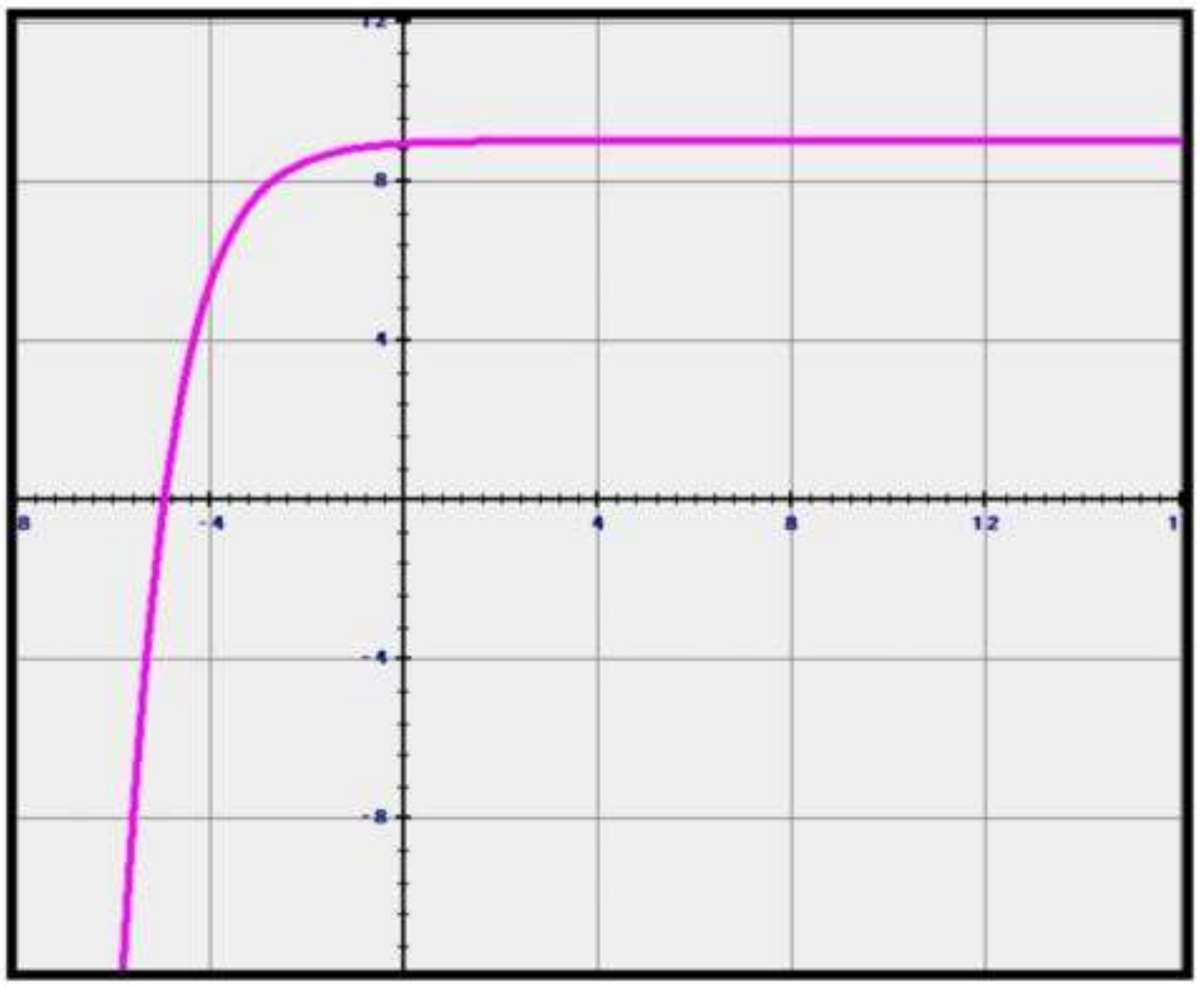
(17)



المجال: R

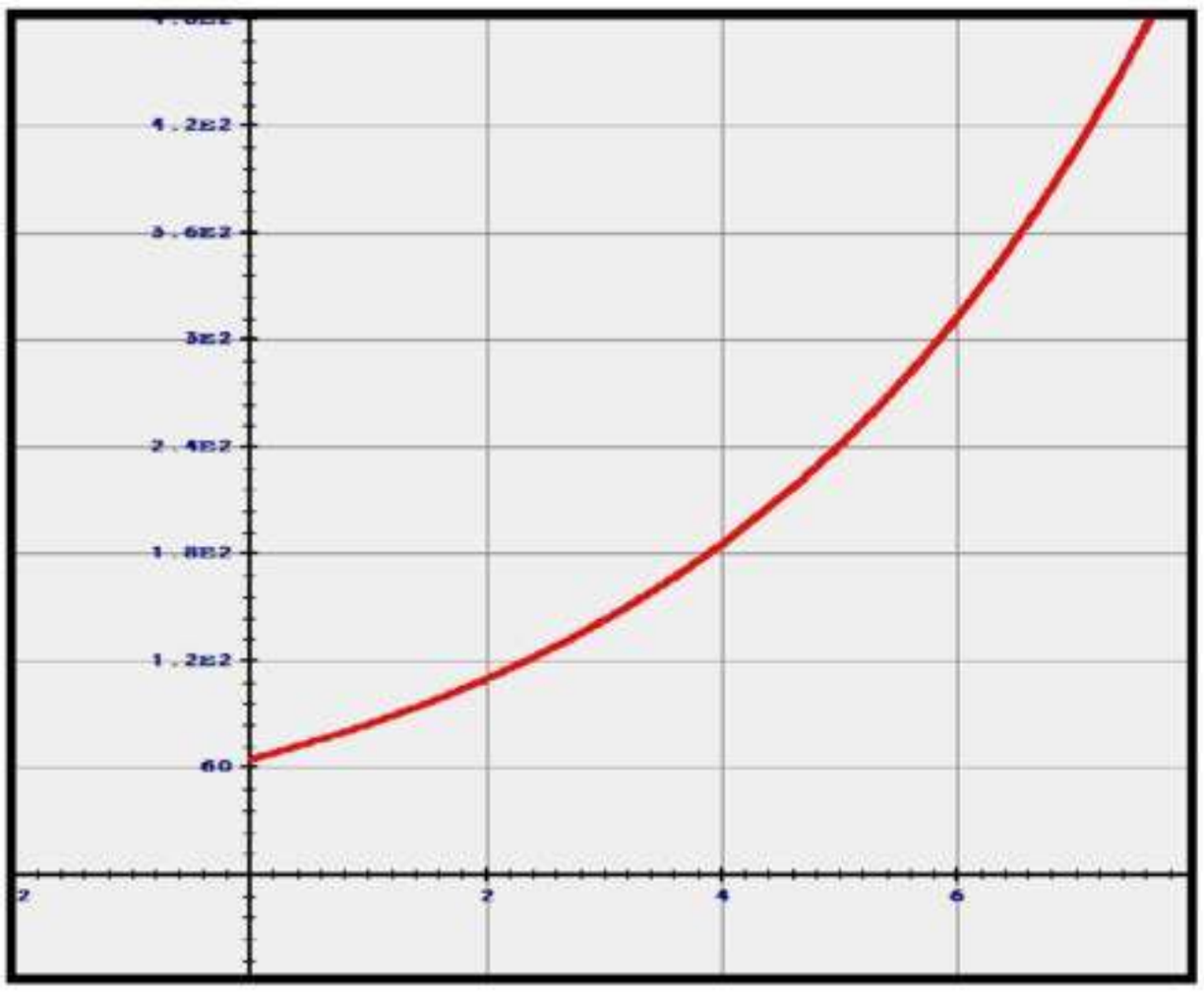
المدي: $\{y \mid y < 3\}$

(18)



المجال: R

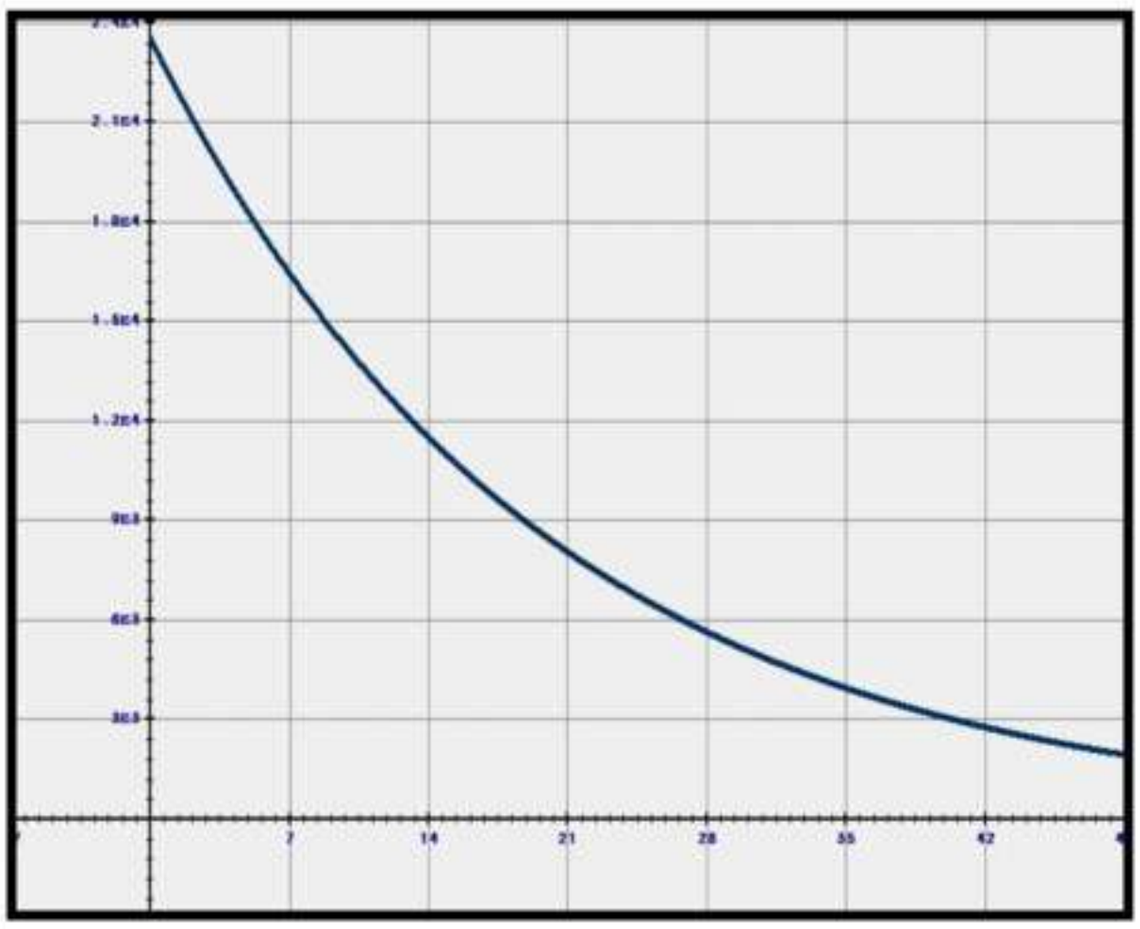
المدي: $\{y \mid y < 4\}$



(19) علوم:

المعادلة $y = 65(1.3)^t$

عدد النحل بعد **10** اسابيع **896** نحلة.



(20) كرة سلة:

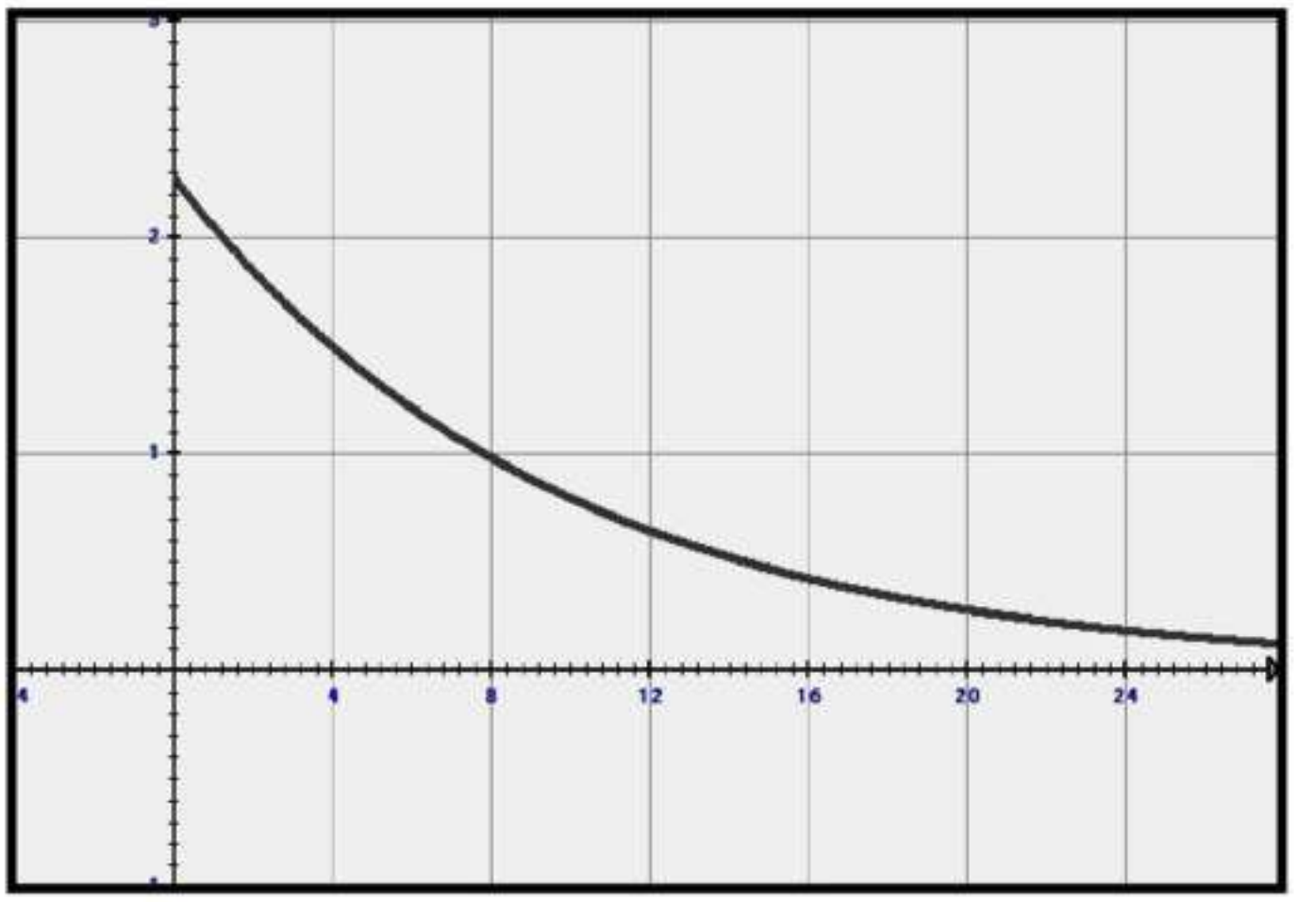
المعادلة $y = 23500(0.95)^t$

ويكون الحضور **10887** تقريباً في المباراة رقم **15**

---

(21) هواتف:

a) بيانيا:



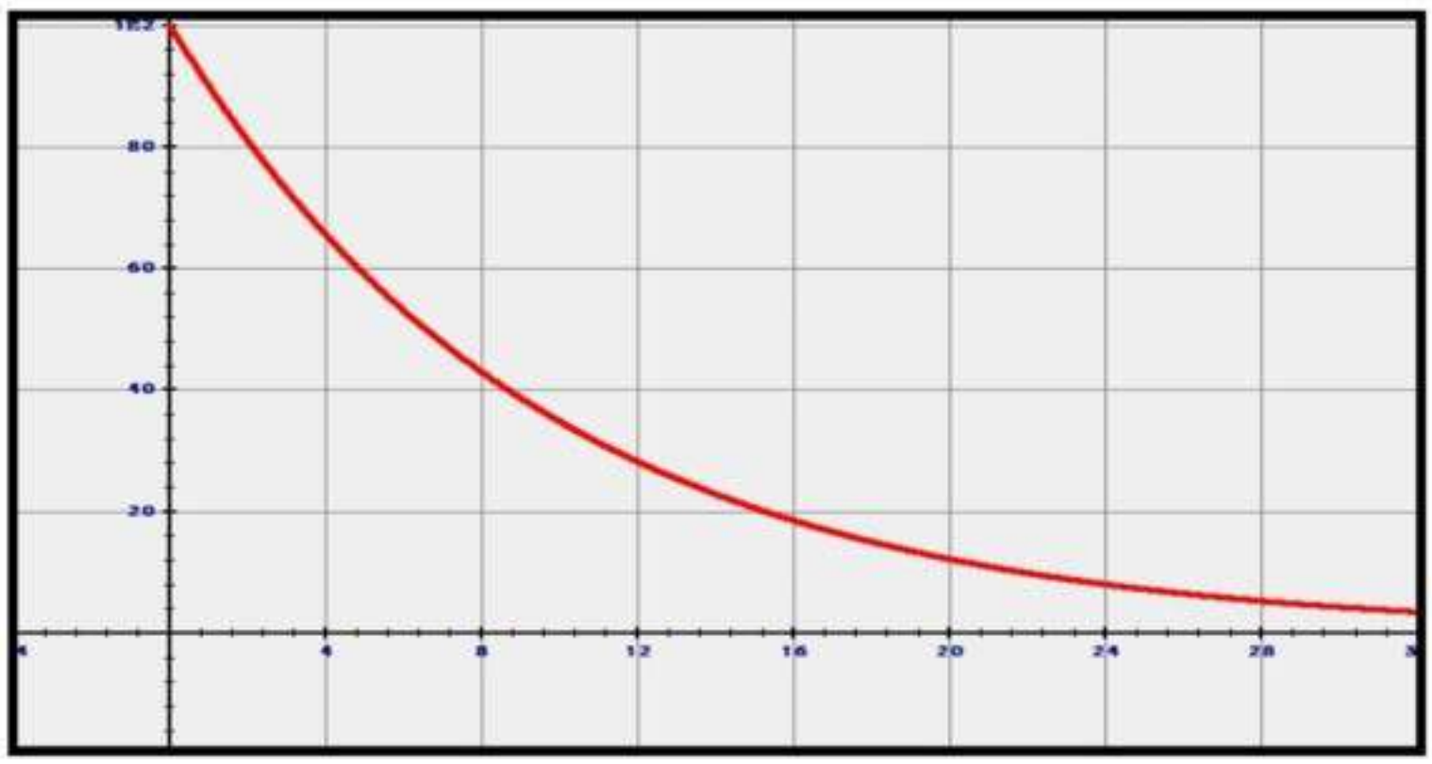
b) لفظيا:

يمثل المقطع $P(x)$ عدد الهواتف العمومية عام **1420** هـ وخط التقارب هو المحور x، ويتناقص عدد الهواتف العمومية ليقترب من **0** ولن يصل إلى **0**، وذلك منطقي لأنة سيكون هناك حاجة دائما للهواتف العمومية.

---

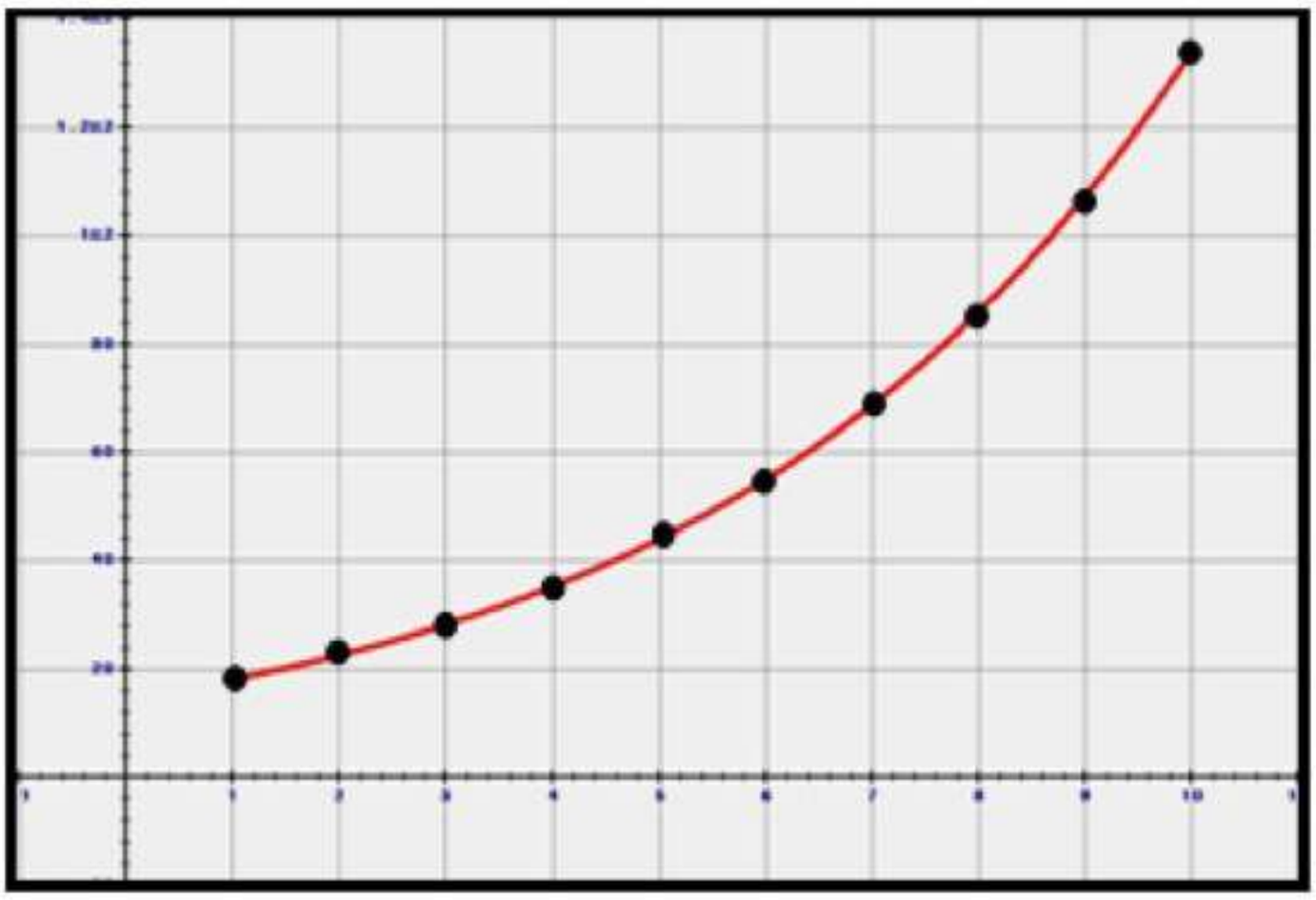
(22) صحة:

a) بيانياً:



b) بعد اليوم السادس

c) أقل من 40Ä



(23) نظرية الأعداد:

$$f(x)=18(1.25)^{x-1} \quad (a$$

$(b$ ←←←

$(c$ الحد العاشر = **134**

إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الرئيسية (الأم) لكل دالة ممثلة بيانياً أدناه، التمثيل البياني للدالة $g(x)$ هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $f(x)$، فأوجد الدالة $g(x)$:

(24)

$$f(x)=2^x$$

$$g(x)=4(2)^{x-3}=\frac{1}{2}(2)^x$$

(25)

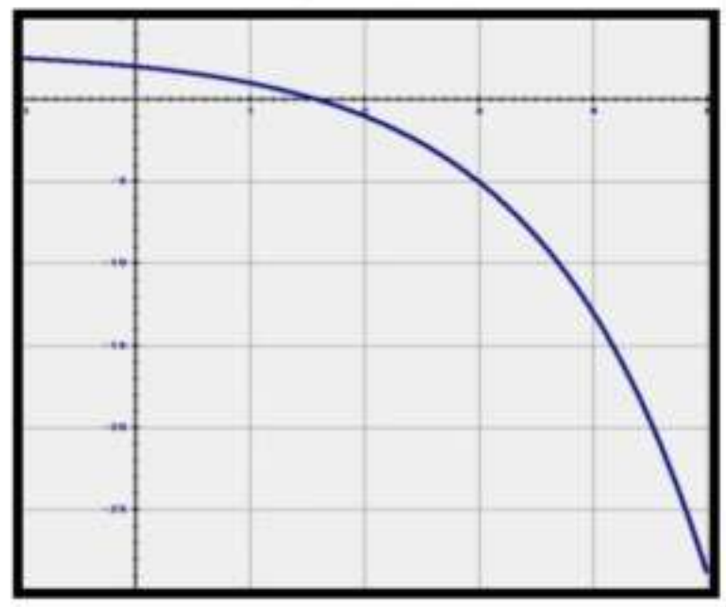
$$f(x)=4^x$$

$$g(x)=-2(4)^{x+1}+3$$

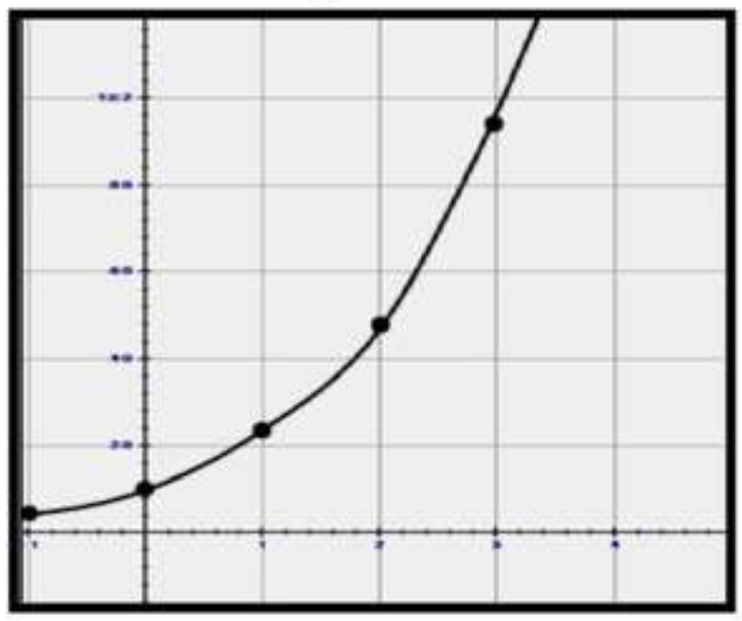
(26) تمثيلات متعددة:

a) بيانيا:

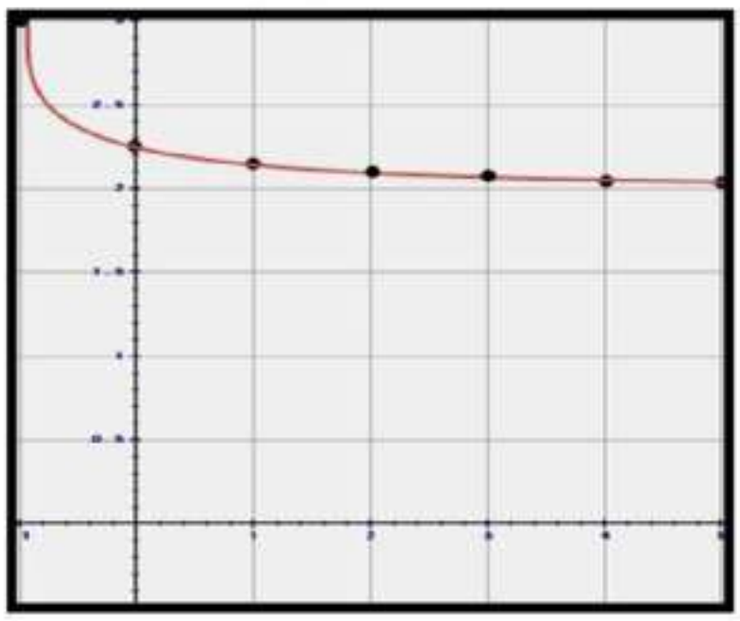
$f(x)$



$g(x)$



$h(x)$



b) لفظيا:

ثمثيل الدالة $f(x)$ البياني هو إنعكاس في المحور x وقيم المخرجات في الجدول سالبة.

c) تحليليا:

$h(x)$

d) تحليليا:

$f(x)$ و $g(x)$ دالتي نمو أسي على حين أن $h(x)$ دالة اضمحلال أسي والقيم المطلقة للمخرجات متزايدة لدوال النمو الأسي ومتناقصة لدوال الاضمحلال.

