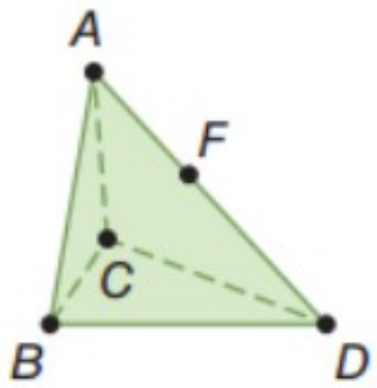
الفصل 2 التوازي والتعامد
Parallel And Perpendicular

التهيئة للفصل 2

استعن بالشكل المجاور:



١) يوجد ٣ مستويات في هذا الشكل

٢) النقاط A,F,D ثلاث نقاط علي استقامة واحدة

٣) نعم تقع النقطة C, D,B في المستوى نفسه

٤) أجهزة: نعم، تقع جميع الرؤوس السفلية في المستوي نفسه

أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:

5) $\angle 1 = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$

لأنها زاوية مجاورة لزاوية أخري على مستقيم لذلك مجموعهم = ١٨٠

6) $\angle 2 = 180^\circ - 23^\circ = 157^\circ$

لأنها زاوية مجاورة لزاوية أخري على مستقيم لذلك مجموعهم = ١٨٠

7) $\angle 3 = 90^\circ$ زاويتان متجاورتان

8) $\angle 4 = 23^\circ$ بالتقابل بالرأس

أوجد قيمة x لقيم a,b المعطاة في كل معادلة مما يأتي:

9) $a+8=-4(x-b)$

$8+8=-4(x-3)$

$16=-4(x-3)$

$4=-(x-3)$

$-4=x-3$

$-4+3=x$

$x=-1$

10) $b=3x+4a$

$12=3x+4\times(-9)$

$12=3x-36$

$12+36=3x$

$48=3x$

$x=48\div 3$

$x=16$

11) $\frac{a+2}{b+13}=5x$

$\frac{18+2}{-1+13}=5x$

$\frac{20}{12}=5x$

$20=60x$

$x=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$

١٢) معارض:

ما دفعة أحمد + أخوة = ٨٠

$80=95-15$

ثمن بطاقة الدخول الواحدة = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠

2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع

حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:

1A) $\overline{EH}$, $\overline{GF}$, $\overline{ED}$, $\overline{FA}$

1B) $\overline{CD}$ أو $\overline{GF}$ أو $\overline{AB}$

1C) المستوى ABG

2A) متبادلتان داخلياً

2B) متناظرتان

2C) متبادلتان خارجياً

2D) متحالفتان

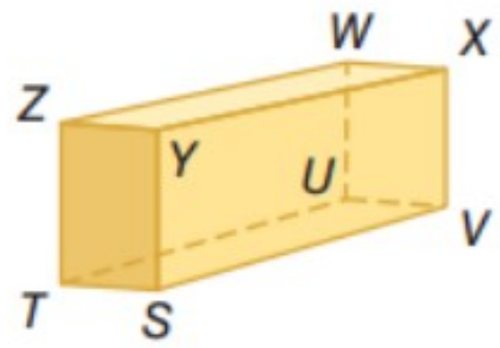
3A) المستقيم j؛ متبادلتان خارجياً.

3B) المستقيم L؛ متبادلتان داخلياً.

3C) المستقيم k؛ متناظرتان.

3D) المستقيم L؛ متحالفتان.

حدد كلا مما يأتي مستعملاً متوازي المستطيلات في الشكل المجاور: المثال١



1) $\overline{XY}$, $\overline{TU}$,$\overline{ZW}$

2) TUV

3) $\overline{ZW}$, $\overline{WU}$

4) إنشاءات:

4a) المستوى $ABCD$ يوازي المستوى $FGHE$

المستوى $ADEF$ يوازي المستوى $BCHG$

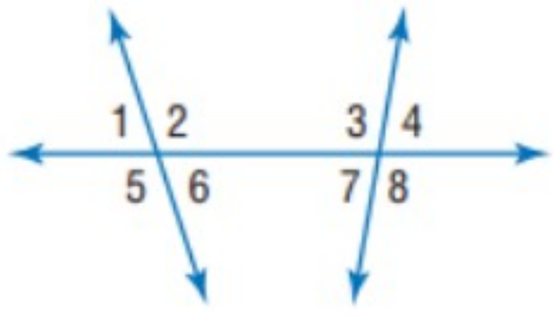
المستوى $DCHE$ يوازي المستوى $ABGF$

4b) $\overline{CH}$, $\overline{BG}$, $\overline{AF}$

4c) $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$

4d) $\overline{CH}$ و $\overline{JK}$ ؛ $\overline{BG}$ و $\overline{JK}$

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين خارجياً أو داخلياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال٢



5) متبادلتان خارجياً.

6) متناظرتين.

7) متبادلتان داخلياً.

8) متحالفتان.

استعن بالشكل المجاور لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي ، ثم صنف زوج الزوايا إلي زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال٢

9) المستقيم n؛ متناظرتين.

10) المستقيم p؛ متبادلتان خارجياً.

11) المستقيم m؛ متحالفتان.

12) المستقيم p؛ متبادلتان داخلياً.