---

(27) مدارس:

$$1424-1335=89$$

$$N=110(1.055)^{t}$$

$$N=110(1.055)^{89}$$

$$N=12908$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(28) تحد:

حيث ان المنحنى يمر بالنقطتين $(0,3)$ اذن مقطع المحور y وقيمة a هو 3

بالتعويض بقيم x و y من النقطة $(1,6)$في قيم b

$y = ab^x$ دالة اسية

$6 = 3b^1$ بالتعويض عن x بـ 1 و عن y بـ 6 و عن a بـ 3

$6 = 3b^1$

$2 = b$

الدالة الاسية الي منحناها يمر بالنقطتين $(0,3)$ و $(1,6)$ هي $y = (3)(2)^x$

(29) تبرير:

a) صحيحة دائماً، مجال الدالة الأسية هو مجموعة الأعداد الحقيقية لذا فإن $(0, y)$دائماً موجودة.

b) صحيحة أحياناً، التمثيل البياني للدالة الأسية يقطع المحور x عند $K < 0$

c) صحيحة أحياناً، والدالة ليست أسية إذا كانت $b = 1$ أو $b = -1$

---

(30) اكتشف الخطأ:

ماجد، أهمل عمر الضرب في إشارة سالب.

---

(31) تحد:

حوالي $251\ mg$

---

(32) مسألة مفتوحة:

$b = 10$

---

(33) أكتب:

الدالة الرئيسية الأم هي $g(x)=b^x$ يتمدد تمثيلها البياني إذا كانت $|a|>1$ وتتقلص إذا كانت $|a|<1$، ثم تتبعها إنسحاب للتمثيل البياني k وحدة للأعلى إذا كانت k موجبة، وللأسفل إذا كانت سالبة، ثم يتبعها إنسحاب h وحدة يميناً إذا كانت h موجبة و h يساراً إذا كانت سالبة.

مراجعة تراكمية

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة أو ثابتة مقرباً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزز إجابتك عددياً:

(34)

الدالة f تتزايد على $(-\infty,-2.7)$ وتتناقص على $(-2.7,0.7)$ وتتزايد على $(0.7,\infty)$

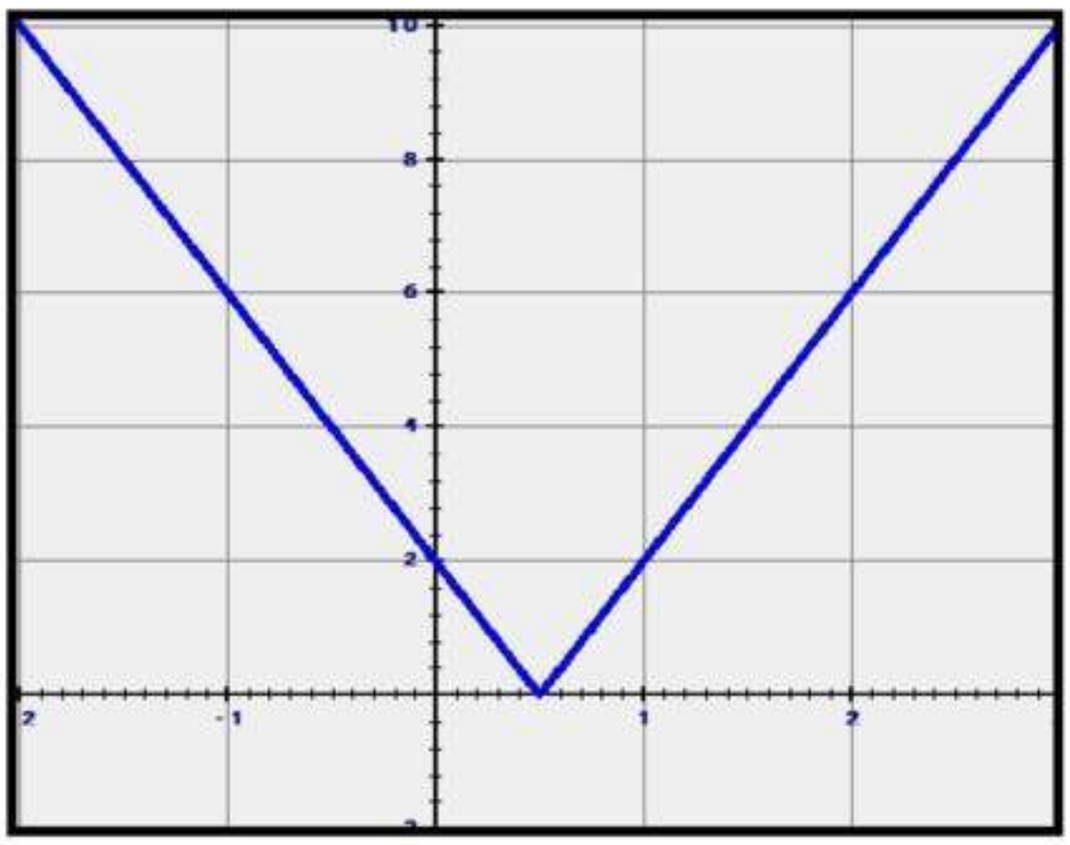
---

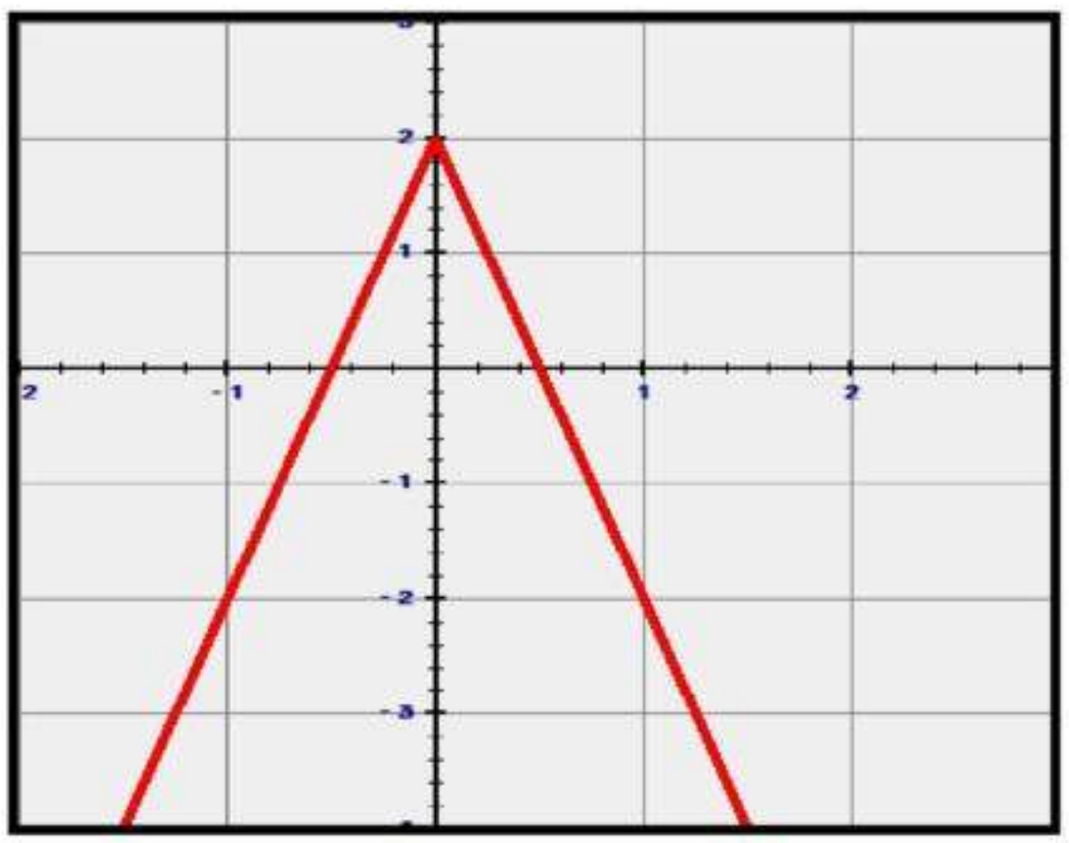
(35)

الدالة f تتزايد على $(-\infty,-4)$ ثم تتزايد على $(-4,\infty)$

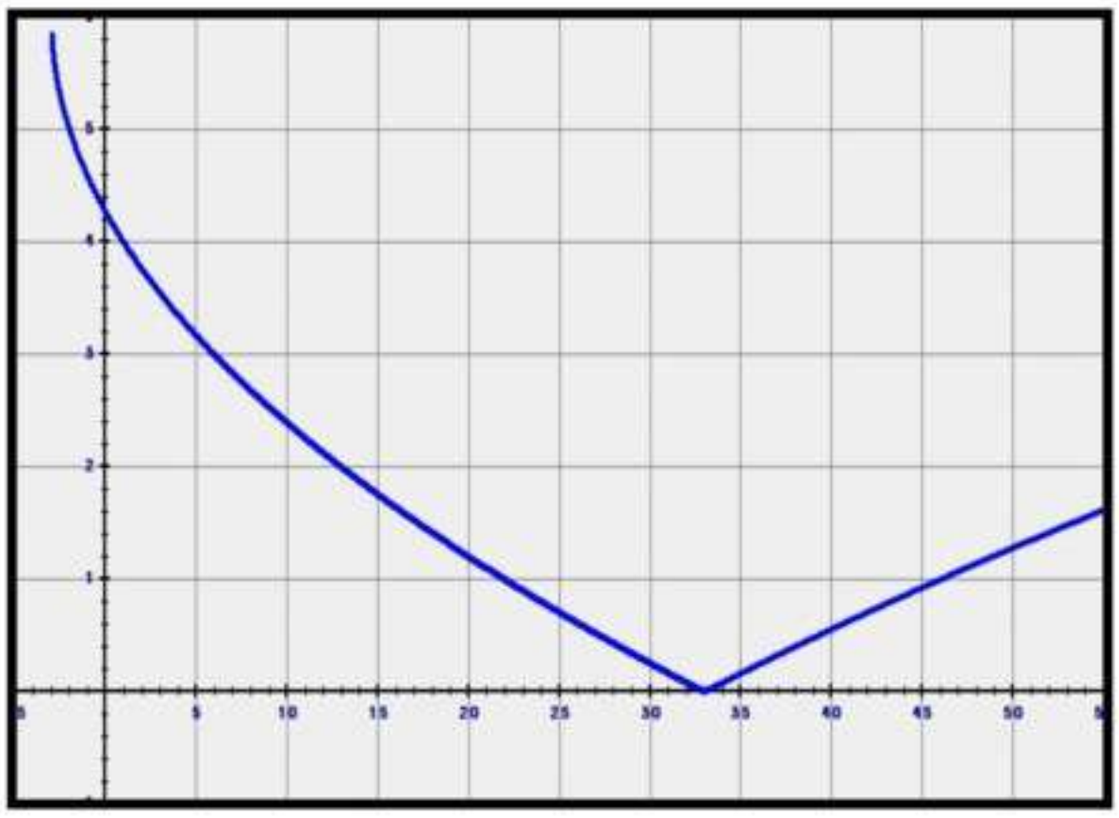
استعمل منحنى $f(x)$ الدالة لتمثيل كل من الدالتين $h(x)=f(|x|)$، $g(x)=|f(x)|$

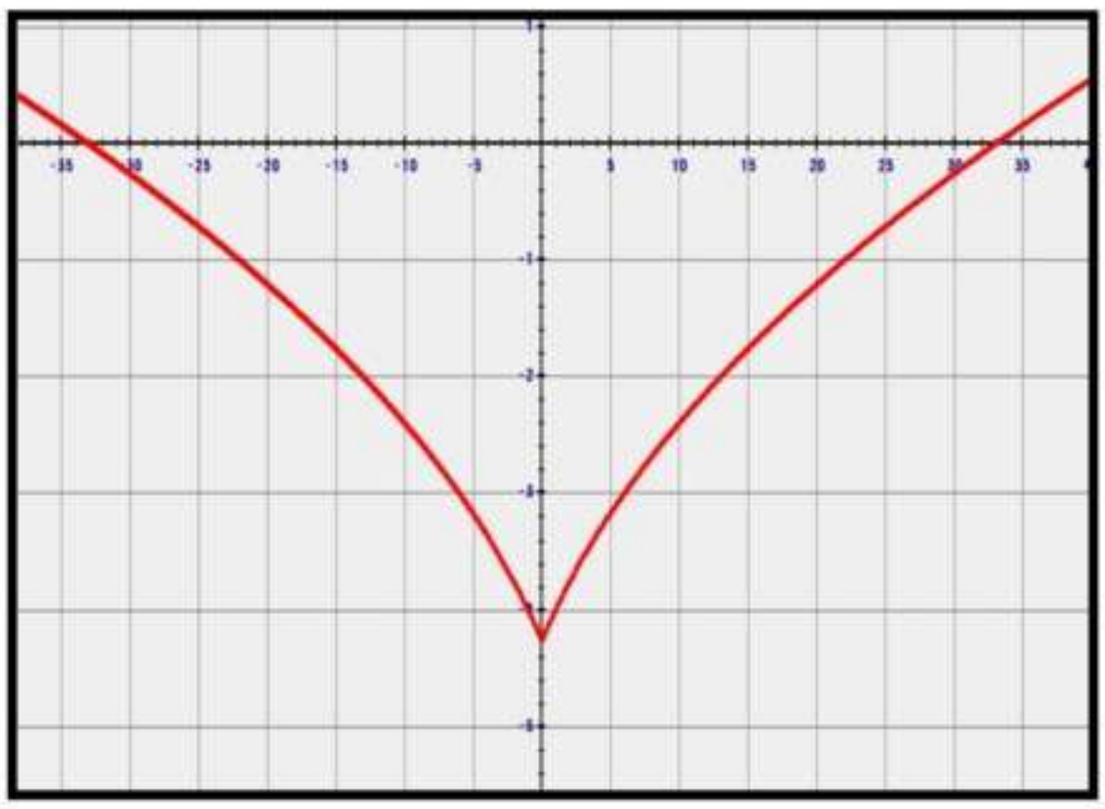
$f(x)=-4x+2$ (36)





$f(x)=\sqrt{x+3}-6$ (37)





أوجد $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ، $(f \square g)(x)$ ، $(f-g)(x)$ ، $(f+g)(x)$ للدالتين $f(x)$ ، $g(x)$ في

كل مما يأتي وحدد مجال كل من الدوال الناتجة:

(38)

$(f+g)(x)=x^2-x+9$ المجال: $(-\infty,\infty)$

$(f-g)(x)=x^2-3x-9$ المجال: $(-\infty,\infty)$

$(f \square g)(x)=x^3+7x^2-18x$ المجال: $(-\infty,\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x^2-2x}{x+9}$ المجال: $\{x \mid x \neq -9 , x \in R\}$

(39)

$(f+g)(x)=\frac{x}{x+1}$ المجال: $\{x \mid x \neq -1 , x \in R\}$

$(f-g)(x)=\frac{x}{x+1}$ المجال: $\{x \mid x \neq -1 , x \in R\}$

$(f \square g)(x)=x^2-1$ المجال: $\{x \mid x \neq -1 , x \in R\}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$ المجال: $\{x \mid x \neq \pm 1 , x \in R\}$

تدرب على اختبار:

(40)

$$A \longleftarrow\longleftarrow\longleftarrow 3$$

(41)

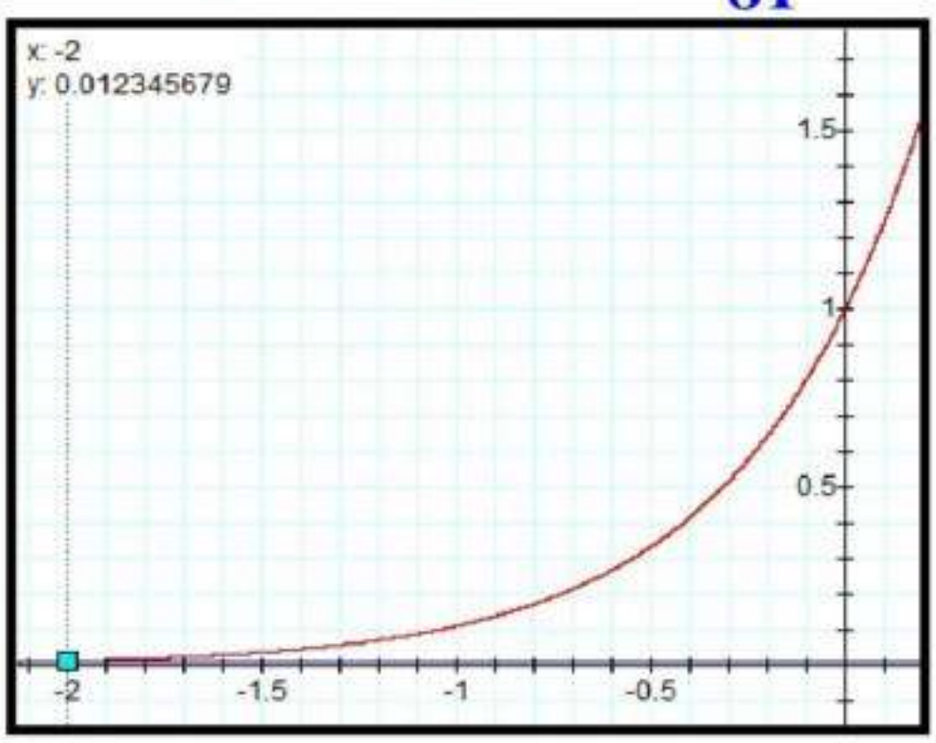
$$C \longleftarrow\longleftarrow\longleftarrow 4\sqrt{3}$$

معمل الحاسبة البيانية:

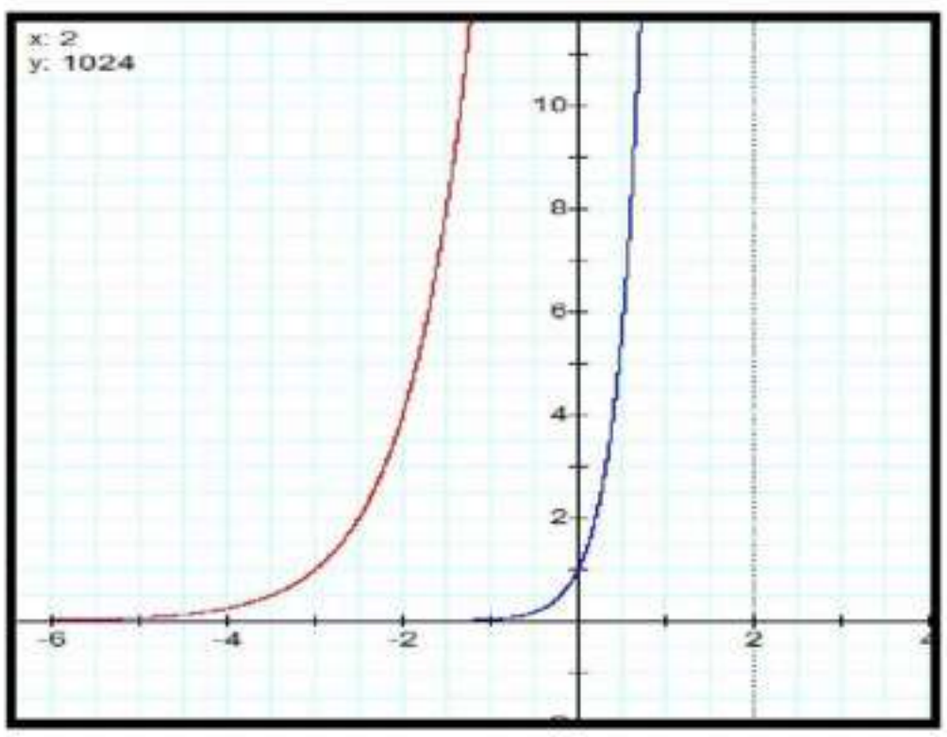
حل المعادلات والمتباينات الأسية

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل معادلة مما يأتى:

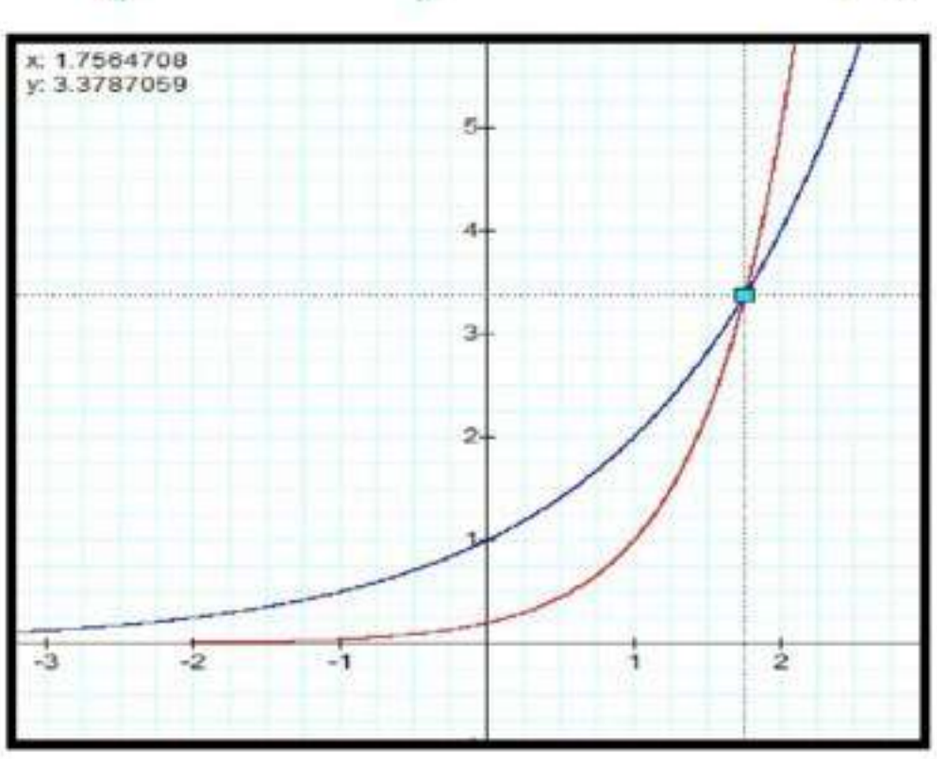
(1) $9^x = \frac{1}{81}$ $(x=-2)$



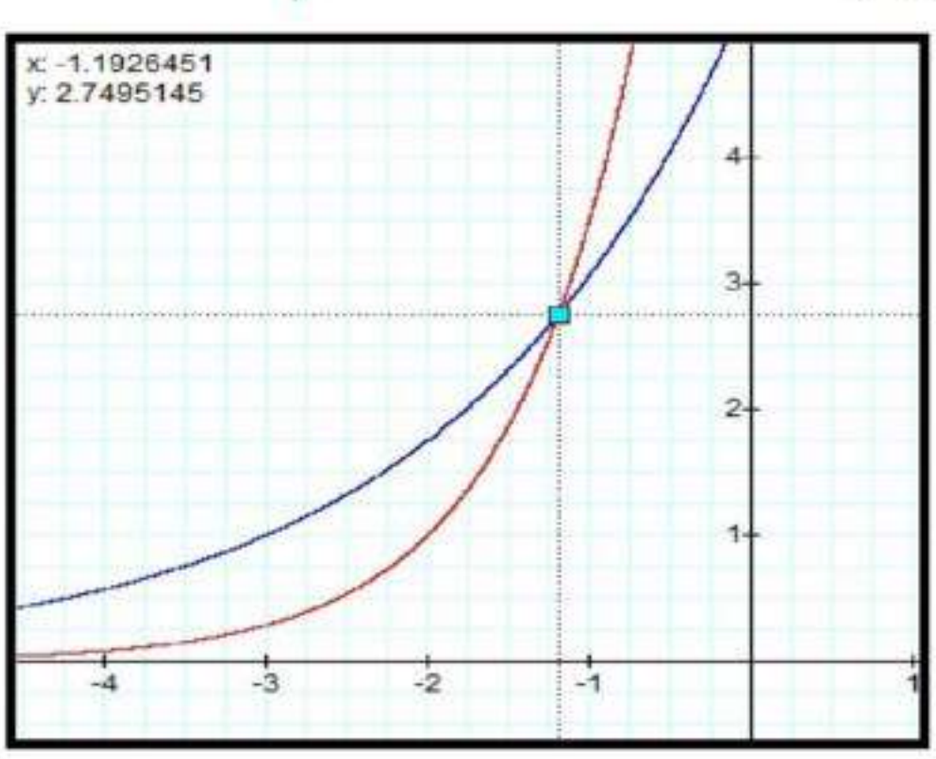
(2) $4^{x+3} = 2^{5x}$ $(x=2)$



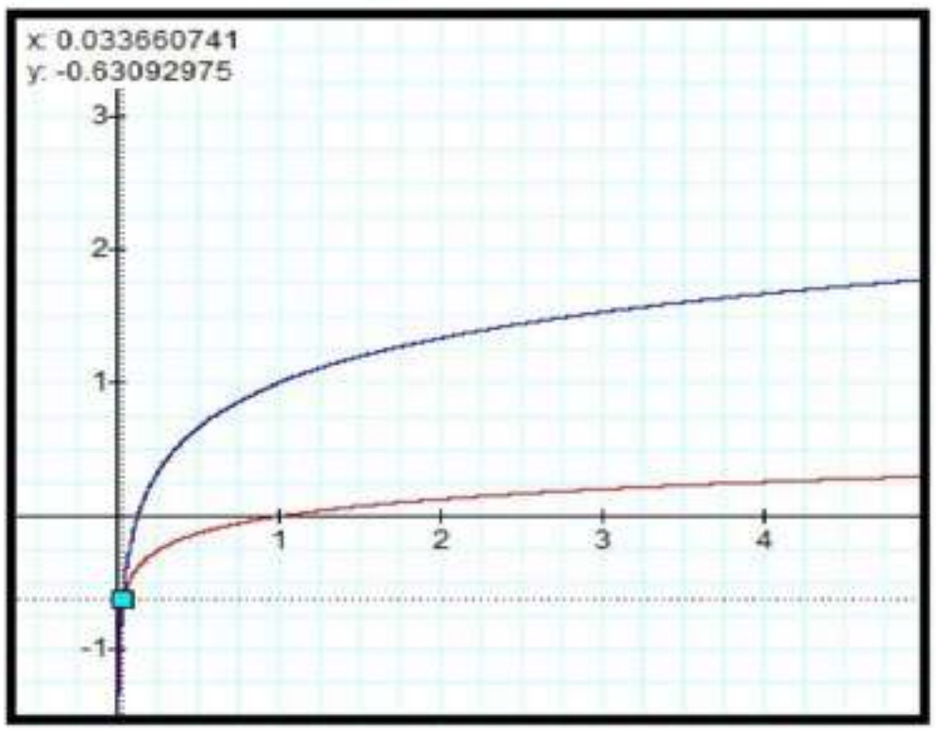
(3) $5^{x-1} = 2^x$ $(x=1.758)$



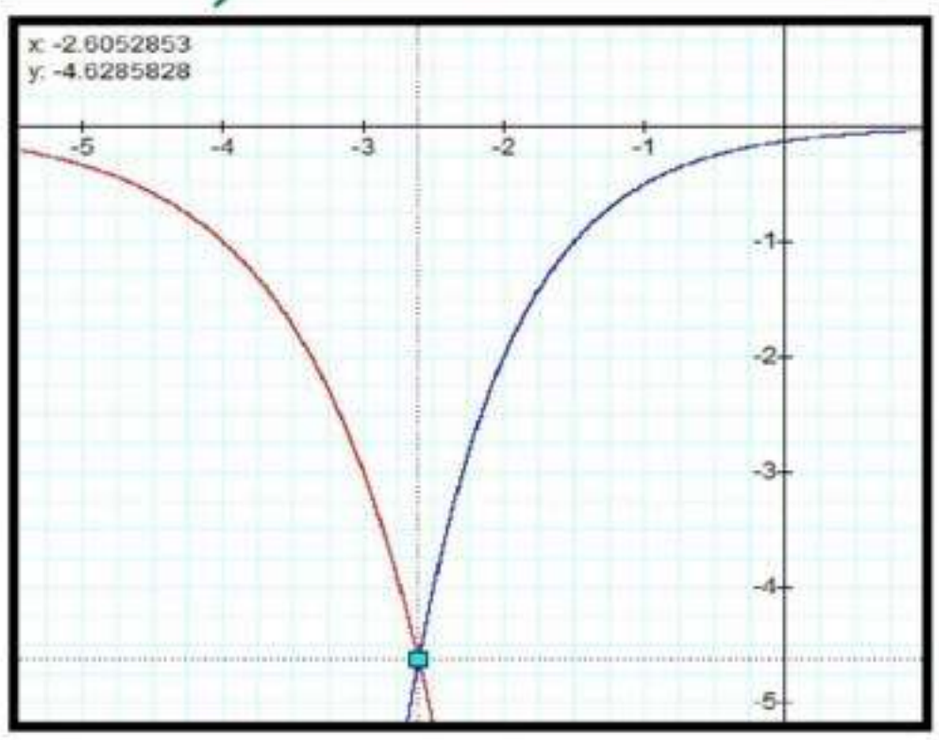
(4) $3.5^{x+2} = 1.75^{x+3}$ $(x=-1.19)$



$(y = -0.63)$ $6^{3y} = 8^{y-1}$ (6)



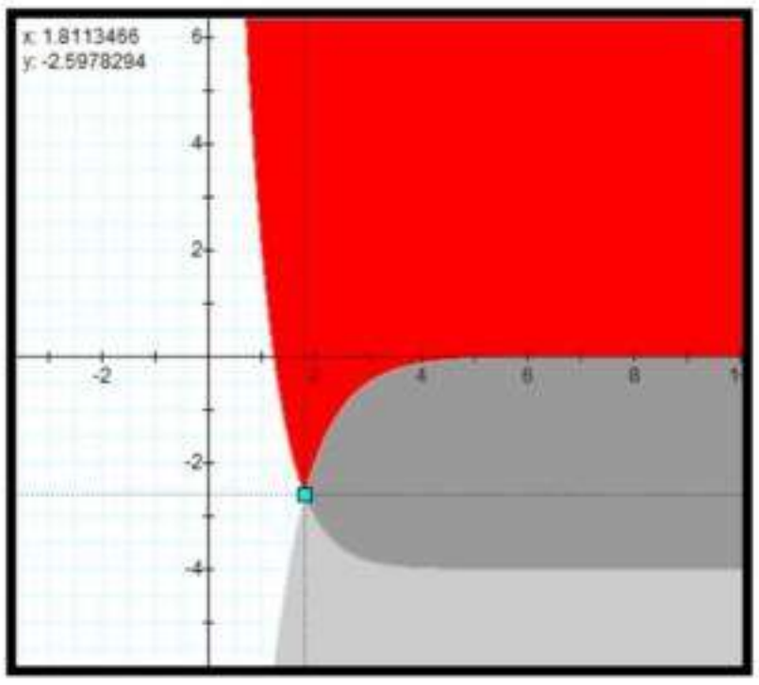
$(x = -2.6)$ $-3^{x+4} = -0.5^{2x+3}$ (5)



تمارين:

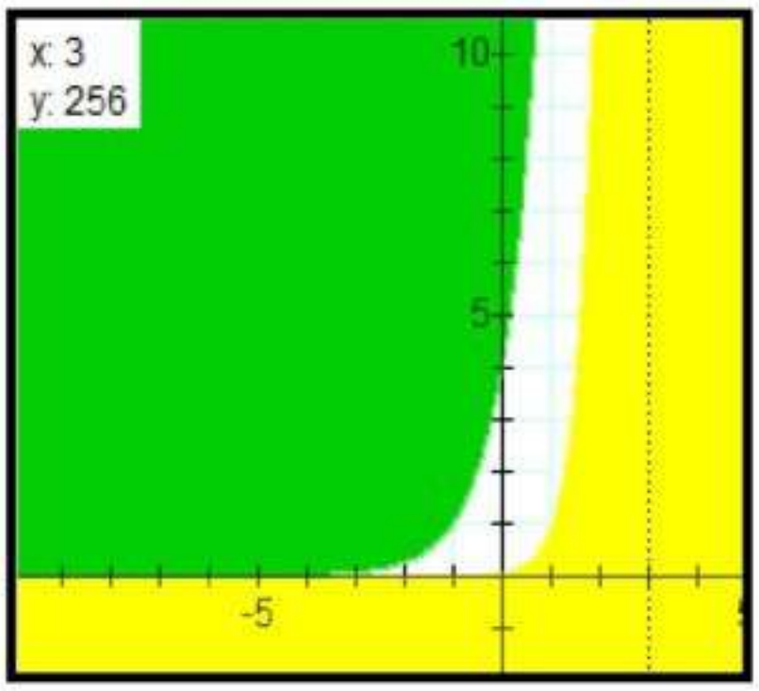
استعمل الحاسبة البيانية لحل كل متباينة مما يأتي:

(7)



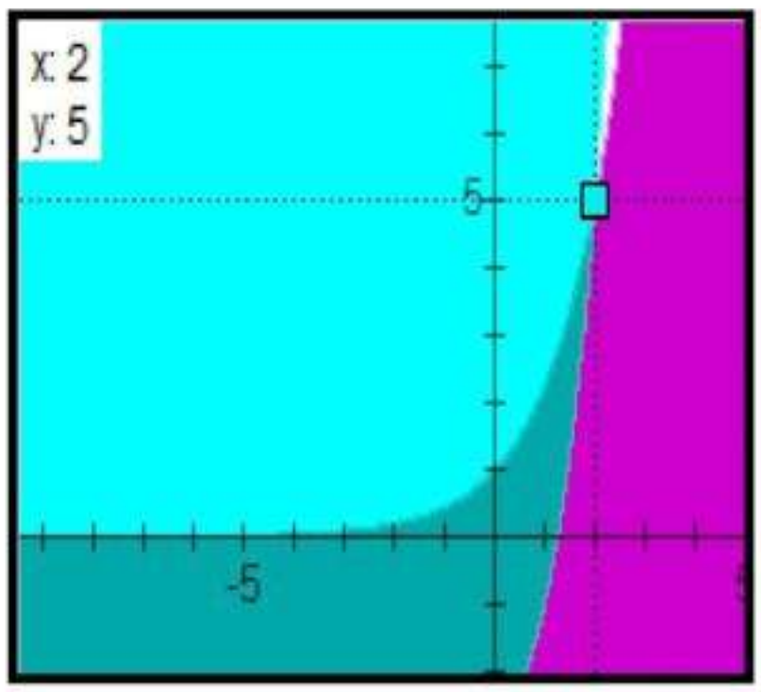
(7)

$\{x \mid x > 1.8\}$



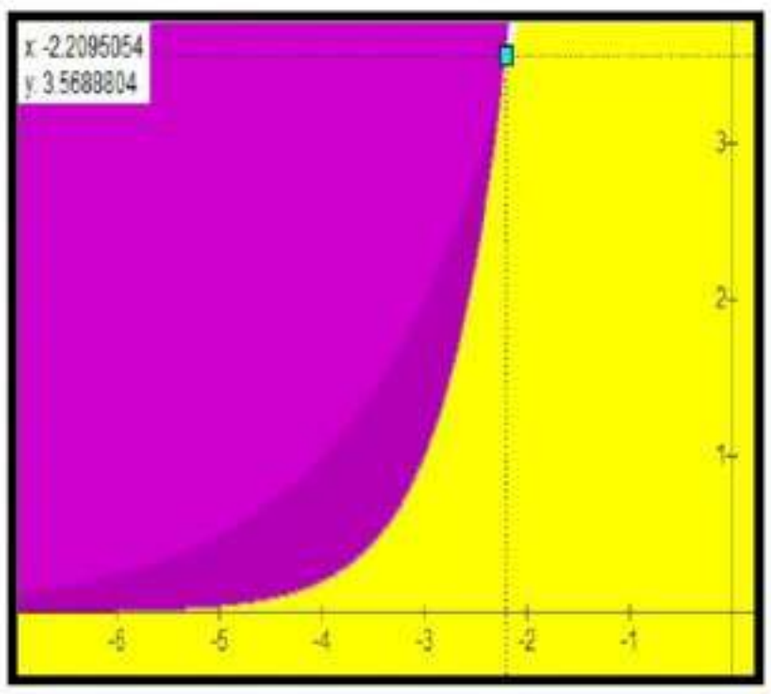
(8)

$$\{x \mid x > 3\}$$



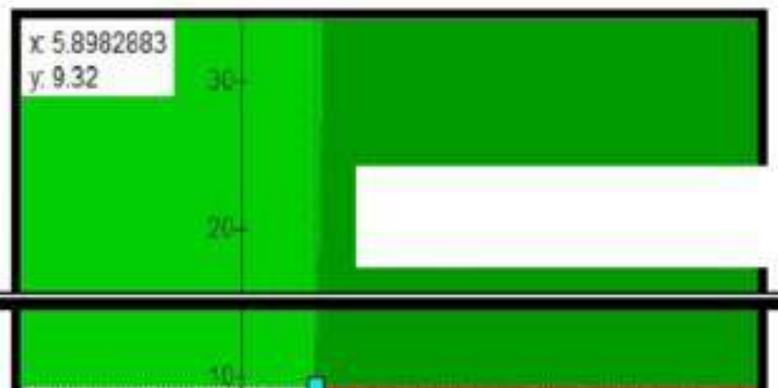
(9)

$$\{x \mid x < 2\}$$



(10)

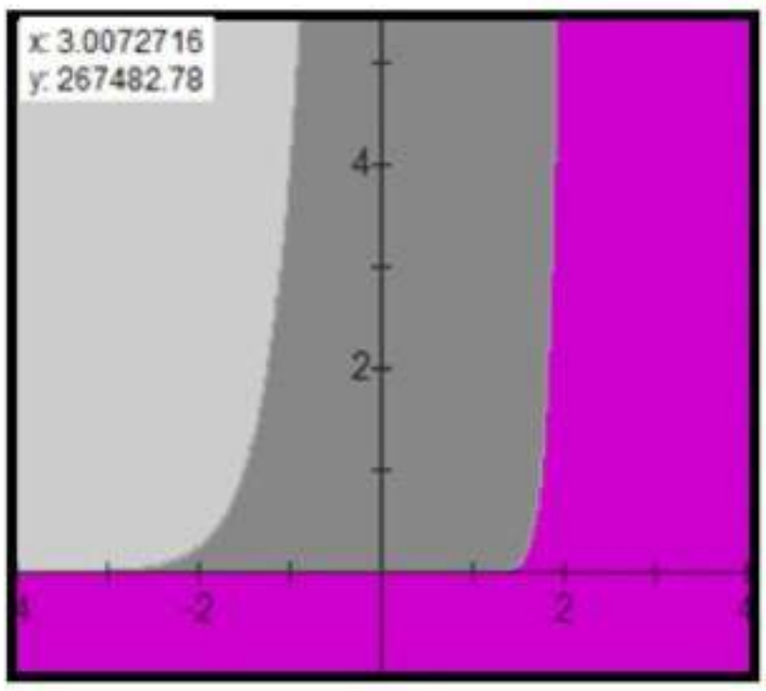
$$\{x \mid x \leq -2.2\}$$



(11)

$$\{x \mid x \geq 5.8983\}$$

(12)



$$\{x \mid x < 3.0072716\}$$

(13) أكتب:

بما أن النظام يتكون من عبارات في كل من الطرفين، فمهما كانت قيم حلول النظام ستحقق أي من المعادلة أو المتباينة.

(2-2)حل المعادلات والمتباينات الأسية

■ **تحقق من فهمك:**

(1A)

$$4^{2n-1} = 64 = 4^3$$

$$\therefore\ 2n - 1 = 3$$

$$\therefore\ 2n = 4$$

$$\therefore\ n = 2$$

(1B)

$$5^{5x} = 125^{x+2} = 5^{3(x+2)}$$

$$\therefore\ 5x = 3x + 6$$

$$\therefore\ 2x = 6$$

$$\therefore\ x = 3$$

■ **تحقق من فهمك:**

(2) إعادة تصنيع:

(2A) $y = 3.2 \times 10^6 (0.6)^x$

(2B) لا شيء.

■ **تحقق من فهمك:**

(3)

$$100000\left(1 + \frac{0.12}{24}\right)^{24.5} = 127117.29 \text{ ريـــــالاً}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(4)

(4A)

$$3^{2x-1} \geq 3^{-5}$$

$$\therefore\ 2x - 1 \geq -5$$

$$\therefore\ 2x \geq -4$$

$$\therefore\ x \geq -2$$

(4B)

$$2^{x+2} > 2^{-5}$$

$$\therefore\ x + 2 > -5$$

$$\therefore\ x > -5 - 2$$

$$\therefore\ x > -7$$

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي:

(1)

$8^{4x+2} = 64 = 8^2$

$\therefore\ 4x + 2 = 2$

$\therefore\ 4x = 0$

$\therefore\ x = 0$

(2)

$$5^{x-6} = 124 = 5^3$$

$$\therefore\ x - 6 = 3$$

$$\therefore\ x = 3 + 6$$

$$\therefore\ x = 9$$

(3)

$$3^{5x} = 27^{2x-4} = 3^{3(2x-4)}$$

$$\therefore\ 5x = 6x - 12$$

$$\therefore\ -x = -12$$

$$\therefore\ x = 12$$

(4)

$$16^{2y-3} = 4^{2(2y-3)} = 4^{y+1}$$

$$\therefore\ 4y - 6 = y + 1$$

$$\therefore\ 3y = 7$$

$$\therefore\ y = \frac{7}{3}$$

(5)

$$2^{6x} = 32^{x-2} = 2^{5(x-2)}$$

$$\therefore\ 6x = 5x - 10$$

$$\therefore\ x = -10$$

---

(6)

$$49^{x+5} = 7^{2(x+5)} = 7^{8x-6}$$

$$\therefore\ 2x + 10 = 8x - 6$$

$$\therefore\ 6x = 16$$

$$\therefore\ x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

(7)

$$81^{a+2} = 3^{4(a+2)} = 3^{3a+1}$$

$$\therefore\ 4a + 8 = 3a + 1$$

$$\therefore\ a = 1 - 8$$

$$\therefore\ x = -7$$

---

(8)

$$256^{b+2} = 4^{4(b+2)} = 4^{2-2b}$$

$$\therefore\ 4b + 8 = 2 - 2b$$

$$\therefore\ 6b = -6$$

$$\therefore\ b = -1$$

---

(9)

$$9^{3c+1} = 3^{2(3c+1)} = 27^{3c-1} = 3^{3(3c-1)}$$

$$\therefore\ 6c + 2 = 9c - 3$$

$$\therefore\ 3c = 5$$

$$\therefore\ c = \frac{5}{3}$$

---

(10)

$$8^{2y+4} = 16^{y+1}$$

$$\therefore\ 2^{3(2y+4)} = 2^{4(y+1)}$$

$$\therefore\ 6y + 12 = 4y + 4$$

$$\therefore\ 2y = -8$$

$$\therefore\ y = -4$$

(11) علوم:

(a $C = 2^{\frac{t}{15}}$

(b $C = 2^{\frac{60}{15}} = 2^4 = 16$ خلية

---

(12)

(a $y = 100000(1.045)^x$

(b $y = 100000(1.045)^{12} = 241171.4$ ريـــــــال

---

(13)

$$70000\left(1 + \frac{0.043}{12}\right)^{12.7} = 94533.78$$ تقريبا

(14)

$$50000\left(1+\frac{0.0225}{24}\right)^{24.6} = 57223.22 \quad \text{ريـــــــال}$$

حل كل متباينة مما يأتي:

(15)

$$4^{2x+6} \geq 64^{2x-4}$$

$$\therefore 4^{2x+6} \geq 4^{3(2x-4)}$$

$$\therefore 2x+6 \geq 6x-12$$

$$\therefore 18 \geq 4x$$

$$\therefore 4.5 \geq x$$

(16)

$$25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$$

$$\therefore 25^{y-3} \leq 25^{-2(y+3)}$$

$$\therefore y-3 \leq -2y-6$$

$$\therefore 3y \leq -3$$

$$\therefore y \leq -1$$

(17)

$$5^4 \geq 5^{a+8}$$

$$\therefore 4 \geq a+8$$

$$\therefore -4 \geq a$$

---

(18)

$$10^{5b+2} > 10^3$$

$$\therefore 5b + 2 > 3$$

$$\therefore 5b > 1$$

$$\therefore b > \frac{1}{5}$$

---

(19)

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{c-2} < 32^{2c}$$

$$\therefore 2^{-6(c-2)} < 2^{5(2c)}$$

$$\therefore -6c + 12 < 10c$$

$$\therefore 12 < 16c$$

$$\therefore \frac{12}{16} < c$$

$$\therefore \frac{3}{4} < c$$

---

(20)

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3}\right)^{2(3t+5)} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{5(t-6)}$$

$$\therefore 6t + 10 \geq 5t - 30$$

$$\therefore t \geq -40$$

أكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ للتمثيل البياني المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

(21) $y = 6.4(2.5)^x$

(22) $y = 256(0.75)^x$

(23) $y = 128(4.926)^x$

(24) $y = 144(3.5)^x$

---

(25) علوم:

(a

$$y(15) = 20 + 70(1.071)^{-15}$$

$$= 45.02 \ \overset{\circ}{c}$$

(b

$$y(30) = 20 + 70(1.071)^{-30}$$

$$= 28.942 \ \overset{\circ}{c}$$

c) أقل منهما

---

(26) أشجار:

$$d = 1.3h^{1.5}$$

حل كل معادلة أسية مما يأتي:

(27)

$$2^{-4x-1} = 8^{2x+1} = 2^{3(2x+1)}$$

$$\therefore\ -4x-1 = 6x+3$$

$$\therefore\ 10x = -4$$

$$\therefore\ x = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

(28)

$$5^{-x+5} = 25^{3x+2} = 5^{2(3x+2)}$$

$$\therefore\ -x+5 = 6x+4$$

$$\therefore\ 7x = 1$$

$$\therefore\ x = \frac{1}{7}$$

(29)

$$216 = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+3}$$

$$\therefore\ 6^3 = 6^{-x-3}$$

$$\therefore\ 3 = -x-3$$

$$\therefore\ x = -6$$

(30)

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{3x+4}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-2x+4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{3(3x+4)}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2(-2x+4)}$$

$$\therefore\ 9x+12=-4x+8$$

$$\therefore\ 13x=-4$$

$$\therefore\ x=-\frac{4}{13}$$

---

(31)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1}=\left(\frac{27}{8}\right)^{x-4}$$

$$\therefore \left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x-4)}$$

$$\therefore\ 5x+1=-3x+12$$

$$\therefore\ 8x=11$$

$$\therefore\ x=\frac{11}{8}$$

(32)

$$\left(\frac{25}{81}\right)^{2x+1} = \left(\frac{729}{125}\right)^{-3x+1}$$

$$\therefore \left(\frac{5}{9}\right)^{2(2x+1)} = \left(\frac{5}{9}\right)^{-3(-3x+1)}$$

$$\therefore\ 4x + 2 = 9x - 3$$

$$\therefore\ 5x = 5$$

$$\therefore\ x = 1$$

---

(33) سكان:

a) $y = 2.556(1.0187)^{x}$

b) تقريباً 6.455 مليار

c) التقدير أكبر من العدد الحقيقي للسكان بمقدار 375 مليون.

b) تقريباً 9.3498 مليار وبما أن التنبؤ بعدد السكان عام 2000 كان أكبر من العدد الحقيقي، فقد يكون هذا التنبؤ أكبر مما يكون علية في الواقع في ذلك الوقت.

---

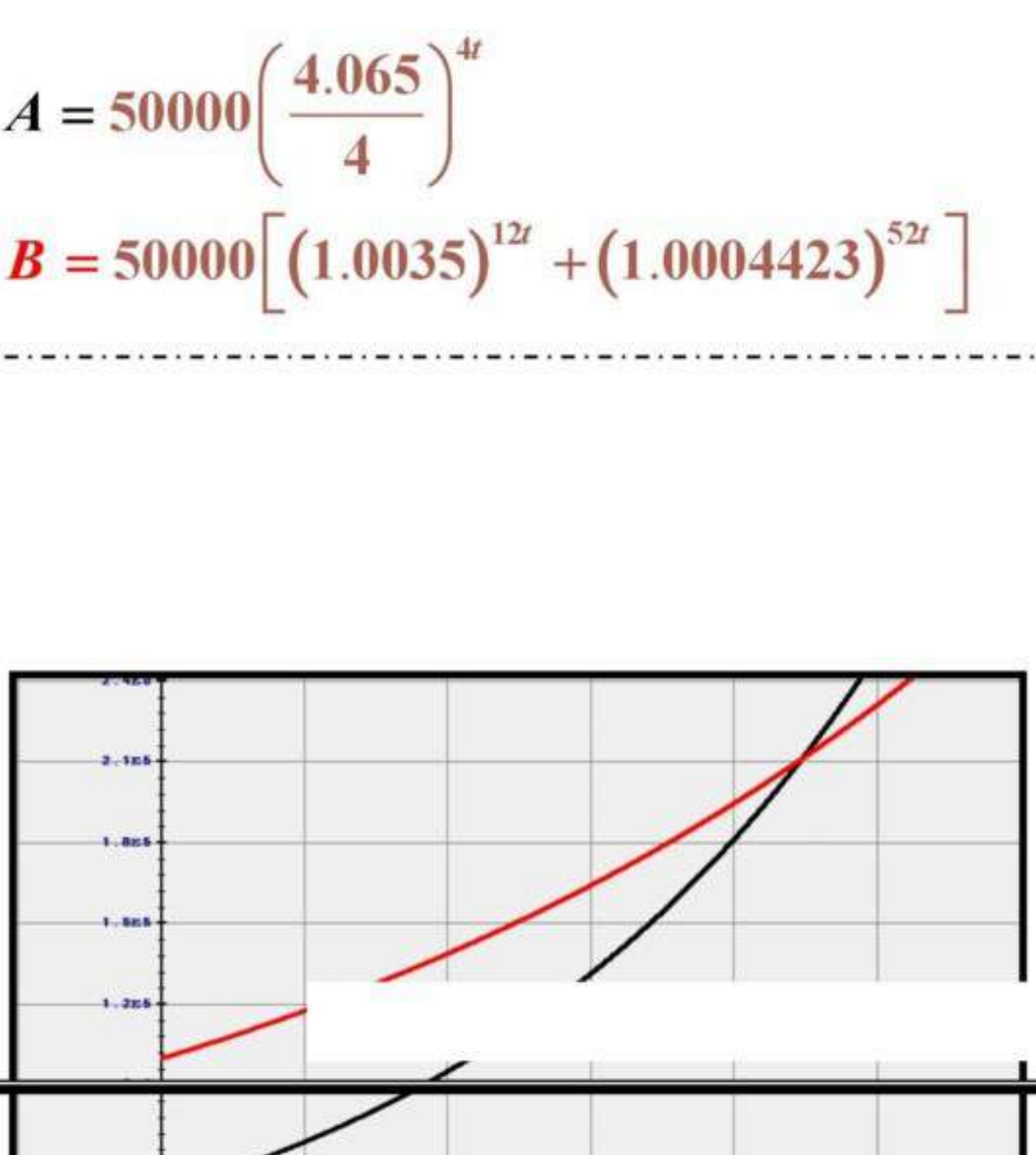
(34) ثقافة مالية:

(a

$$A = 50000\left(\frac{4.065}{4}\right)^{4t}$$

$$B = 50000\left[(1.0035)^{12t} + (1.0004423)^{52t}\right]$$

(b



c) خلال أول 22 سنة يكون الخيار الثاني أفضل؛ لأن المبلغ المتجمع منه أكبر من المبلغ المتجمع من الخيار الأول.

(35) تمثيلات متعددة:

a) حسيّاً: بعد القص الأول 2، بعد القص الثاني 4، بعد القص الثالث 8، بعد القص الرابع 16

b) جدولياً:

عدد القص	1	2	3	4
عدد القطع	2	4	8	16

c) رمزياً: $y = 2^x$

d) تحليلياً: $y = 0.003(2)^x$

e) تحليلياً: $3221225.47\ in$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(36) تحد:

$$16^{18}+16^{18}+16^{18}+16^{18}=4^{x}$$

$$\therefore 4\left(16^{18}\right)=4\left(4^{2(18)}\right)=4^{37}=4^{x}$$

$$\therefore\ x=37$$

---

(37) مسألة مفتوحة:

$$4^{x}=16$$

(38)

$$27^{2x}\square 81^{x+1}=3^{3(2x)}\square 3^{4(x+1)}$$

$$=3^{6x}\square 3^{4x+4}=3^{10x+4}$$

$$3^{2x+2}\square 9^{4x+1}=3^{2x+2}\square 3^{2(4x+1)}$$

$$=3^{2x+2}\square 3^{8x+2}=3^{10x+4}$$

B الطرفان متساويان، وهو المطلوب إثباتة.

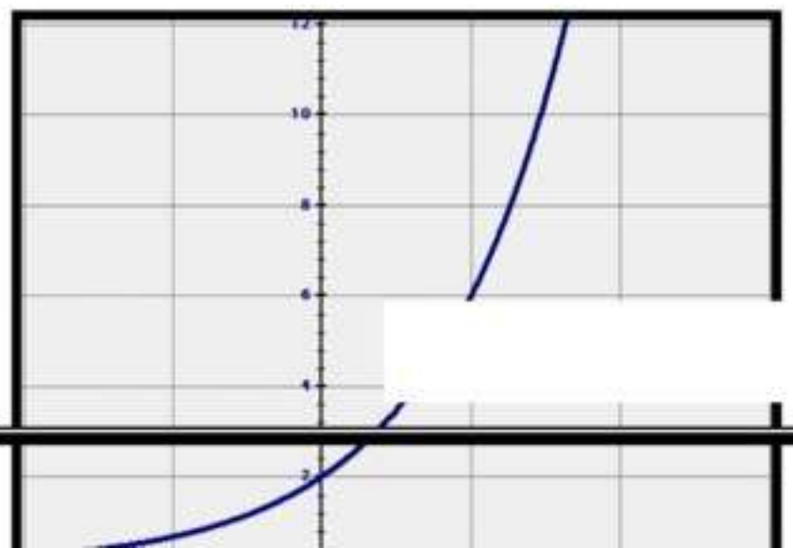
(39) تبرير:

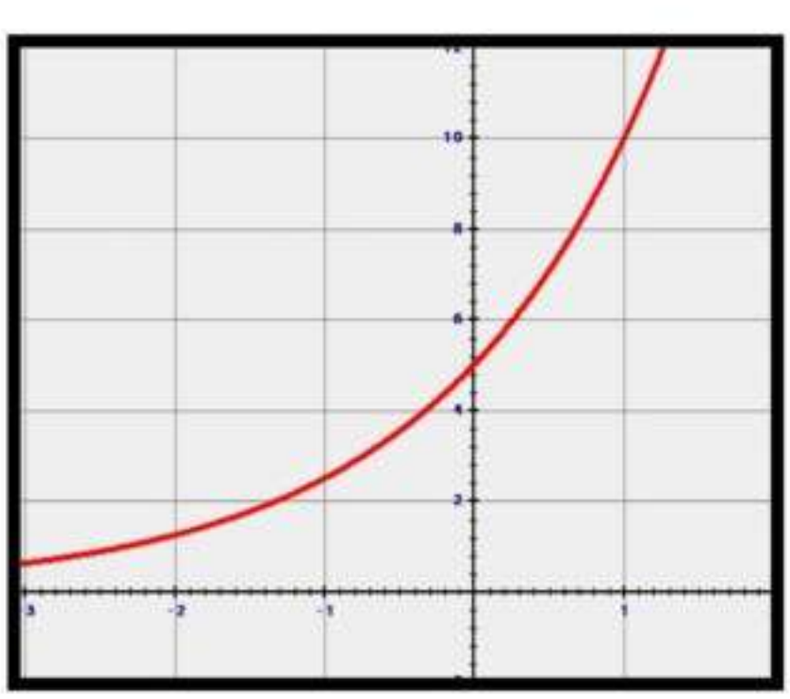
a) صحيحة دائماً، لأن 2^{x} موجبة لجميع قيم x، بينما $-(8)^{20x}$ سالبة لجميع قيم x.

مراجعة تراكمية

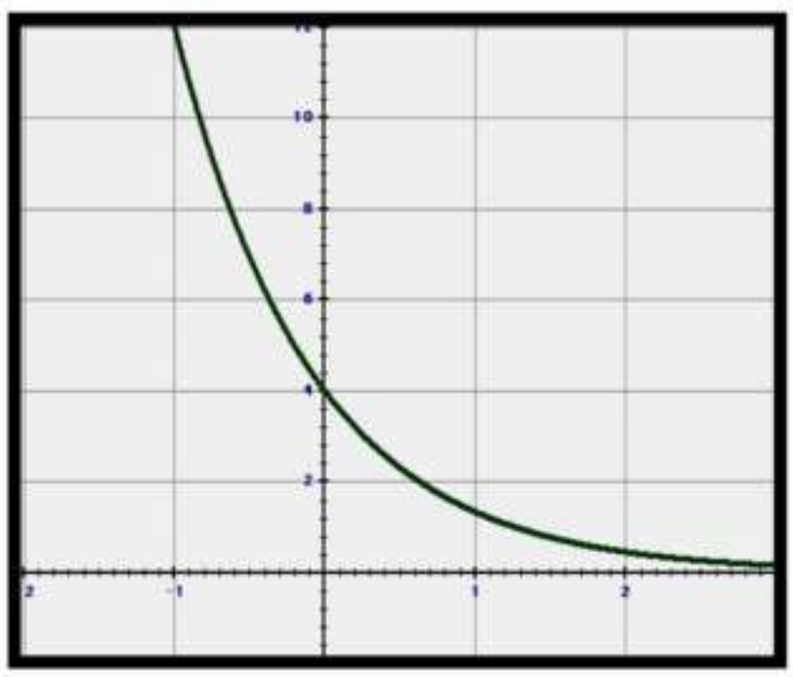
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

(40)





(41)



(42)

حل كل معادلة مما يأتي:

(43)

$$\sqrt{x+5}=3$$

$$\therefore x+5=9$$

$$\therefore x=4$$

(44)

$$\sqrt{3t-5}=7$$

$$\therefore 3t-5=49$$

$$\therefore 3t=54$$

$$\therefore x=18$$

(45)

$$2x-1=2^4=16$$

$$\therefore 2x=17$$

$$\therefore x=\frac{17}{2}$$

(46)

$$(5x+7)^{\frac{1}{5}}=2$$

$$\therefore 5x+7=2^5=32$$

$$\therefore 5x=25$$

$$\therefore x=5$$

(47)

$$3x-2=(-1)^5=-1$$

$$\therefore 3x=1$$

$$\therefore x=\frac{1}{3}$$

(48)

$$7x-1=(-2)^3=-8$$

$$\therefore 7x=-7$$

$$\therefore x=-1$$

أوجد $[g\circ h](x)$، $[h\circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية:

(49)

$$[g\circ h](x)=6x+1$$

$$[h\circ g](x)=-6x+7$$

(50)

$$[g\circ h](x)=x+4$$

$$[h\circ g](x)=|x|+4$$

أوجد كل دالة مما يأتي:

(51)

(3-3) المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين و الفرق بينهما

■ **تحقق من فهمك:**

(1)

(1A

$$\sin(15) = \sin(60-45) = \sin 60\cos 45 - \cos 60\sin 45$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

(1B

$$\cos(-15) = \cos(45-60) = \cos 60\cos 45 + \sin 60\sin 45$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(2)

(2A

$$2\sin(245t) = 2\sin(315t-30t)$$

(2B

$$2\sin(245) = 2\sin(315-30) = 2\left(\sin 315\cos 30 - \cos 315\sin 30\right)$$

$$= \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

تحقق من فهمك:

(3)

(3A

$$\sin(90-\theta) = \sin 90\cos\theta - \cos 90\sin\theta$$

$$= 1\times\cos\theta = \cos\theta$$

(3B

$$\tan(\frac{\pi}{4}+\theta) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\theta}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan\theta}$$

$$= \frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$$

تدرب وحل المسائل

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

(1)

$$\cos 165 = \cos(120+45) = \cos 120\cos 45 - \sin 120\sin 45$$
$$= \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

(2)

$$\cos 105 = \cos(60+45) = \cos 60\cos 45 - \sin 60\sin 45$$
$$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

(3)

$$\cos 75 = \cos(30+45) = \cos 30\cos 45 - \sin 30\sin 45$$
$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

(4)

$$\cos(\frac{\pi}{12}) = \cos(45-30) = \cos 45\cos 30 + \sin 45\sin 30$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

(5)

$$\sin(-30) = \sin(60-90) = \sin 60\cos 90 - \cos 60\sin 90$$

$$= -1\times\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

(6)

$$\sin(-210) = \sin(60-270) = \sin 60\cos 270 - \cos 60\sin 270$$

$$= 1\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(7)

$$\cos(135) = \cos(180-45) = \cos 180\cos 45 + \sin 180\sin 45 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(8)

$$\tan 195 = \tan(90+105) = \frac{\tan 90 + \tan 105}{1-\tan 90(\tan 105)}$$

$$= \frac{\tan 90 + \left[\dfrac{\tan 60 + \tan 45}{1-\tan 60\tan 45}\right]}{1-\tan 90\left[\dfrac{\tan 60 + \tan 45}{1-\tan 60\tan 45}\right]} = 2-\sqrt{3}$$

(9) كهرباء:

(a

$$C = 2\sin[90t + 30t]$$

(b

$$C = 2\sin(90+30) = 2(\sin 90\cos 30 + \cos 90\sin 30)$$

أمبير

$$= \cancel{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \sqrt{3}$$

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

(10)

$$\sin(90+\theta) = \sin 90\cos\theta + \cos 90\sin\theta$$

$$= 1 \times \cos\theta = \cos\theta$$

(11)

$$\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \cos\frac{3\pi}{2}\cos\theta + \sin\frac{3\pi}{2}\sin\theta$$

$$= \sin\frac{3\pi}{2} \times \sin\theta = \sin\theta$$

(12)

$$\tan(\theta + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sin(\theta + \frac{\pi}{2})}{\cos(\theta + \frac{\pi}{2})} = \frac{\sin\theta\cos\frac{\pi}{2} + \cos\theta\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\theta\cos\frac{\pi}{2} - \sin\theta\sin\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\cos\theta \times 1}{-\sin\theta \times 1} = -\cot\theta$$

(13)

$$\sin(\theta+\pi)=\sin\theta\cos\pi+\cos\theta\sin\pi$$
$$=\sin\theta\times-1=-\sin\theta$$

(14)

$$\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)=\cos\frac{\pi}{2}\cos\theta-\sin\frac{\pi}{2}\sin\theta$$
$$=-1\times\sin\theta=-\sin\theta$$

(15)

$$\tan(\theta+45)=\frac{\tan\theta+\tan 45}{1-\tan\theta\tan 45}$$
$$=\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$$

(16) إلكترونيات:

$$y_1+y_2=10\sin[2t+210+2t+30]$$
$$=10\sin[4t+240]=0$$

تداخل هدام أي أن كلاً من الموجتين تلاشي الأخرى.

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

(17)

$$\tan 165 = \tan(120+45) = \frac{\tan 120 + \tan 45}{1 - \tan 120 \tan 45}$$

$$= -2+\sqrt{3}$$

(18)

$$\sec 1275 = \frac{1}{\cos 1275} = \frac{1}{\cos 195} = \frac{1}{\cos(135+60)}$$

$$= \frac{1}{\cos 135 \cos 60 - \sin 135 \sin 60} = \sqrt{2}-\sqrt{6}$$

(19)

$$\sin 735 = \sin(360+375) = \sin 360 \cos 375 + \cos 360 \sin 375$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

(20)

$$\tan(\frac{23\pi}{12}) = -2+\sqrt{3}$$

(21)

$$\csc(\frac{5\pi}{12}) = \frac{1}{\sin(\frac{5\pi}{12})} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$$

(22)

$$\cot(\frac{113\pi}{12}) = \frac{\cos(\frac{113\pi}{12})}{\sin(\frac{113\pi}{12})} = 2-\sqrt{3}$$

(23)

$$\frac{\sin A + \tan\theta \cos A}{\cos A - \tan\theta \sin A}$$

$$= \frac{\left(\frac{\sin A}{\cos A} + \tan\theta\right)}{1 - \tan\theta \frac{\sin A}{\cos A}}$$

$$= \frac{\left(\tan A + \tan\theta\right)}{1 - \tan\theta \tan A}$$

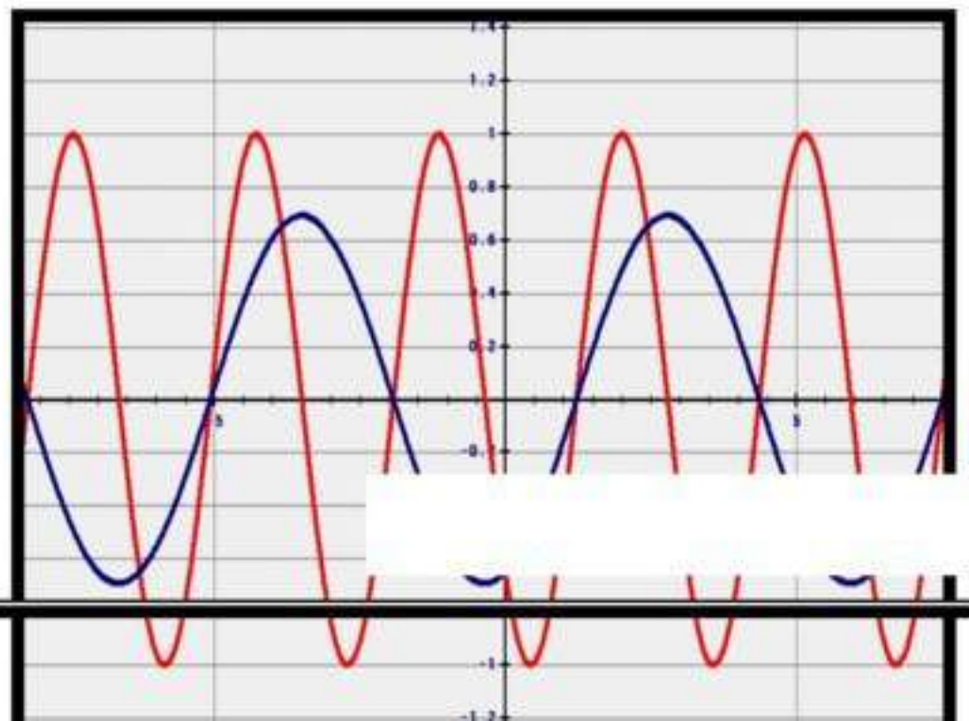
$$= \tan(A + \theta)$$

(24) تمثيلات متعددة:

a) جدولياً:

A	B	$\sin A$	$\sin B$	$\sin(A+B)$	$\sin A + \sin B$
30	90	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}$
45	60	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$
90	30	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}$

b) بيانياً:



c) **تحليلياً:**

$$\sin(30+45)=\sin(30)+\sin(45)$$

الطرف الأيمن $=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}$ **أي** 1.21 **تقريباً، وبما أن قيمة جيب أي زاوية لا يمكن أن يكون أكبر من** 1 **فإن هذة المعادلة خطأ.**

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

(25)

$$\frac{\tan A+\tan B}{\sec A\sec B}=\frac{\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\sin B}{\cos B}}{\frac{1}{\cos A}\square\frac{1}{\cos B}}$$

$$=\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin(A+B)$$

(26)

$$\frac{1-\tan A\tan B}{\sec A\sec B}=\frac{1-\frac{\sin A}{\cos A}\square\frac{\sin B}{\cos B}}{\frac{1}{\cos A}\square\frac{1}{\cos B}}$$

$$=\cos A\cos B-\sin A\sin B=\cos(A+B)$$

(27)

$$\frac{\sec A \sec B}{1+\tan A \tan B}=\frac{\dfrac{1}{\cos A}\dfrac{1}{\cos B}}{1+\dfrac{\sin A}{\cos A}\dfrac{\sin B}{\cos B}}$$

$$=\frac{1}{\cos A\cos B+\sin A\sin B}$$

$$=\frac{1}{\cos(A-B)}=\sec(A-B)$$

(28)

$$\sin(A+B)\sin(A-B)$$

$$=(\sin A\cos B+\cos A\sin B)(\sin A\cos B-\cos A\sin B)$$

$$=(\sin A\cos B)^2-(\cos A\sin B)^2$$

$$=\sin^2 A\cos^2 B-\sin^2 B\cos^2 A$$

$$=\sin^2 A\cos^2 B+\sin^2 A\sin^2 B-\sin^2 A\sin^2 B-\sin^2 B\cos^2 A$$

$$=\sin^2 A(\cos^2 B+\sin^2 B)-\sin^2 B(\sin^2 A+\cos^2 A)$$

$$=\sin^2 A\times 1-1\times\sin^2 B=\sin^2 A-\sin^2 B$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(29) تبرير:

$$\sin(\frac{\pi}{3}-\theta)\cos(\frac{\pi}{3}+\theta)-\cos(\frac{\pi}{3}-\theta)\sin(\frac{\pi}{3}+\theta)$$

$$=\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta-\frac{\pi}{3}-\theta\right)=\sin(-2\theta)$$

(30) تحد:

$$\cot(A+B)=\frac{1}{\tan(A+B)}=\frac{1}{\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}}$$

$$=\frac{1-\tan A\tan B}{\tan A+\tan B}=\frac{1-\frac{1}{\cot A}\frac{1}{\cot B}}{\frac{1}{\cot A}+\frac{1}{\cot B}}$$

$$=\frac{\cot A\cot B-1}{\cot A+\cot B}$$

(31) برهان:

$$d=\sqrt{(\cos A-\cos B)^2+(\sin A-\sin B)^2}$$

$$\therefore d^2=\cos^2 A-2\cos A\cos B+\cos^2 B+\sin^2 A-2\sin A\sin B+\sin^2 B$$

$$\therefore d^2=1+1-2\cos A\cos B-2\sin A\sin B$$

$$\therefore d^2=2-2[\cos A\cos B+\sin A\sin B]$$

$$\therefore d^2=2-2\cos(A+B)$$

(32) أكتب:

قد تختلف الإجابات من فرد لآخر تبعاً لوجهة نظره.

(33) مسألة مفتوحة:

$A = 35\ ,\ B = 60\ ,\ C = 85$

$0.7002 + 1.7321 + 11.4301 = 13.86$

بسط كل من العبارتين الآتيتين:

(34)

$$\sin\theta\csc\theta-\cos^2\theta$$

$$=\sin\theta\frac{1}{\sin\theta}-\cos^2\theta$$

$$=1-\cos^2\theta=\sin^2\theta$$

(35)

$$\cos^2\theta\sec\theta\csc\theta$$

$$=\frac{\cos^{\cancel{2}}\theta}{\sin\theta\cancel{\cos\theta}}=\cot\theta$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

(36) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(37) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

(38) $\frac{\sqrt{193}}{12}$

(39) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

(40) $\frac{\sqrt{39}}{4}$

أثبت صحة كل من المتطابقتين الآتيتين:

(41)

$$\frac{\sin\theta}{\tan\theta}+\frac{\cos\theta}{\cot\theta}=\frac{\sin\theta}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}+\frac{\cos\theta}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$$

$$=\frac{\cos\theta\,\cancel{\sin\theta}}{\cancel{\sin\theta}}+\frac{\sin\theta\,\cancel{\cos\theta}}{\cancel{\cos\theta}}$$

$$=\cos\theta+\sin\theta$$

(42)

$$\sec\theta(\sec\theta-\cos\theta)$$

$$=\frac{1}{\cos\theta}\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)=\frac{1}{\cos^2\theta}-1$$

$$=\sec^2\theta=\tan^2\theta$$

تدرب على إختبار

(43)

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\longleftarrow\longleftarrow\longleftarrow B$$

(44)

$$\cos\theta=-0.3\qquad\therefore\sin\theta=\frac{\sqrt{91}}{10}\longleftarrow\longleftarrow\longleftarrow$$

$$\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{3\sqrt{91}}{91}$$

إختبار منتصف الفصل

بسط كل عبارة مما يأتي:

(1)

$$\cot\theta\sec\theta$$

$$=\frac{\cancel{\cos\theta}}{\sin\theta}\square\frac{1}{\cancel{\cos\theta}}=\frac{1}{\sin\theta}=\csc\theta$$

(2)

$$\frac{1-\cos^2\theta}{\sin^2\theta}=\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}=1$$

(3)

$$\frac{1}{\cos\theta}-\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}=\frac{1-\sin^2\theta}{\cos\theta}=\frac{\cos^2\theta}{\cos\theta}=\cos\theta$$

(4)

$$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)\csc\theta=\cancel{\sin\theta}\square\frac{1}{\cancel{\sin\theta}}=1$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

(5) $\frac{4}{5}$

(6) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

(7) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

(8) **إختيار من متعدد:**

$\sec\theta$ ←←←← ***D***

(9) **مدينة ألعاب:**

(a $\theta = 11.5^\circ$ **تقريباً**

(b $\nu = 4 \ \ m/\sec$

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

(10)

$$\frac{\cot\theta}{\cos\theta\sin\theta} = \frac{\cancel{\cos\theta}}{\sin\theta\cancel{\cos\theta}\sin\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta} = \csc^2\theta$$

(11)

$$\frac{\cos\theta\csc\theta}{\cot\theta} = \frac{\cos\theta\square\frac{1}{\sin\theta}}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{\frac{\cancel{\cos\theta}}{\cancel{\sin\theta}}}{\frac{\cancel{\cos\theta}}{\cancel{\sin\theta}}} = 1$$

(12)

$$\frac{\sin\theta\tan\theta}{1-\cos\theta}=\frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}}{1-\cos\theta}=\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta(1-\cos\theta)}=\frac{\cancel{(1-\cos\theta)}(1+\cos\theta)}{\cos\theta\cancel{(1-\cos\theta)}}$$

$$=\frac{(1+\cos\theta)}{\cos\theta}=(1+\cos\theta)\square\frac{1}{\cos\theta}=(1+\cos\theta)\square\sec\theta$$

(13)

$$\frac{\cos\theta\sin\theta}{1+\sin\theta}=\frac{\cos\theta\sin\theta(1-\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}=\frac{\cos\theta\sin\theta(1-\sin\theta)}{1-\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\cancel{\cos\theta}\sin\theta(1-\sin\theta)}{\cos^{\cancel{2}}\theta}$$

$$=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}(1-\sin\theta)=\tan\theta(1-\sin\theta)$$

(14) حاسوب:

(a

$$h=\sqrt{225-144}=\sqrt{81}=9 \text{ in}$$

(b

$$\cot\theta=\frac{9}{12}$$

$$\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{12}{15}\div\frac{9}{15}=\frac{12}{9}$$

$$\therefore \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

(15)

$$\frac{\sin\theta\sec\theta(\sec\theta+1)}{(\sec\theta-1)(\sec\theta+1)}=\frac{\sin\theta\frac{1}{\cos\theta}(\sec\theta+1)}{\sec^2\theta-1}$$

$$=\frac{\cancel{\tan\theta}\,(\sec\theta+1)}{\tan^{\cancel{2}}\theta}=\frac{\sec\theta+1}{\tan\theta}=(\sec\theta+1)\cot\theta$$

(16)

$$\tan^2\theta-\sin^2\theta=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}-\sin^2\theta=\frac{\sin^2\theta-\sin^2\theta\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\theta(1-\cos^2\theta)}{\cos^2\theta}=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\sin^2\theta=\tan^2\theta\sin^2\theta$$

(17)

$$\frac{\cos\theta\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{\cos\theta\sin\theta(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}=\frac{\cos\theta\sin\theta(1-\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{\cos\theta\,\cancel{\sin\theta}\,(1-\cos\theta)}{\sin^{\cancel{2}}\theta}=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}(1-\cos\theta)$$

$$=\cot\theta(1-\cos\theta)$$

دون استخدام الألة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

(18) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

(19) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(20) $2-\sqrt{3}$

(21) $2-\sqrt{3}$

(22) **إختيار من متعدد:**

C) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ←←←←

(23)

$$\cos 30 \cos\theta + \sin 30 \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta$$

$$\sin 60 \cos\theta + \cos 60 \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta$$

(3-4) المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

■ **تحقق من فهمك:**

(1)

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$= 2\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(\frac{-1}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(2)

(2A

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$= 1 - 2\left(\frac{8}{9}\right) = -\frac{7}{9}$$

(2B

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(3)

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\frac{\sqrt{18+6\sqrt{5}}}{6}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(4)

(4A

$$g=978+5.17\sin^2 L-0.014\sin L\cos L$$

$$=978+5.17(1-\cos 2L)-0.014(\frac{\sin 2L}{2})$$

$$=978+5.17-5.17\cos 2L-0.028\sin 2L$$

$$=g=983.17-5.17\cos 2L-0.028\sin 2L$$

$$g=983.17-5.17\cos 90-0.028\sin 90$$

(4B

$$g=983.17-0.028\sin 90$$

$$=983.142$$

■ **تحقق من فهمك:**

(5)

$$4\cos^2 x-\sin^2 2x$$

$$=4\cos^2 x-4\sin^2 x\cos^2 x=4\cos^2 x\left(1-\sin^2 x\right)$$

$$=4\cos^2 x\cos^2 x=4\cos^4 x$$

تدرب وحل المسائل

دون استعمال الألة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل من $\cos\frac{\theta}{2}$ ، $\sin\frac{\theta}{2}$ ، $\cos 2\theta$ ، $\sin 2\theta$ إذا كان:

(1)

$$\sin\theta=\frac{1}{4}\ ,\ \therefore\sin^2\theta=\frac{1}{16}\ ,\ \therefore\cos^2\theta=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}\ ,\ \therefore\cos\theta=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\cdot\frac{1}{16}=\frac{7}{8}$$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{8}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{15}}{4}}{2}}=\pm\frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}{4}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{15}}{4}}{2}}=\pm\frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{4}$$

(2)

$$\sin\theta=\frac{4}{5}\ ,\ \therefore\sin^2\theta=\frac{16}{25}\ ,\ \therefore\cos^2\theta=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}\ ,\ \therefore\cos\theta=-\frac{3}{5}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\left(\frac{16}{25}\right)=-\frac{7}{25}$$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{-3}{5}\right)=-\frac{24}{25}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\frac{-3}{5}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\frac{-3}{5}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{4}{5}}$$

(3)

$$\cos\theta=\frac{3}{5}\ ,\ \therefore\cos^2\theta=\frac{9}{25}\ ,\ \therefore\sin^2\theta=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}\ ,\ \therefore\sin\theta=-\frac{4}{5}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\left(\frac{16}{25}\right)=-\frac{7}{25}$$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{24}{25}$$

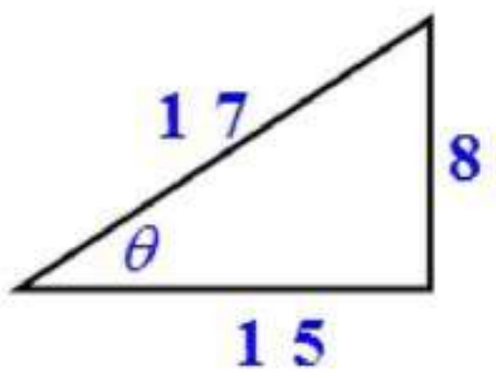
$$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\frac{3}{5}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{2}{5}}$$

(4)

$$\tan\theta=\frac{-8}{15}\quad\therefore\cos\theta=-\frac{15}{17}\quad,\therefore\sin\theta=\frac{8}{17}\quad,\quad\therefore\sin^2\theta=\frac{64}{289}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\square\frac{64}{289}=\frac{161}{289}$$



$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\square\frac{8}{17}\square\frac{-15}{17}=-\frac{240}{289}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\frac{-15}{17}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{17}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\frac{-15}{17}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{16}{17}}=\pm\frac{4}{\sqrt{17}}$$

(5)

$$\sin\theta=\frac{2}{3}\quad,\quad\therefore\sin^2\theta=\frac{4}{9}\quad,\quad\therefore\cos^2\theta=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}\quad,\therefore\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\square\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\square\frac{2}{3}\square\frac{-\sqrt{5}}{3}=-\frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\frac{-\sqrt{5}}{3}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{6}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\frac{-\sqrt{5}}{3}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{6}}$$

(6)

$$\sin\theta=-\frac{15}{17}\ ,\ \therefore\sin^2\theta=\frac{225}{289}\ ,\ \therefore\cos^2\theta=1-\frac{225}{289}=\frac{64}{289}\ ,\ \therefore\cos\theta=-\frac{8}{17}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\square\frac{225}{289}=-\frac{161}{289}$$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\square\frac{-15}{17}\square\frac{-8}{17}=\frac{240}{289}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1+\frac{-8}{17}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{9}{14}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1-\frac{-8}{17}}{2}}=\pm\sqrt{\frac{25}{14}}$$

(7)

$$\tan\theta=-2\ \therefore\tan^2\theta=4\ \therefore\sec^2\theta=5\ \therefore\sec\theta=-\sqrt{5}$$

$$\therefore\cos\theta=-\frac{1}{\sqrt{5}}\ ,\therefore\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}\ ,\ \therefore\sin^2\theta=\frac{4}{5}$$

$$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\square\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{4}{5}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} = \pm\sqrt{\frac{1+\frac{-1}{\sqrt{5}}}{2}} = \pm\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} = \pm\sqrt{\frac{1-\frac{-1}{\sqrt{5}}}{2}} = \pm\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

(8)

$$\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

(9)

$$\cos 15 = \sqrt{\frac{1+\cos 30}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

(10)

$$\sin 75 = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

(11)

$$\sin 165 = \sqrt{3}-2$$

(12)

$$\sin 165 = 2+\sqrt{3}$$

(13) كرة قدم:

$$d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g} \qquad (a$$

$d = 81\ ft$ تقريباً (b

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

(14)

$$\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{1-\left(1-2\sin^2\theta\right)}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{\cancel{2}\sin^2\theta}{\cancel{2}\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

(15)

$$\tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

(16)

$$\frac{2}{\cot\theta-\tan\theta}=\frac{2}{\cot\theta-\tan\theta}\frac{\tan\theta}{\tan\theta}=\frac{2\tan\theta}{\cot\theta\tan\theta-\tan^2\theta}$$

$$=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\tan 2\theta$$

(17)

$$\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2}$$

$$=\frac{\sin 2(\frac{\theta}{2})}{2}=\frac{\sin\theta}{2}$$

(18) العدد ماخ:

(a

$$\frac{1}{M}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

(b

$$M=6$$

(19) إلكترونيات:

$$P=I_{\circ}^{2}R\sin^2 t\theta=\frac{1}{2}I_{\circ}^{2}R-\frac{1}{2}I_{\circ}^{2}R\cos 2t\theta$$

(20) كرة قدم:

إذا كانت $\theta=45+\alpha$

$$d = \frac{v^2 \sin 2(45+\alpha)}{g} = \frac{v^2 \sin(90+2\alpha)}{g}$$

$$= \frac{v^2(\sin 90\cos\alpha + \cos 90\sin\alpha)}{g}$$

$$= \frac{v^2 \cos 2\alpha}{g}$$

إذا كانت $\theta = 45 - \alpha$

$$d = \frac{v^2 \sin 2(45-\alpha)}{g} = \frac{v^2 \sin(90-2\alpha)}{g}$$

$$= \frac{v^2(\sin 90\cos\alpha - \cos 90\sin\alpha)}{g}$$

$$= \frac{v^2 \cos 2\alpha}{g}$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل من $\tan 2\theta$ ، $\cos 2\theta$ ، $\sin 2\theta$ إذا كان:

(21)

$$\cos\theta = \frac{4}{5} \ , \ \therefore \cos^2\theta = \frac{16}{25} \ , \ \therefore \sin^2\theta = \frac{9}{25} \ , \ \therefore \sin\theta = \frac{3}{5} \ , \ \therefore \tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2\square\frac{9}{25} = \frac{7}{25}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\cdot\frac{3}{4}}{1-\frac{9}{16}} = \frac{24}{7}$$

(22)

$$\sin\theta = \frac{1}{3}\ ,\ \therefore \sin^2\theta = \frac{1}{9}\ ,\ \therefore \cos^2\theta = \frac{8}{9}\ ,\ \therefore \cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}\ ,\ \therefore \tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 2\theta = 1-2\sin^2\theta = 1-2\cdot\frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

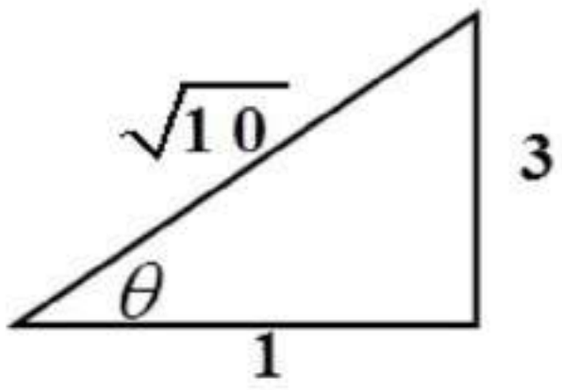
$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}}{1-\frac{2}{16}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

(23)

$$\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}\ ,\ \therefore \sin^2\theta = \frac{9}{10}\ ,\ \therefore \cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}\ ,\ \therefore \tan\theta = -3$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2\left(\frac{9}{10}\right) = -\frac{4}{5}$$



$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right) = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2(-3)}{1-9} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(24)

$$\cos\theta = -\frac{3}{4}\ ,\ \therefore\cos^2\theta = \frac{9}{16}\ ,\ \therefore\sin^2\theta = \frac{7}{16}\ ,\ \therefore\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}\ ,\ \therefore\tan\theta = -\frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2\left(\frac{7}{16}\right) = \frac{1}{8}$$

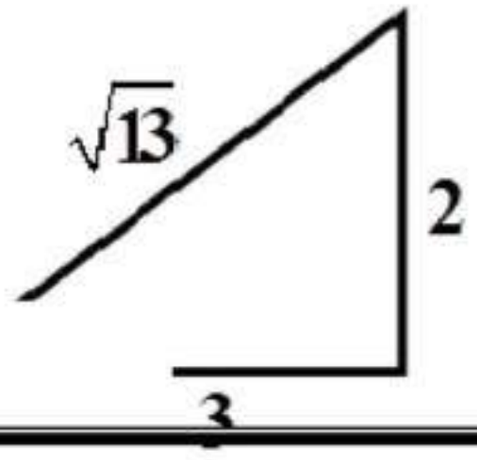
$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)\left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{-3\sqrt{7}}{8}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\left(\frac{-\sqrt{7}}{3}\right)}{1-\frac{7}{9}} = -3\sqrt{7}$$

(25)

$$\sin\theta = -\frac{2}{\sqrt{13}}\ ,\ \therefore\sin^2\theta = \frac{4}{13}\ ,\ \therefore\cos\theta = -\frac{3}{\sqrt{13}}\ ,\ \therefore\tan\theta = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2\left(\frac{4}{13}\right) = \frac{5}{13}$$



$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\left(\frac{-2}{\sqrt{13}}\right)\left(\frac{-3}{\sqrt{13}}\right) = \frac{12}{13}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\left(\frac{2}{3}\right)}{1-\frac{4}{9}} = \frac{12}{5}$$

(26) تمثيلات متعددة:

تختلف الإجابات من شخص لآخر حسب وجهة نظره.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(27) إكتشف الخطأ:

كلاهما أخطأ، حيث طرح سعيد الجذور التربيعية بطريقة غير صحيحة، كما استعمل سلمان متطابقة نصف الزاوية، ولاكنة أخطأ في إيجاد قيمة $\cos 30$ في المتطابقة كلها فكتبها $\frac{1}{2}$ بدلاً من $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(28) تحد:

الزاوية $\angle PBD$ هي زاوية محيطية تقابل القوس نفسة الذي تقابلة الزاوية المركزية $\angle POD$ لذا فإن $m\angle(PBD) = \frac{1}{2}m\angle(PoD)$

وباستعمال المثلث القائم نجد أن

$$\tan\frac{\theta}{2} = \tan(\mathrm{PBA}) = \frac{PA}{BA} = \frac{PA}{1+OA}$$

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{\frac{AP}{OP}}{1+\frac{OA}{OP}}=\frac{AP}{1+OA}$$

(29) أكتب:

إذا أعطيت فقط قيمة $\cos\theta$ فإن $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ هي أفضل متطابقة يمكن استعمالها.
وإذا أعطيت فقط قيمة $\sin\theta$ فإن $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ هي أفضل متطابقة يمكن استعمالها.
وإذا أعطيت كلا من $\sin\theta$ ، $\cos\theta$ فإن $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ هي أفضل متطابقة يمكن استعمالها.

(30) برهان:

$$\sin 2\theta = \sin(\theta+\theta)$$
$$= \sin\theta\cos\theta + \sin\theta\cos\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$\cos 2\theta = \cos(\theta+\theta)$$
$$= \cos\theta\cos\theta - \sin\theta\sin\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

(31) تبرير:

$$2\cos^2\theta - 1 = \cos 2\theta$$
$$\theta = \frac{A}{2} \quad \therefore 2\theta = A$$
$$\therefore 2\cos^2\frac{A}{2} - 1 = \cos A$$
$$\therefore \cos^2\frac{A}{2} = \frac{1+\cos A}{2}$$
$$\therefore \cos\frac{A}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$$

$$1 - 2\sin^2\theta = \cos 2\theta$$
$$\theta = \frac{A}{2} \quad \therefore 2\theta = A$$
$$\therefore \sin^2\frac{A}{2} = \frac{1-\cos A}{2}$$
$$\therefore \sin\frac{A}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$$

(32)

$$d = \frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{v^2\sin 2\theta}{g}$$

تكون أكثر قيمة لـ d عند $\sin 2\theta = 1$ ويكون هذا عند $2\theta = 90$ أو عند $\theta = 45$

مراجعة تراكمية

أثبت صحة كل ن المتطابقات الآتية:

(33)

$$\frac{\cos^2\theta+\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$=\frac{\cos^{\cancel{2}}\theta}{\sin\theta\,\cancel{\cos\theta}}+\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cancel{\sin\theta}\,\cos\theta}$$

$$=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=\cot\theta+\sec\theta$$

(34)

$$\left(1-\cos^2\theta\right)+\frac{\sec^2\theta}{\csc^2\theta}=$$

$$\sin^2\theta+\frac{\frac{1}{\cos^2\theta}}{\frac{1}{\sin^2\theta}}=\sin^2\theta+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$$=\sin^2\theta+\tan^2\theta$$

(35)

$$\left(\sin\theta-\cos\theta\right)^2=$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$$

$$=1-2\sin\theta\cos\theta$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

$$\sin 135=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (36)$$

$$\cos 105=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \quad (37)$$

$$\sin 285=\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad (38)$$

$$\cos(210)=-\frac{\sqrt{3}+2}{4} \quad (39)$$

$$\sin(-240)=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (40)$$

$$\cos(-120) = -\frac{1}{2} \quad (41)$$

$$\cos 78\cos 18 + \sin 78\sin 18 = \cos(78-18) = \cos 60 = \frac{1}{2} \quad (42)$$

تدرب على إختبار

(43)

$\sqrt{3}-2 \longleftarrow\longleftarrow\longleftarrow B$

(44)

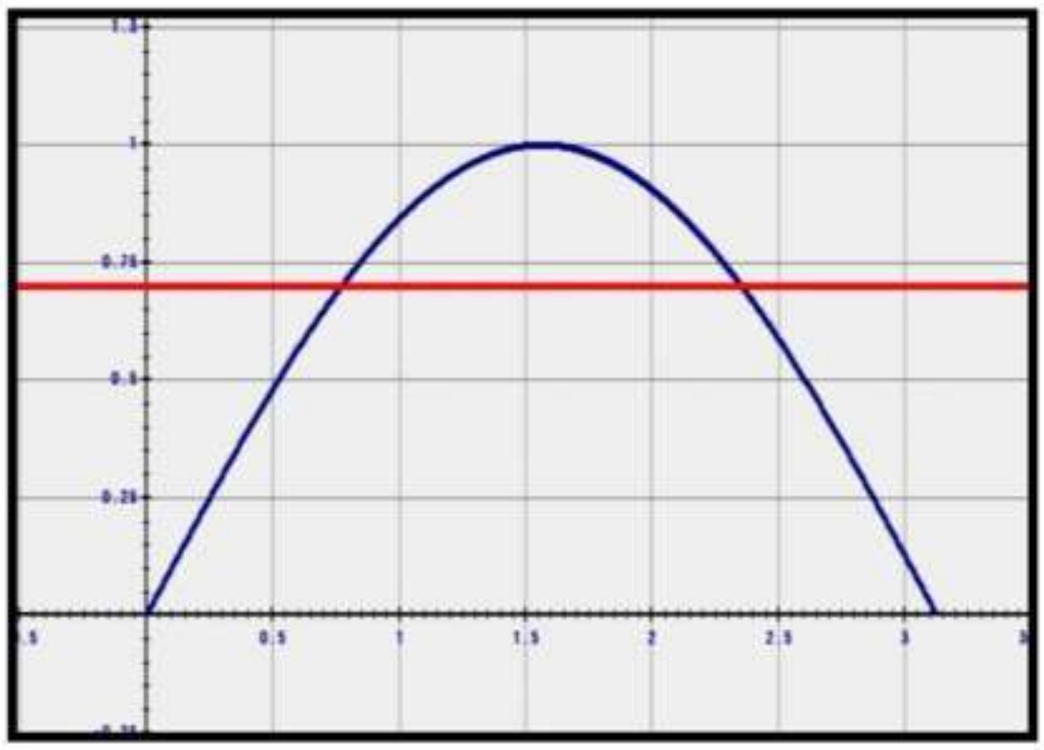
$y = \frac{1}{3}\cos 2B \longleftarrow\longleftarrow\longleftarrow B$

ستكشاف (3 – 5) معمل الحاسبة البيانية

حل المعادلات المثلثية

استعمل الحاسبة البيانية لحل المعادلات الآتية لقيم x جميعها الموضحة بجانب كل منها:

(1)

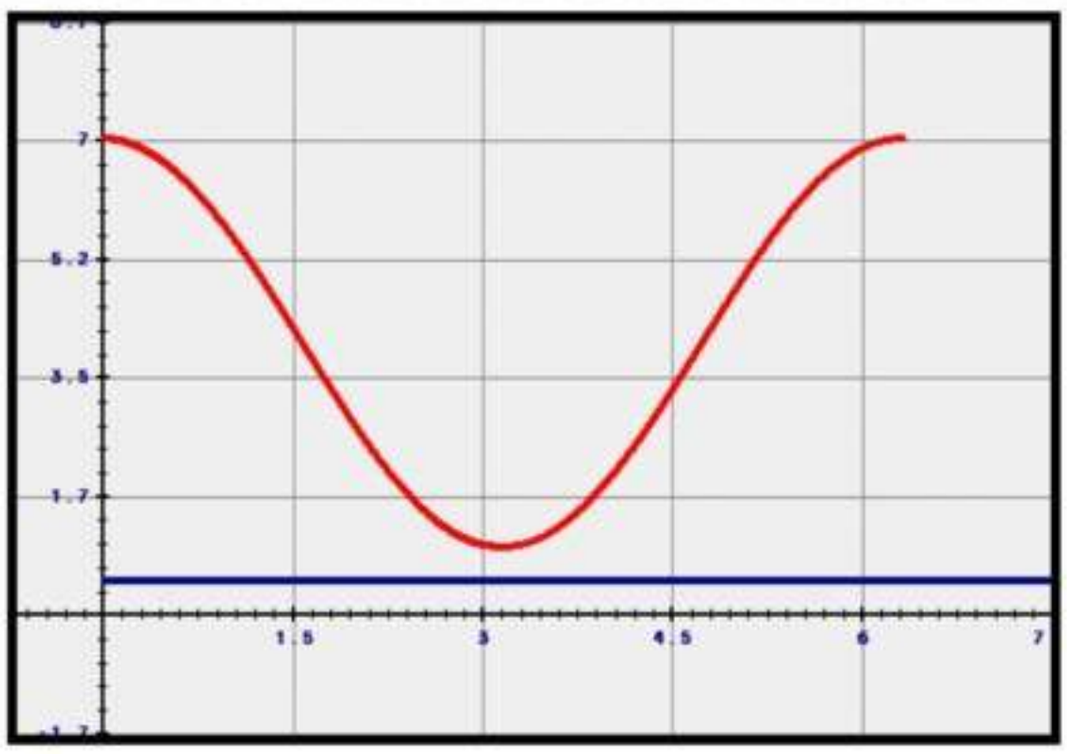


$x = 44.4$, $x = 135.6$

(2)

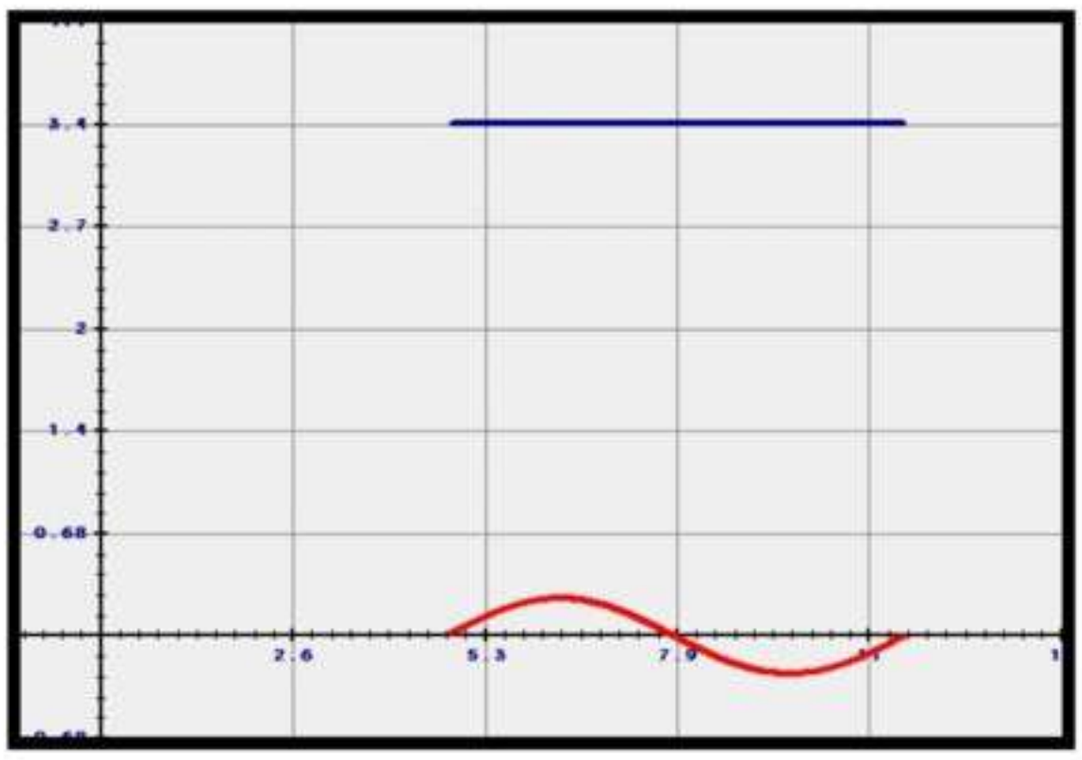
$$x = \{53.43\ ,137.81\}$$

(3)



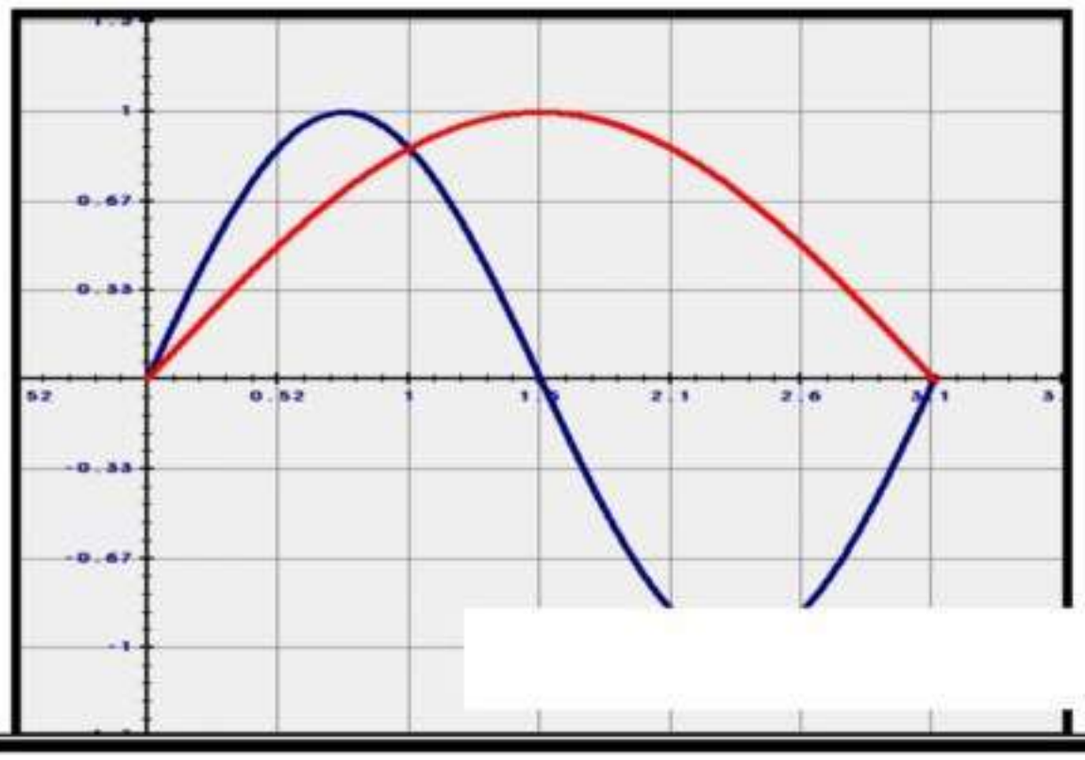
لا يوجد حل حقيقي

(4)



لا يوجد حل حقيقي

(5)



$$x = \{0\ ,\ 115.38\}$$

$$\log_2(x+6)=5$$

$$\therefore x+6=5^2=25$$

$$\therefore x=19$$

تدرب على اختبار

(64)

$\log_5 2 \leftarrow\leftarrow\leftarrow A$

---

(65)

$1 \leftarrow\leftarrow\leftarrow C$

(2-5) حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية.

■ **تحقق من فهمك:**

(1)

(1A $x = 9^{\frac{3}{2}} = 27$

(1B $x = 16^{\frac{5}{2}} = 1024$

■ **تحقق من فهمك:**

(2)

$$x^2 - 15 = 2x$$

$$\therefore x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\therefore (x-5)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \quad , \quad x = -3$$

تحقق عوض عن كل من القيمتين

$x = 5$

$\log_3 (25-15) \overset{?}{=} \log_3 2(5)$

$\log_3 10 = \log_3 10$ c

$x = -3$

$\log_3 (9-15) \overset{?}{=} \log_3 2(-3)$

$\log_3 (-4) = \log_3 (-6)$ d

الإجابة الصحيحة هي $C \leftarrow 5$

■ **تحقق من فهمك:**

(3)

(3A

$$2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$$

$$\therefore x^2 = 27 \times 3$$

$$\therefore x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9 \quad , \quad x = -9$$

تحقق عوض عن كل من القيمتين

$x = 9$

$$2\log_7 9 \overset{?}{=} \log_7 27 + \log_7 3$$

$$\log_3 81 = \log_3 81 \quad \text{c}$$

$x = -9$

$$2\log_7(-9) \overset{?}{=} \log_7 27 + \log_7 3 \quad \text{d}$$

(3B

$$\log_6 x + \log_6 (x+5) = 2$$

$$\therefore \log_6 x(x+5) = \log_6 36$$

$$\therefore x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$\therefore (x+9)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -9 \quad , \quad x = 4$$

تحقق عوض عن كل من القيمتين

$x = -9$

$$\log_6(-9) + \log_6(-9+5) \overset{?}{=} 2$$

$$\log_6(-9)(-4) = \log_6 36 = 2 \quad \text{c}$$

$x = 4$

$$\log_6 4 + \log_6 (4+5) \overset{?}{=} 2$$

$$\log_6 (4 \square 9) = \log_6 36 = 2 \quad \text{c}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(4)

(4A)

$$x \geq 4^3$$

$$\{x \mid x \geq 64\}$$

(4B

$$x < 2^4$$

$$\{x \mid 0 < x < 16\}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(5)

$$2x + 1 \leq x + 4$$

$$\therefore x \leq 3$$

$$\left\{x \left| \frac{-1}{2} < x \leq 3 \right.\right\}$$

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي:

(1) $x = 8^{\frac{4}{3}} = 16$

(2) $x = 16^{\frac{3}{4}} = 8$

$$x = 81^{\frac{4}{3}} = 27 \quad (3)$$

$$x = 25^{\frac{5}{2}} = 3125 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} = 8^{x} \qquad \therefore x = -\frac{1}{3} \quad (5)$$

$$\frac{1}{36} = 6^{x} \qquad \therefore x = -2 \quad (6)$$

$$32 = x^{\frac{5}{2}} \qquad \therefore x = 4 \quad (7)$$

$$27 = x^{\frac{3}{2}} \qquad \therefore x = 9 \quad (8)$$

حل كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

(9)

$$5\log_2 x = \log_2 32$$

$$\therefore x^5 = 32 \qquad \therefore x = 2$$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$$x = 2$$

$$5\log_2 2 \overset{?}{=} \log_2 32$$

$$\log_2 2^5 = \log_2 32 \quad \text{C}$$

---

(10)

$$3\log_2 x = \log_2 8$$

$$\therefore x^3 = 8 \qquad \therefore x = 2$$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$3\log_2 2 \overset{?}{=} \log_2 8$

$\log_2 2^3 = \log_2 8$ c

(11)

$\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$

$\therefore \frac{48}{n} = 6$ $\therefore n = 8$

للتحقق عوض عن $n = 8$

$n = 8$

$\log_4 48 - \log_4 8 \overset{?}{=} \log_4 6$

$\log_4 \frac{48}{8} = \log_4 6$ c

(12)

$\log_3 2x + \log_3 7 = \log_3 28$

$\therefore 14x = 28$ $\therefore x = 2$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$\log_3 4 + \log_3 7 \overset{?}{=} \log_3 28$

$\log_3 (4 \square 7) = \log_3 28$ c

(13)

$\log_2 (4x) + \log_2 5 = \log_2 40$

$\therefore 20x = 40$ $\therefore x = 2$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$\log_2 8 + \log_2 5 \overset{?}{=} \log_2 40$

$\log_2 (8 \square 5) = \log_2 28$ c

(14)

$\log_4 a + \log_4 8 = \log_4 24$

$\therefore 8a = 24 \qquad \therefore a = 3$

للتحقق عوض عن $a = 3$

$a = 3$

$\log_4 3 + \log_4 8 \overset{?}{=} \log_4 24$

$\log_4 (3 \square 8) = \log_4 24$ c

(15)

$\log_2 n = \frac{1}{3}\log_2 27 + \log_2 36$

$\therefore n = 3 \square 36 \qquad \therefore n = 108$

للتحقق عوض عن $n = 108$

$n = 108$

$\log_2 108 \overset{?}{=} \log_2 27^{\frac{1}{3}} + \log_2 36$

$\log_2 108 = \log_2 (3 \square 36)$ c

(16)

$3\log_{10} 8 - \frac{1}{2}\log_{10} 36 = \log_{10} x$

$\therefore x = \frac{512}{6} \qquad \therefore x = 85\frac{1}{3}$

للتحقق عوض عن $x = 85\frac{1}{3}$

$$x = 85\frac{1}{3}$$

$$3\log_{10} 8 - \frac{1}{2}\log_{10} 36 \overset{?}{=} \log_{10} 85\frac{1}{3}$$

$$\log_{10}\left(\frac{512}{6}\right) = \log_{10} 85\frac{1}{3}$$ C

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي ثم تحقق من صحة حلك:

(17)

$$x > 5^3$$

$$\{x \mid x > 125\}$$

(18)

$$x \leq 8^{-2}$$

$$\left\{x \middle| 0 < x \leq \frac{1}{64}\right\}$$

(19)

$$x < 6^{-3}$$

$$\left\{x \middle| 0 < x < \frac{1}{216}\right\}$$

(20)

$$x \geq 4^4$$

$$\{x \mid x \geq 256\}$$

(21)

$$x \geq 3^{-4}$$

$$\left\{x \middle| x \geq \frac{1}{81}\right\}$$

(22)

$$x \leq 2^{-2}$$

$$\left\{x \middle| 0 < x \leq \frac{1}{4}\right\}$$

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

(23)

$$2x + 5 \leq 4x - 3$$

$$\therefore 8 \leq 2x \qquad \therefore x \geq 4$$

$$\{x | x \geq 4\}$$

(24)

$$2x > 6x - 8$$

$$\therefore 8 > 4x \qquad \therefore x < 2$$

$$\left\{x \middle| \frac{8}{6} < x < 2\right\}$$

(25)

$$4x - 6 > 2x + 8$$

$$\therefore 2x > 14$$

$$\therefore x > 7$$

$$\{x | x > 7\}$$

$$x + 2 \geq 6x - 3$$

$$\therefore 5 \geq 5x$$

$$\therefore x \leq 1$$

$$\left\{ x \middle| \frac{1}{2} < x \leq 1 \right\}$$

(27) صوت:

$$L = 10 \log_{10} R = 80$$

$$\therefore R = 10^8$$

---

(28) علوم:

$$7 = 1 + \log_{10} x$$

$$6 = \log_{10} x$$

(a

$$x = 10^6$$

$$\therefore x = 1000000$$

(b 1000 مرة أكبر.

---

(29) تمثيلات متعددة:

a) تحليلياً: التمثيلان البيانيان متشابهان وخط التقارب لكل منهما المحور y، ومقطع المحور x هو 1 لهما.

b) لفظياً: التمثيلان البيانيان يمثلان إنعكاساً لبعضهما في المحور x.

c) تحليلياً: التمثيلان البيانيان يمثلان إنعكاساً لبعضهما في المحور x،

المجال: $\{x|x>0\}$ ، المدى: $\{R\}$

(30) علوم:

(a

$$\log_{10} d = \frac{\omega - 65}{93}$$

$$\therefore d = 10^{\frac{\omega-65}{93}}$$

(b

$$\omega = 93\log_{10} d + 65$$
$$= 93\log_{10} 525 + 65$$
$$= 317.97 \quad mi/h$$

(31) صوت:

(a

$$\beta = 10\log_{10}\frac{1}{10^{-12}} = 120$$ واط

$$\beta = 10\log_{10}\frac{10^{-2}}{10^{-12}} = 100$$ واط

b) تتغير قوة اللوغاريتم بمقدار 2 وهذا يعني أن عدد وحدات الديسيبل تتغير بمقدار

$$10\log_{10} 10^2 = 20$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(32) أكتشف الخطأ:

ريم، لأن هناء حولت الصورة اللوغاريتمية إلى صورة أسية بشكل خاطئ.

(33) تحد:

$$\log_3 3^3 + \log_9 9^{\frac{3}{2}} + \log_{27} 27 + \log_{81} 81^{\frac{3}{4}} + \log_{243} 243^{\frac{3}{5}}$$

$$= 3 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{137}{20} = 6.85$$

(34) تبرير:

إذا كان $0 < b < 1$ فإن $\log_b x > \log_b y \therefore$ فقط إذا كان $x < y$، إنعكست إشارة المتباينة لأن الكسر الأصغر من 1 يكون أصغر عند رفعة لقوة أكبر.

---

(35) أكتب:

الدالة اللوغاريتمية على الصورة $y = \log_b x$ هي الدلة العكسية للدالة الأسية من الصورة $y = b^x$، ومجال أحدهما يساوي مجال الأخرى.

---

(36) مسألة مفتوحة:

$$\log_3(x+4) = \log_3(3x+12)$$

---

(37) تبرير:

a) أصغر من
b) أصغر من
c) لا حل لها
d) لها عدد لانهائي من الحلول

---

(38) أكتب:

مقطع المحور y للدالة الأسية $y = b^x$ هو $(0, 1)$ وعند قلب الإحداثيات فإن المقطع y يتغير إلى مقطع المحور x عند النقطة $(1, 0)$. وبما أنة لا يوجدمقطع للمحور x عند النقطة $(0, 1)$ للدالة الأسية $y = b^x$ فإنه عند قلب الإحداثيات فلن يكون هناك نقطة تناظر عند النقطة $(0, 1)$ ولن يكون هناك مقطع المحور y للدالة.

مراجعة تراكمية:

حل كل مما يأتى، ثم تحقق من صحة حلك:

(39)

$$3^{3x-2} > 3^4$$

$$\therefore 3x - 2 > 4$$

$$\therefore 3x > 6$$

$$\therefore x > 2$$

---

(40)

$$3^{4x-7} = 27^{2x+3} = 3^{3(2x+3)}$$

$$\therefore 4x - 7 = 6x + 9$$

$$\therefore 2x = -16$$

$$\therefore x = -8$$

---

(41)

$$8^{x-4} = 2^{4-x}$$

$$\therefore 2^{3(x-4)} = 2^{4-x}$$

$$\therefore 3x - 12 = 4 - x$$

$$\therefore 4x = 16$$

$$\therefore x = 4$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

(42)

$$\log_4 256$$
$$= \log_4 4^4 = 4\log_4 4 = 4$$

(43)

$$\log_2 \frac{1}{8}$$
$$= \log_2 2^{-3} = -3\log_2 2 = -3$$

(44)

$$\log_6 216$$
$$= \log_6 6^3 = 3\log_6 6 = 3$$

(45)

$$\log_7 2401$$
$$= \log_7 7^4 = 4\log_7 7 = 4$$

بسط كلاً مما يأتي، مفترضاً أن أياً من المتغيرات لا يساوي الصفر:

(46)

$$x^5 \square x^3 = x^8$$

(47)

$$\left(2p^2n\right)^3 = 4p^6n^3$$

(48)

$$\frac{x^4 \square y^6}{xy^2} = x^3 y^4$$

---

(49)

$$\left(\frac{c^9}{d^7}\right)^0 = 1$$

تدرب على اختبار:

(50)

$$f(x) = -10(2)^x \quad \leftarrow\leftarrow\leftarrow A$$

---

(51)

$$2 \quad \leftarrow\leftarrow\leftarrow D$$

(2-6) اللوغاريتمات العشرية

■ **تحقق من فهمك:**

(1)

$Log_{7} \approx 0.8451$ **(1A)**

$Log_{0.5} \approx -0.3010$ **(1B)**

■ **تحقق من فهمك:**

(2) هزات أرضية:

$$Log\ E = 11.8 + 1.5M = 11.8 + 1.5 \times 9$$

$$Log\ E = 25$$

$$E = 10^{25}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(3A)

$$x Log\ 3 = Log\ 15$$

$$x = \frac{Log\ 15}{Log\ 3} = 2.465$$

(3B)

$$x Log\ 6 = Log\ 42$$

$$x = \frac{Log\ 42}{Log\ 6} = 2.086$$

■ **تحقق من فهمك:**

(4A)

$$Log\,3^{2x} \geq Log\,6^{x+1}$$

$$2xLog\,3 \geq (x+1)Log\,6$$

$$2xLog\,3 \geq xLog\,6 + Log\,6$$

$$2xLog\,3 - xLog\,6 \geq Log\,6$$

$$x(2Log\,3 - Log\,6) \geq Log\,6$$

$$x \geq \frac{Log\,6}{2Log\,3 - Log\,6}$$

$$x \geq 4.419$$

(4B)

$$Log\,4 + Logy\ < Log\,5^{2y+1}$$

$$Log\,4 + Logy\ < (2y\ +1)Log\,5$$

$$Log\,4 + Logy\ \geq 2yLog\,5 + Log\,5$$

$$y\ \geq -0.8782$$

■ **تحقق من فهمك:**

(5)

$$\frac{Log_{10}8}{Log_{10}6} = 1.1606$$

■ **تحقق من فهمك:**

(6)

$$R = Log_2 n = Log_2 160$$

$$\frac{Log_{10}160}{Log_{10}2} = 7.32\ \ s$$

تدرب وحل المسائل

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(1) 0.6990
(2) 1.3222
(3) –0.3979
(4) 0.4771
(5) 1.0414
(6) 0.5051
(7) 0.9138
(8) –0.0458
(9) –1.3979

---

(10) علوم:

$$Log\ E = 11.8 + 1.5M = 11.8 + 1.5 \times 8.5$$

$$Log\ E = 24.55$$

$$E = 10^{24.55}$$

---

(11) صوت:

a) حوالى 316227766

b) 19952623 مرة، النسبة 93.7Ä تقريباً

حل كل معادلة مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(12)

$$x Log\ 6 = Log\ 40$$

$$x = \frac{Log\ 40}{Log\ 6} = 2.0588$$

---

(13)

$$(a+2)Log(2.1) = Log(8.25)$$

$$a = \frac{Log\,8.25}{Log\,2.1} - 2 = 0.8442$$

(14)

$$x^2 Log(7) = Log(20.42)$$

$$x = \sqrt{\frac{Log\,20.42}{Log\,7}} = \pm 1.2451$$

(15)

$$(b-3)Log(11) = bLog(5)$$

$$bLog(11) - 3Log(11) = bLog(5)$$

$$b(Log(11) - Log(5)) = 3Log(11)$$

$$b = \frac{3Log(11)}{Log(11) - Log(5)} = 9.1237$$

(16)

$$xLog\,8 = Log\,40$$

$$x = \frac{Log\,40}{Log\,8} = 1.7740$$

(17)

$$(b-1)Log(9) = bLog(7)$$

$$bLog(9) - Log(9) = bLog(7)$$

$$b(Log(9) - Log(7)) = Log(9)$$

$$b = \frac{3Log(9)}{Log(9) - Log(7)} = 8.7429$$

(18)

$$x^2 Log\,(15) = Log\,(110)$$

$$x = \sqrt{\frac{Log\,110}{Log\,15}} = \pm 1.3175$$

---

(19)

$$2y\,Log\,(2) = (y\ -1)\,Log\,(3)$$

$$y\ = \frac{-Log\,(3)}{2Log\,(2) - Log\,(3)} = -3.8188$$

حل كل مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(20)

$$4nLog\,(5) > Log\,(33)$$

$$n > \frac{Log\,(33)}{4Log\,(5)}$$

$$n > 0.5431$$

(21)

$$(p-1)Log(6) = pLog(4)$$

$$p = \frac{Log(6)}{Log(6) - Log(4)}$$

$$p = 4.4190$$

(22)

$$(y-1)Log\,3 \le yLog\,4$$

$$y \le \frac{Log\,3}{Log\,3 - Log\,4}$$

$$y \le -3.81884$$

(23)

$$(p-2)Log\,5 \le pLog\,2$$

$$p \le \frac{2Log\,5}{Log\,5 - Log\,2}$$

$$p \le 3.5129$$

(24)

$$4xLog\,2 \le Log\,20$$

$$x \le \frac{Log\,20}{4\log 2}$$

$$x \le 1.0805$$

(25)

$$3nLog\,6 > Log\,36$$

$$n > \frac{Log\,36}{3\log 6}$$

$$n > 0.6667$$

أكتب كلاً مما يأتي بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمتة مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(26 $3^{y-1} \le 4^{y}$ (27 $5^{p-2} \le 2^{p}$

(28 $2^{4x} \le 20$ (29 $6^{3n} > 36$

(26) $\frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$

(27) $\frac{\log 16}{\log 2} = 4$

(28) $\frac{\log 9}{\log 4} = 1.5850$

(29) $\frac{\log 21}{\log 3} = 2.7712$

(30) $\frac{\log 7.29}{\log 5} = 1.2343$

(31) $\frac{\log \sqrt{5}}{\log 7} = 0.4135$

---

(32) شحن:

(a

$$t = \log_{(1-r)} \frac{\nu}{p}$$

سنتان $t = \log_{(1-0.15)} \frac{120000}{168000} \square 2$

(b

$$t = \log_{(1-0.1)} \frac{102000}{168000} \approx 5$$ خمس سنوات تقريباً

---

(33) **علوم بيئة:**

a) نعم، لأن: $9.5 < 10.9$

b) لا

c) حوالي 3.16×10^{-10}

(34) **هزات أرضية:**

a) $M = \frac{2}{3}\left(\log E - \log 10^{4.4}\right)$

b) $M = 5$

c) $M = 1.67$

d) $E = 7.94 \times 10^{8}$ جول

---

(35) تمثيلات متعددة:

a) **جدولياً: الحل يقع بين 1.8 ، 1.9**

b) **بيانيا : (1.85,13)**

c) **عددياً: نعم جميع الطرق تعطي النتيجة نفسها 1.8، لأنك بدأت من المعادلة نفسها وإن لم يكن كذلك فقد أخطأت.**

مسائل مهارات التفكير العليا:

(36) أكتشف الخطأ:

بلال؛ لأن خالد نسي أن يضرب في العدد 3 عند أحد اللوغاريتمات.

(37) تحد:

$\log_{\sqrt{a}} 3 = \log_a x$	**المعادلة الأصلية**
$\frac{\log_a 3}{\log_a \sqrt{a}} = \log_a x$	**صيغة تغيير الأساس**
$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$	
$\frac{\log_a 3}{\frac{1}{2}} = \log_a x$	
$2\log_a 3 = \log_a x$	**بضرب كلاً من البسط والمقام في العدد2**
$\log_a 3^2 = \log_a x$	**خاصية لوغاريتم القوة**
$3^2 = x$	**خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية**
$9 = x$	**بالتبسيط**

(38) أكتب:

$$\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{1}{\log b} \log x$$

لذا اللوغاريتم ذو الأساس b هو حاصل ضرب ثابت في اللوغاريتم الطبيعي المناظر له.

---

(39) برهان:

$$\log_{27} 3 = \frac{1}{3} \quad , \quad \log_3 27 = 3 \quad , \quad \log_a b = {}^{1}\!/_{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$$

---

(40) أكتب:

اللوغاريتمات هي أسس ولحل معادلاتها أكتب كلاً من الطرفين بالصورة الأسية وحلها بإستعمال خاصية المعكوس للأسس واللوغاريتمات.

ولحل معادلة أسية: بإستعمال خاصية المساواه للدوال اللوغاريتمية وخاصية القوة في اللوغاريتمات.

مراجعة تراكمية:

حل كل معادلة مما يأتي وتحقق من صحة حلك:

(41)

$$\log_5(7\square 2) = \log_5 x$$

$$x = 14$$

---

(42)

$$\log_2\left(\frac{x^2}{x+3}\right) = \log_2 4$$

$$x^2 = 4x + 12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6 \quad , \quad x = -2$$

$x = 6$

$$2\log_2 6 - \log_2(6+3) \stackrel{?}{=} 2$$

$$\log_2\left(\frac{36}{9}\right) = \log_2 4 = 2 \quad \text{c}$$

$x = -2$

$$2\log_2(-2) - \log_2(-2+3) \stackrel{?}{=} 2 \quad \text{d للتحقق}$$

$x = 15$ **(43)**

حل كل متباينة مما يأتي وتحقق من صحة حلك:

(44)

$$\log_8(3y-1) < \log_8(y+5)$$

$$3y-1 < y+5$$

$$2y < 6$$

$$y < 3$$

$$\left\{y \left| \frac{1}{3} < y < 3 \right.\right\}$$

---

(45)

$$\log_9(9x+4) \le \log_9(11x-12)$$

$$9x+4 \le 11x-12$$

$$-2x \le -16$$

$$x \ge 8$$

$$\{x \mid x \ge 8\}$$

---

(46)

C ←←← 3 سنوات

تدرب على اختبار:

(47)

B ←←← x^2-6x+8

---

(48)

A ←←← -4

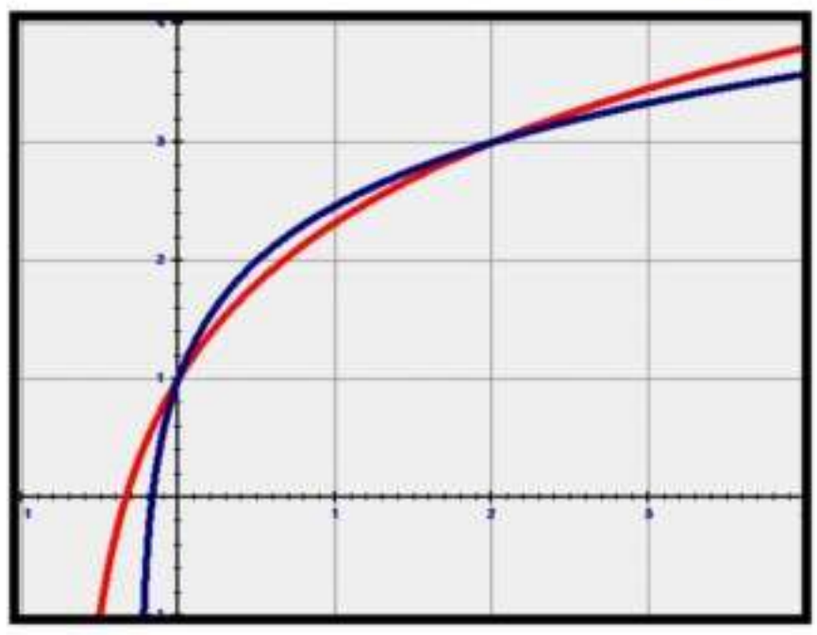
معمل الحاسبة البيانية

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

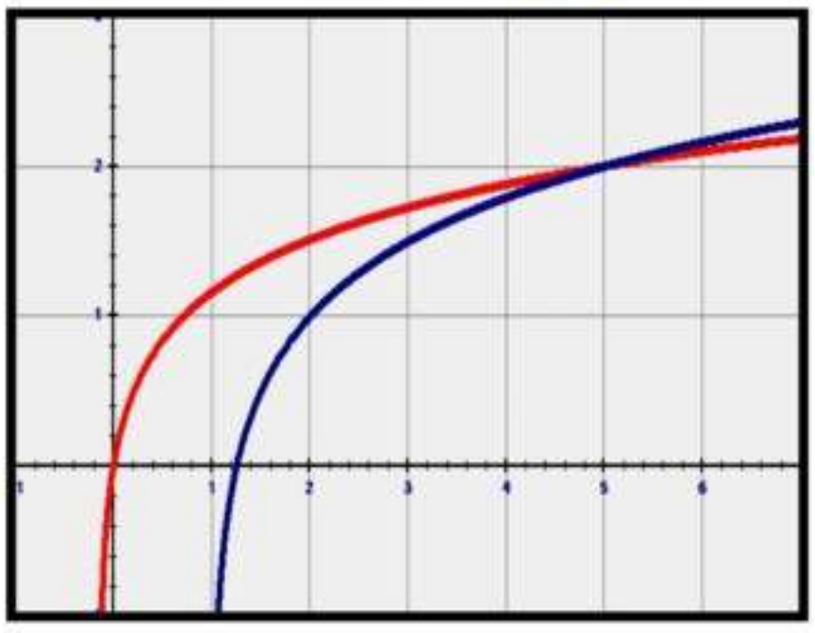
تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية *TI – nspire* لحل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

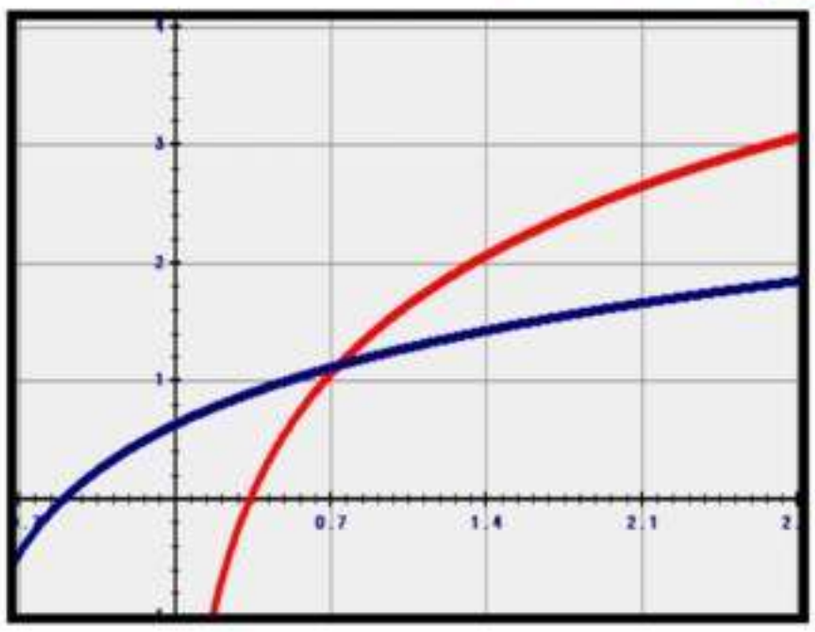
$x = 0 \quad , \quad x = 2 \quad (1)$



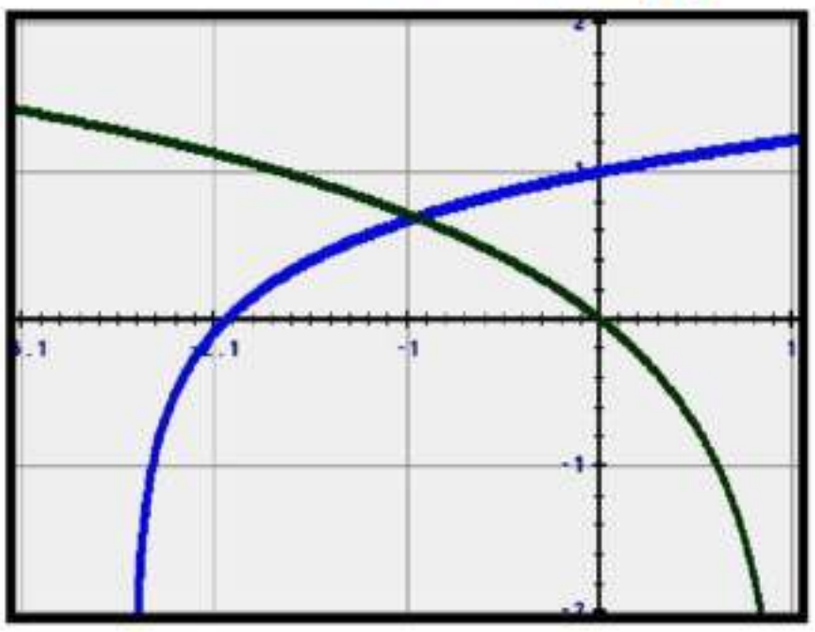
$x = 5 \quad (2)$



$x = 0.7 \quad (3)$

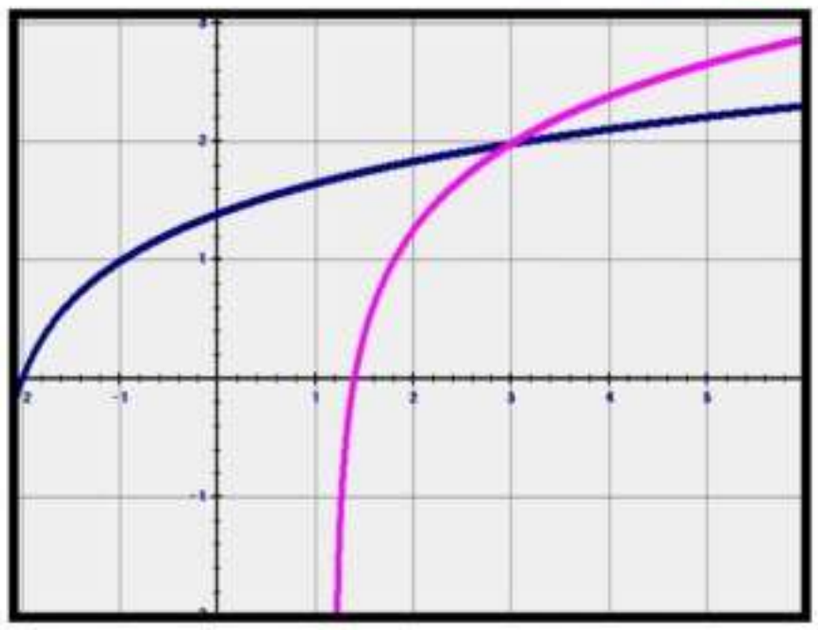


$x = 1.5 \quad (4)$

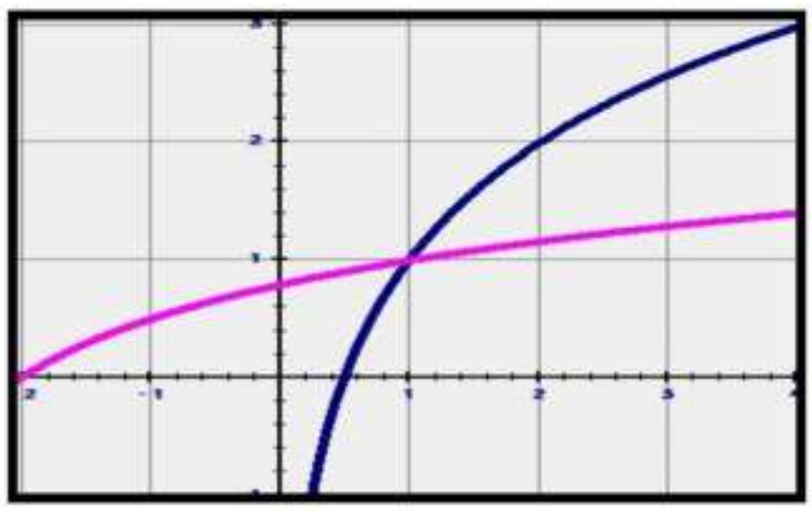


$x = 6$ (6)

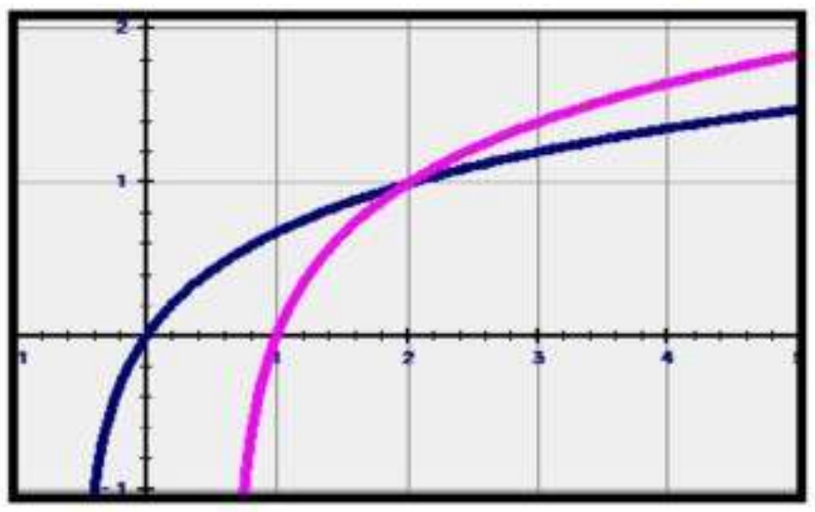
$x = 3$ (5)



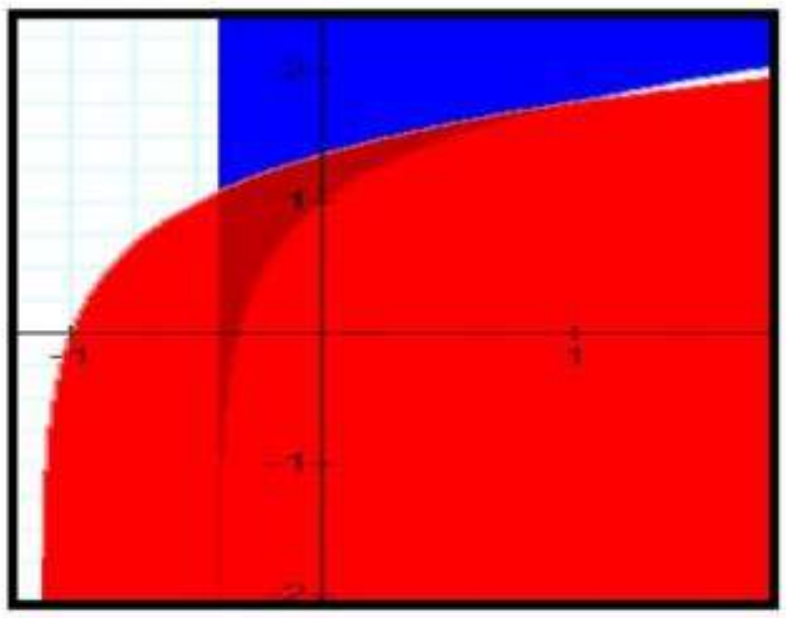
$x = 1$ (8)



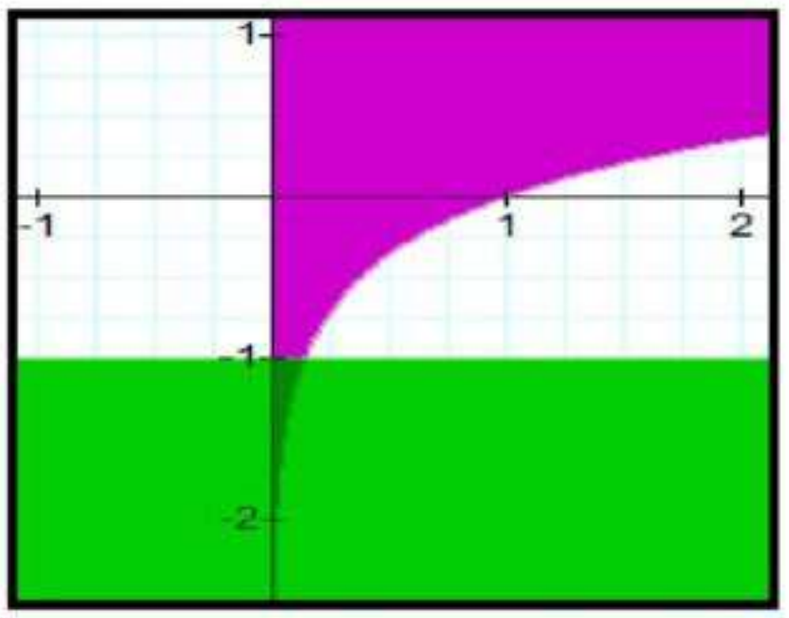
$x = 2$ (7)



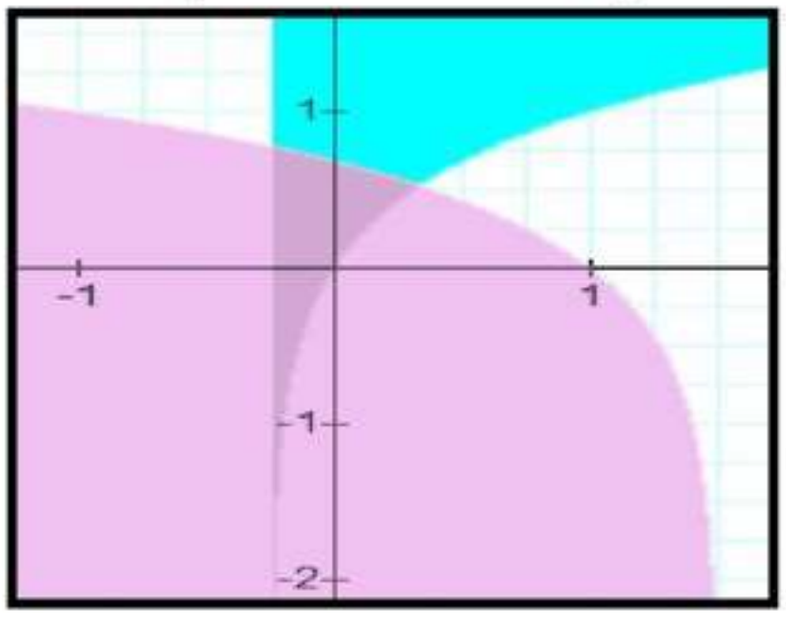
$\{x \mid x \le 1\}$ (10)



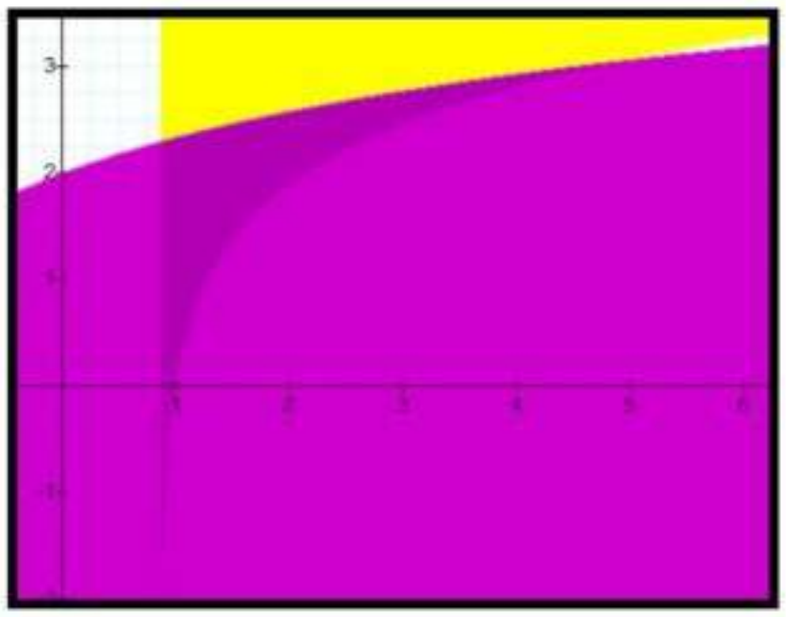
$\left\{x \mid x < \frac{1}{7}\right\}$ (9)



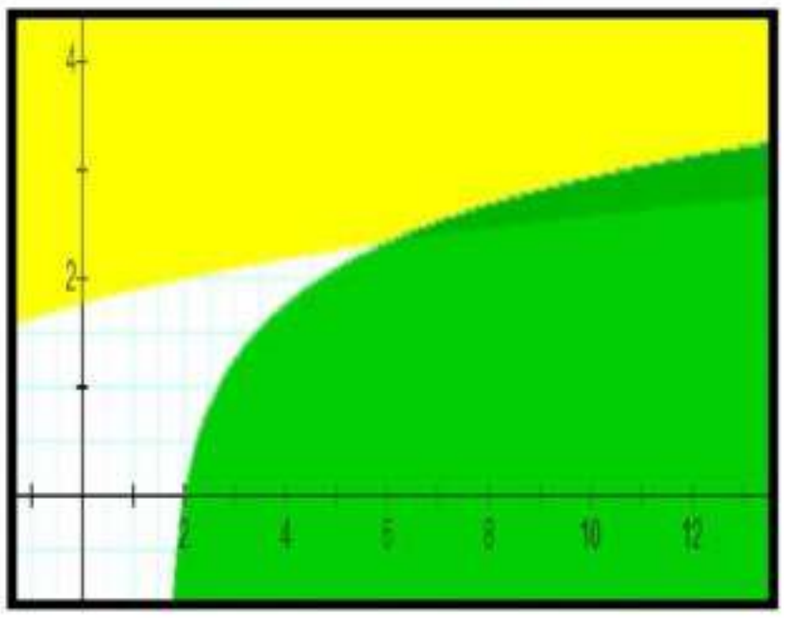
$\left\{x \middle| -\frac{1}{4} < x \le \frac{1}{3}\right\}$ **(12)**



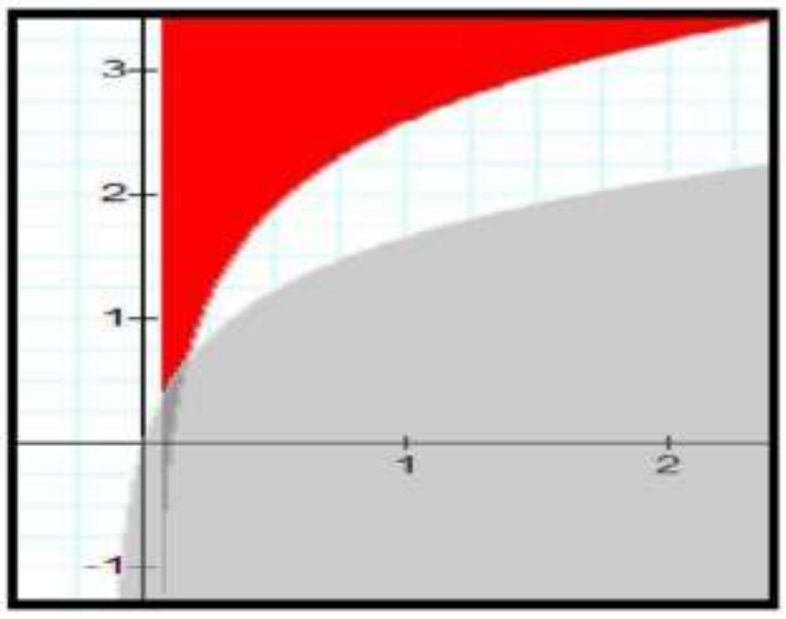
$\{x | x < 5\}$ **(11)**



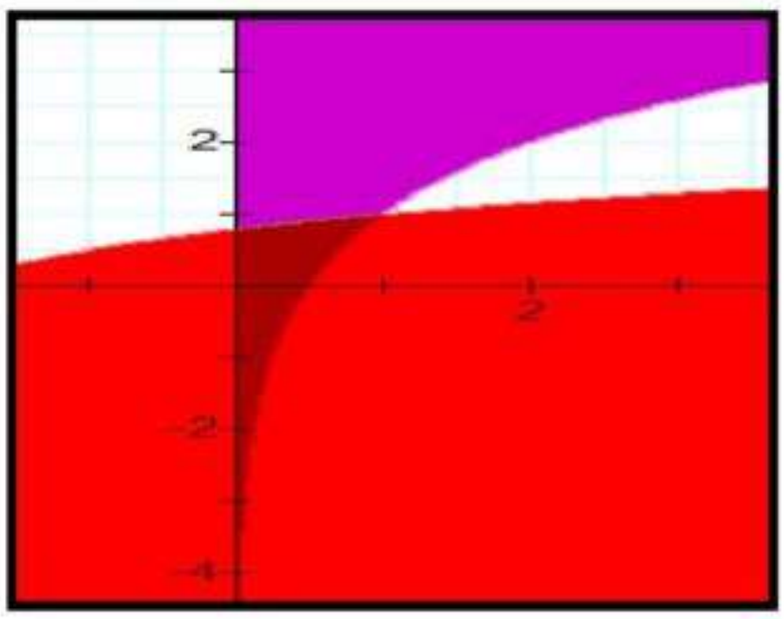
$\{x | x \ge 6\}$ **(14)**



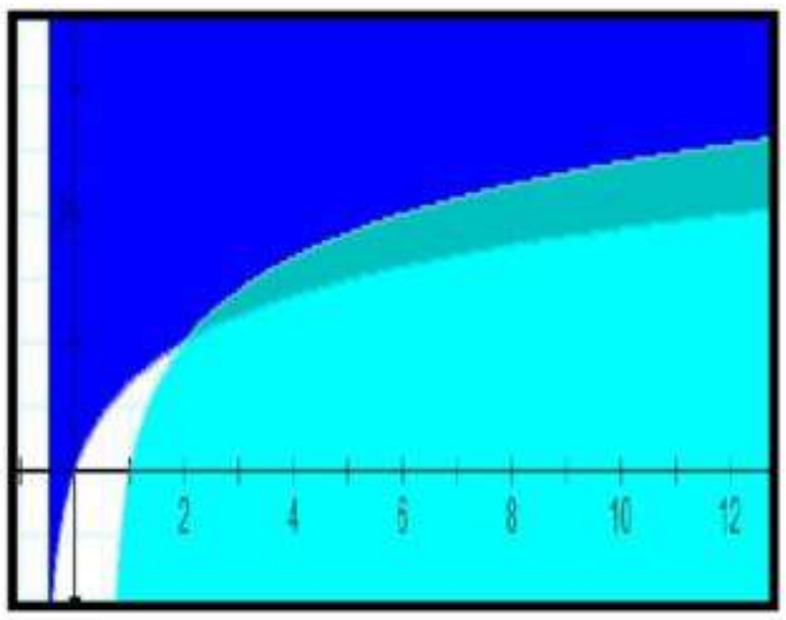
$\{x | 0.06 < x < 0.17\}$ **(13)**



$\{x | 0 < x \le 1\}$ **(16)**



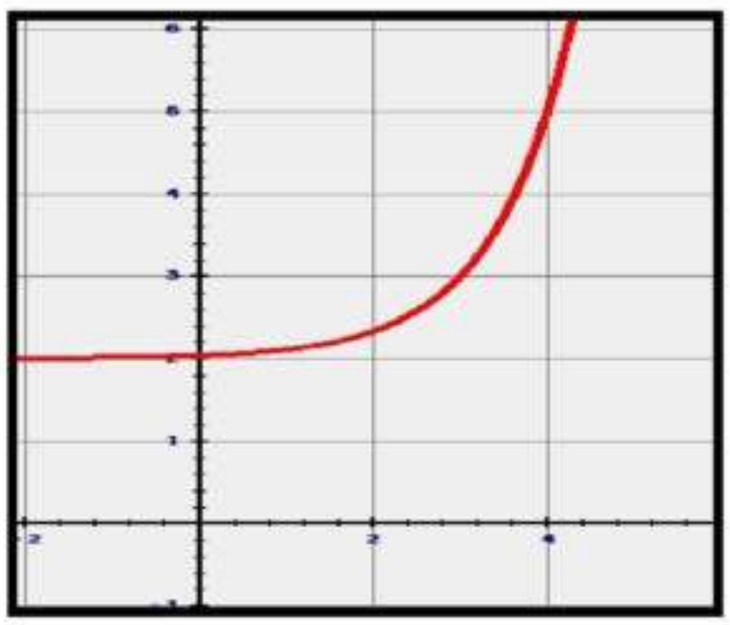
$\{x | x \ge 2\}$ **(15)**



دليل الدراسة و المراجعة

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً وحدد مجالها ومداها :

(1)

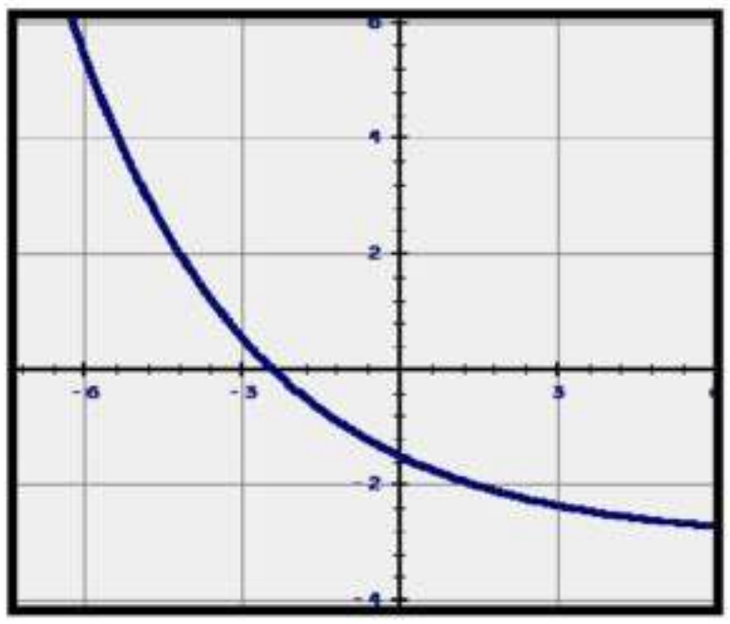


المجال: R

المدى: $\{f(x) | f(x) > 2\}$

---

(2)



المجال: R

المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 3\}$

حل كل معادلة أو متباينة مما يلى، وقرب الناتج إلى أقرب أربع منازل عشرية كلما لزم ذلك :

(3)

$$2^{3(c+1)} = 2^{4(2c+3)}$$

$$\therefore 3c + 3 = 8c + 12$$

$$\therefore c = -\frac{9}{5} = -1.8$$

(4)

$$3^{2(x-2)} > 3^{-3x}$$

$$\therefore 2x - 4 > -3x$$

$$\therefore x > \frac{4}{5} \qquad \therefore x > 0.8$$

(5)

$$\log 2^{a+3} = \log 3^{2a-1}$$

$$\therefore a \log 2 + 3 \log 2 = 2a \log 3 - \log 3$$

$$\therefore a = \frac{-3 \log 2 - \log 3}{\log 2 - 2 \log 3}$$

$$\therefore a = 2.1130$$

(6)

$$x^2 - 7 = 6x$$

$$\therefore x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\therefore (x-7)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \quad , \quad x = -1$$

وبعد التحقق فإن $x = 7$

(7)

$$x > 5^2$$

$$\therefore x > 25$$

(8)

$$\log_3 x + \log_3 (x-3) = \log_3 4$$

$$\therefore \log_3 (x(x-3)) = \log_3 4$$

$$\therefore x^2 - 3x = 4$$

$$\therefore x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\therefore (x-4)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 4 \quad , \quad x = -1$$

وبعد التعويض $x = 4$

---

(9)

$$6^{n-1} \le 11^n$$

$$\therefore \log 6^{n-1} \le \log 11^n$$

$$\therefore (n-1)\log 6 \le n \log 11$$

$$\therefore n \le \frac{\log 6}{\log 6 - \log 11}$$

$$\therefore n \le -2.9560$$

استعمل $\log_5 2 \approx 0.4307$ ، $\log_5 11 \approx 1.4899$ لتقريب قيمة كل مما يأتي إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(10)

$$\log_5 44 = \log_5 (2 \cdot 2 \cdot 11) = \log_5 2 + \log_5 2 + \log_5 11$$

$$= 0.4307 + 0.4307 + 1.4899 = 2.3513$$

---

(11)

$$\log_5 \frac{11}{2} = \log_5 11 - \log_5 2$$

$$= 1.4899 - 0.4307 = 1.0592$$

(12) سكان:

(a $y = 185000(1.0212)^x$

(b تقريبا $18500(1.0212)^{25} = 312566$

(13) $9^{\frac{3}{2}} = 27$

(14) $A \leftarrow\leftarrow\leftarrow -3$

(15) زراعة:

(a $b < 1$

(b 2Ä

(b تقريبا 2028

(16) نوفمبر:

(a 8690 ريال تقريبا

(b 2.31 سنة

(b 3.2 سنة

(17) إختيار من متعدد:

$G \leftarrow\leftarrow\leftarrow 2$

(18) **إختيار من متعدد:**

$y = \log_{10}(x+5)$ ←←← *C*

---

(19)

$$\log_3 \frac{t^2(z-2)^6}{x^2}$$

---

(20)

$$(3^3)^{3x} \le (3^2)^{2x-1}$$

$$(3)^{9x} \le (3)^{4x-2}$$

$$9x = 4x - 2$$

$$5x = -2$$

$$x = \frac{-2}{5}$$

---

(21)

(a

$$5000 = ab^0$$

$$5000 = a$$

$$28000 = 5000b^8$$

$$b^8 = 5.6$$

$$b = \sqrt[8]{5.6} = 1.24$$

$$y \approx 5000(1.24)^x$$

(b

$$y \approx 5000(1.24)^{32}$$

---

(22)

$$\frac{1}{16} = 2^{-4}$$

(23)

$$\log_{10} 100 = 2$$

(24)

$$\log_4 256$$

$$256 = 4^y$$

$$4^4 = 4^y$$

$$y = 4$$

$$\log_4 256 = 4$$

(25)

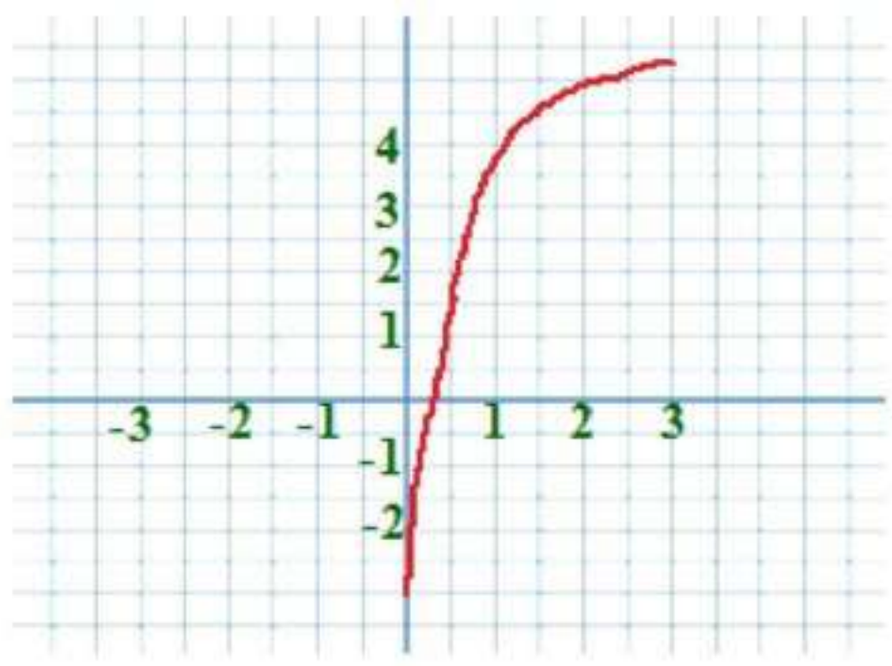
$$\log_2 \frac{1}{8} = -3$$

(26)

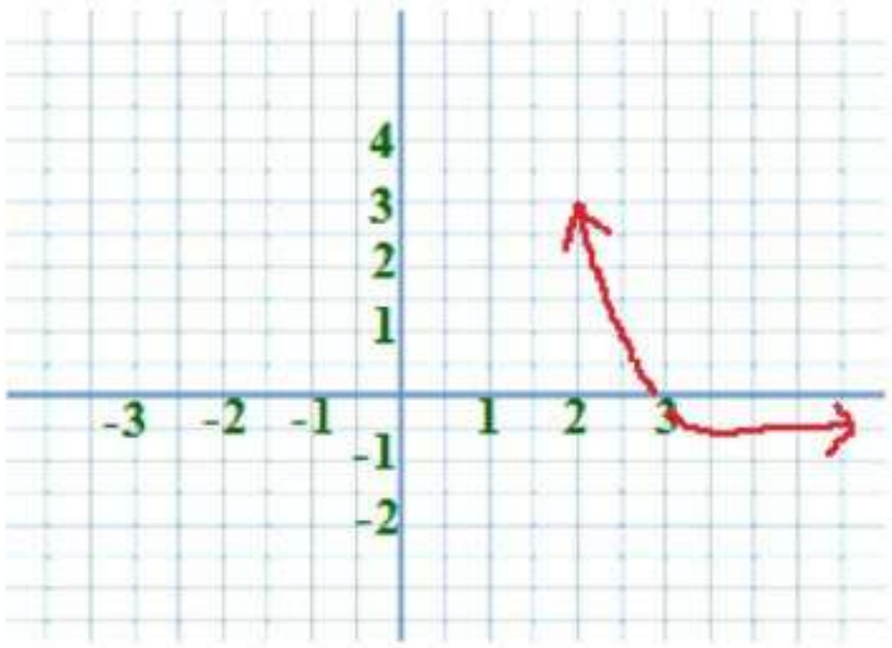
$$a = 2$$

$$h = 0$$

$$k = 4$$



(27)



(28)

$$\log_5 8 = \log_5 \left(\log_5 2 + \log_5 2 + \log_5 2\right)$$

$$\log_5 8 = \left(0.4307 + 0.4307 + 0.4307\right)$$

$$\log_5 8 \approx 1.3$$

(29)

$$\log_5 64 = \log_5 \left(16 \times 4\right) = \left(\log_5 16 + \log_5 2 + \log_5 2\right)$$

$$= \left(1.7227 + 0.4307 + 0.4307\right)$$

$$\log_5 64 \approx 2.6$$

(30)

$$\log_5 4 \approx 0.9$$

(31)

$$\log_5 \frac{1}{8} \approx -1.3$$

(32)

$$\log_5 \frac{1}{2} \approx -0.4$$

(33)

$$\log_3 2x^5 + \log_3 y^2 + \log_3 z^3$$

$$5\log_3 2x + 2\log_3 y + 3\log_3 z$$

(34)

$$\log_5 ab^{-3} + \log_5 c^4 + \log_5 d^{-2}$$

$$-3\log_5 ab + 4\log_5 c - 2\log_5 d$$

(35)

$$\log_2 (x^2)^3 - \log_2 (x-4)^{\frac{1}{3}}$$

$$\log_2 (x^2)^3 - \log_2 \sqrt[3]{(x-4)}$$

$$\frac{\log_2 x^6}{\log_2 \sqrt[3]{(x-4)}}$$

(36)

$$2\log_2 (z-1) - \log_2 (2z-1)$$

$$\log_2 (z-1)^2 - \log_2 (2z-1)$$

$$\frac{\log_2 (z-1)^2}{\log_2 (2z-1)}$$

(37)

1000مرة

(38)

64

(39)

-6

(40)

$\log_4 x < 3$

$x < 4^3$

$x < 64$

(41)

$\log_5 x < -3$

$x < 5^{-3}$

$x < \frac{1}{125}$

(42) لا يوجد حل

(43) -6

(44) لا يوجد حل

(45) 361.6 مرة

(46) $x \approx 2.4650$

(47) $x \approx \pm 1.3637$

(48) $m \approx 0.6356$

(49) $r \approx 4.6102$

(50) $n \approx 0.5786$

(51) $x \approx -6.3013$

(52)

(a

$1.7297 \approx \frac{\log 11}{\log 4}$

(b

$$1.7297 \approx \frac{\log 15}{\log 2}$$

(53)

(a

$$A = p\left(1+\frac{0.5}{3}\right)^{3t}$$

8.2 سنة تقريباً

(b 13.9 سنة تقريبا

(54)

(a 3.43

(b 5.32 ريال

(55) سيارات:

(a 20Ä

(b بعد 11.3 سنة

(56) استثمار:

(a $A(t) = 250000(1.035)$

(b 1432

(57) كيمياء

(a 28 سنة

(b 18Ä

(58) زلزال

(a

$$R = 0.67\log(0.37\times 1000000)+1.46$$
$$R = 5.2$$

(b

$$7.5 = 0.67\log(0.37E)+1.46$$

$$6.04 = 0.67\log(0.37E)$$

$$\frac{6.04}{0.67} = \log(0.37E)$$

$$9.014925373 = \log(0.37E)$$

$$10^{9.014925373} = 0.37E$$

$E = 2797200834$ كيلو واط في الساعة

(59) احياء

$$G = \frac{t}{2.5\log_b d}$$

$$6 = \frac{t}{2.5\log_5(3125)}$$

$$6 = \frac{t}{2.5(5)}$$

$t = 75$ سنة

(60a) صوت

$$100 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$100 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$10^{100} = \left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$I^{10} = 10^{-20}$$

$$I = 0.01$$

(b

$$50 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$\log 10^{50} = \left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$I^{10} = 10^{-70}$$

$$I = 10^{-7}$$

عند 50 ديسبل شدة الصوت الثاني 0.001% من شدة الصوت الاول

(c

$$d(I) = 10\log\frac{I}{1\times10^{-12}}$$

$$d(I) = 10\log\frac{1\times10^{-8}}{1\times10^{-12}}$$

$$d(I) = 10\log\frac{2\left(1\times10^{-8}\right)}{1\times10^{-12}}$$

$$d\left(2\times10^{-8}\right) = 43.01$$

(61a) مال

$$12000 = 8000e^{r(5)}$$

$$1.5 = e^{5r}$$

$$\log 1.5 = \log e^{5r}$$

$$r \approx 8.11\ \%$$

(b

$$12000 = 8000e^{5r}$$

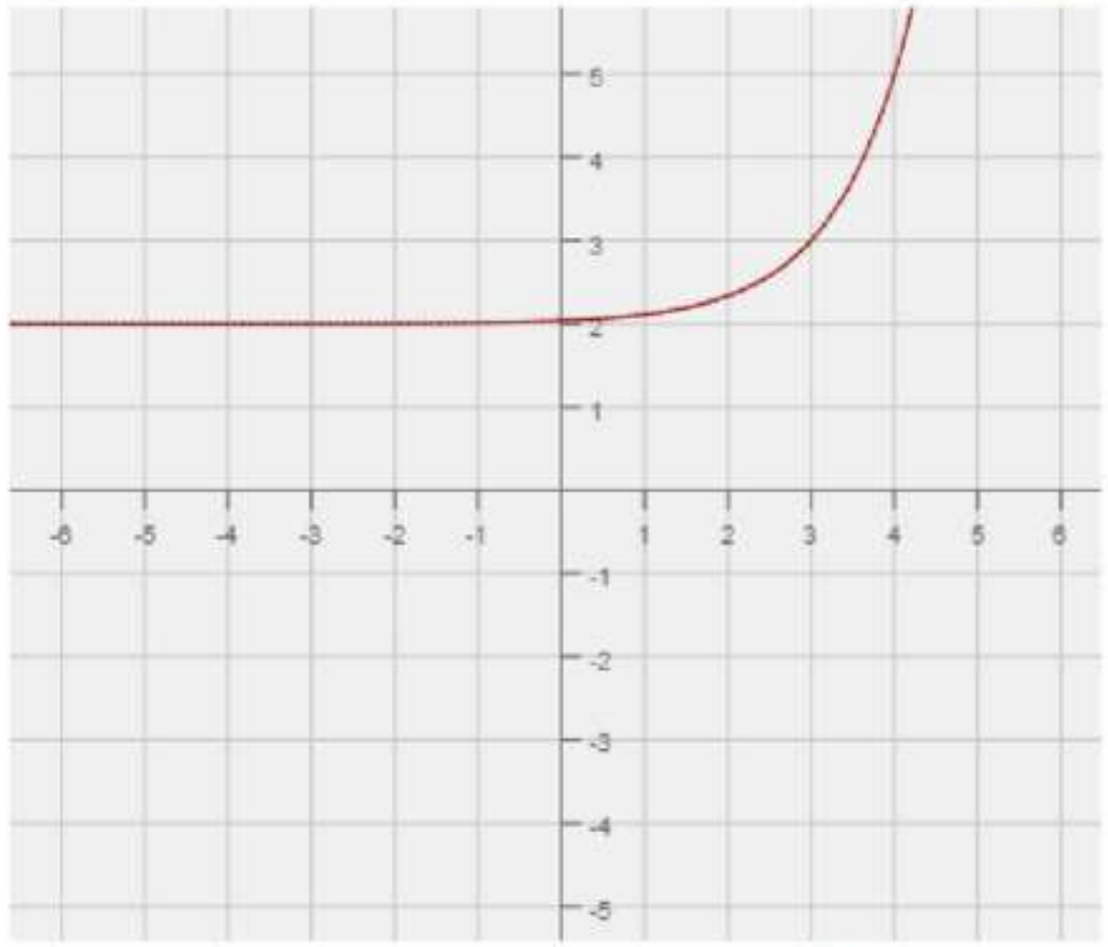
$$1.5 = e^{5r}$$

$$r = \frac{\log 1.5}{5}$$

$$r = 8.1$$

اختبار الفصل الثاني

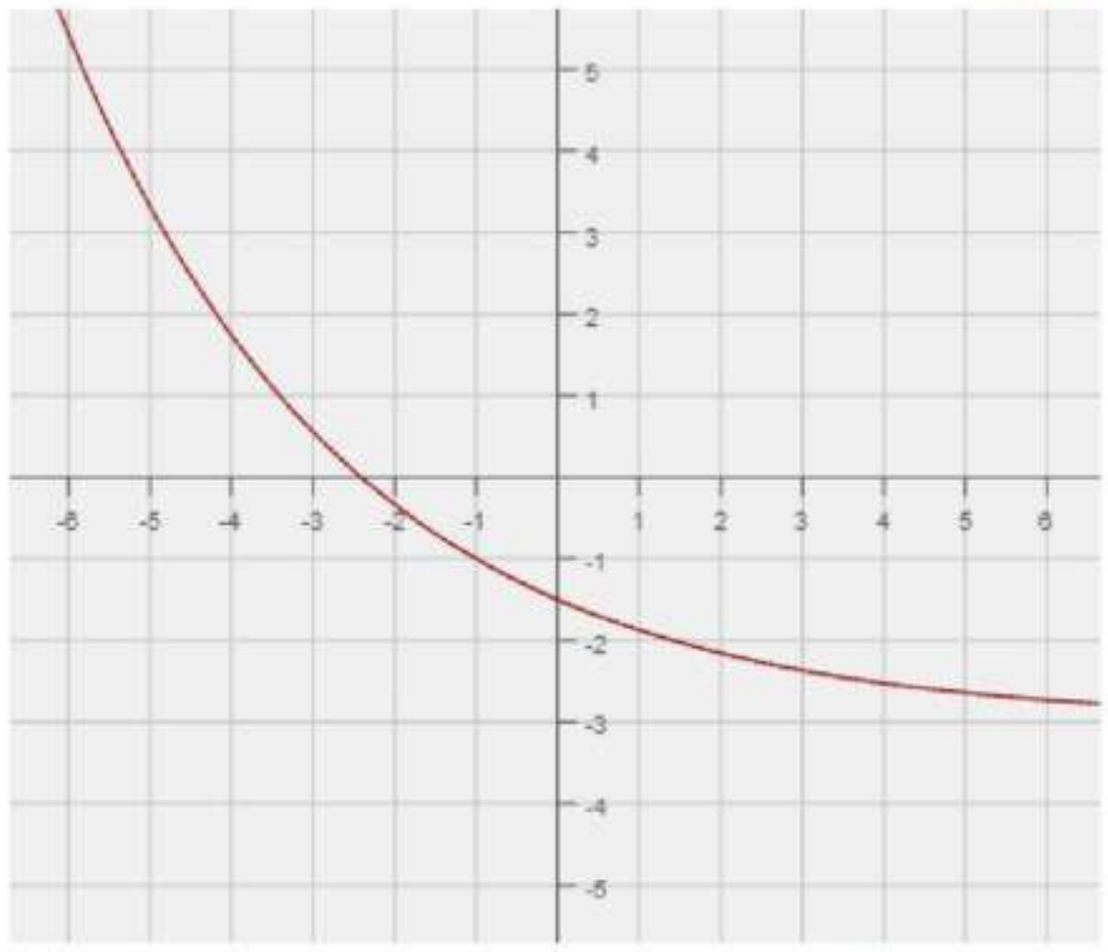
(1)



المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 2\}$

(2)



المجال: R

المدي: $\{y \mid y > -3\}$

(3)

$$c = \frac{-9}{5}$$

(4)

$$x = \frac{4}{5}$$

(5)

$$a \approx 2.1130$$

(6)

$$x = 7$$

(7)

$$x = 25$$

(8)

$$x = 4$$

(9)

$$n = -2.9560$$

(10)

2.3513

(11)

1.0592

(12) سكان:

(a

$$y = 185000(1.0212)^x$$

(b

312566 تقريبا

(13)

$$9^{\frac{3}{2}} = 27$$

اختيار من متعدد:

A (14)

(15)

(a

$b < 1$

(b

2Ä تقريبا

(a

$$y = 185000(1.0212)^x$$

(c

2028 تقريبا

(16) توفير:

(a

8690 ريالاً تقريبا

(b

2.31 سنة تقريبا

(a

$$y = 185000(1.0212)^x$$

(c

3.2 سنوات تقريبا

اختيار من متعدد:

(17) C

اختيار من متعدد:

(18) C

(19)

$$\log_3 x^{-2} + \log_3 (z-2)^6 + \log_3 t^2$$

$$\log_3 x^{-2}.(z-2)^6.t^2$$