تدرب وحل المسائل

حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور: مثال١

13) $\overline{CL}$, $\overline{EN}$, $\overline{BK}$, $\overline{AJ}$

14) JLM

15) $\overline{EN}$

16) DCL, NML, AED, AEN

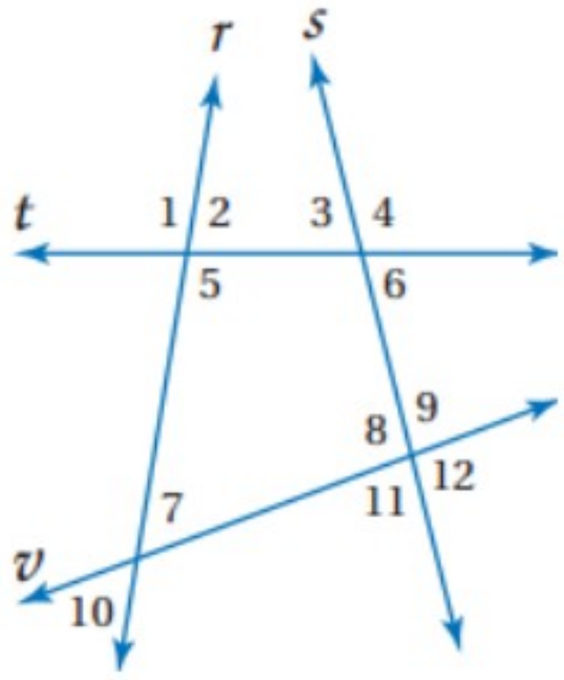
17) $\overline{KL}$, $\overline{CL}$, $\overline{BK}$, $\overline{ML}$, $\overline{DM}$, $\overline{NM}$, $\overline{KJ}$

18) $\overline{AJ}$

19) $\overline{KJ}$

20) $\overline{AE}$

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين خارجياً أو داخلياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال٢



21) متناظرتين

22) متحالفتين

23) متبادلتان داخلياً

24) متناظرتين

25) متبادلتان خارجياً

26) متبادلتان خارجياً

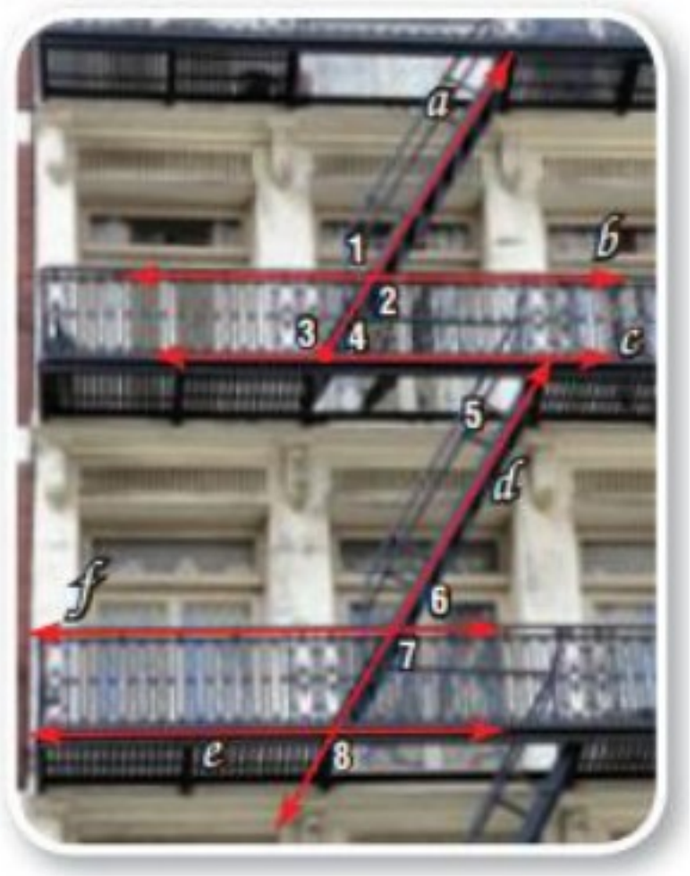
27) متحالفتين

28) متبادلتان خارجياً

29) متبادلتان خارجياً

30) متبادلتان داخلياً

سلم طوارئ: المثال٣



31) المستقيم a؛ متناظرتين

32) المستقيم a؛ متحالفتين

33) المستقيم c؛ متبادلتان داخلياً

34) المستقيم d؛ متبادلتان داخلياً

35) المستقيم d؛ متناظرتان

36) المستقيم a؛ متبادلتان خارجياً

37) كهرباء:

a) بما أن المستقيمين يقعان في المستوى نفسه وغير متلاقيين فإنهما متوازيان.

b) الخط q يمثل قاطعاً لكل من p و m.

استعن بالشكل المجاور لتصف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة الآتية بكتابة متوازيتين أو متخالفتين أو متقاطعتين:

38) متوازيتين

39) متخالفتين

40) متقاطعتين

41) متوازيتين

42) متخالفتين

43) متقاطعتين

44) خداع بصري:

a) $\overline{AB}$ توازي $\overline{DC}$ ؛ المسافة بين القطعتين المستقيمتين هي نفسها من أي موقع على القطعة المستقيمة.

b) $\overline{MN}$ توازي $\overline{QR}$ ؛ OP قاطع لكل من $\overline{CD}$ و $\overline{AB}$

45) سلم كهربائي:

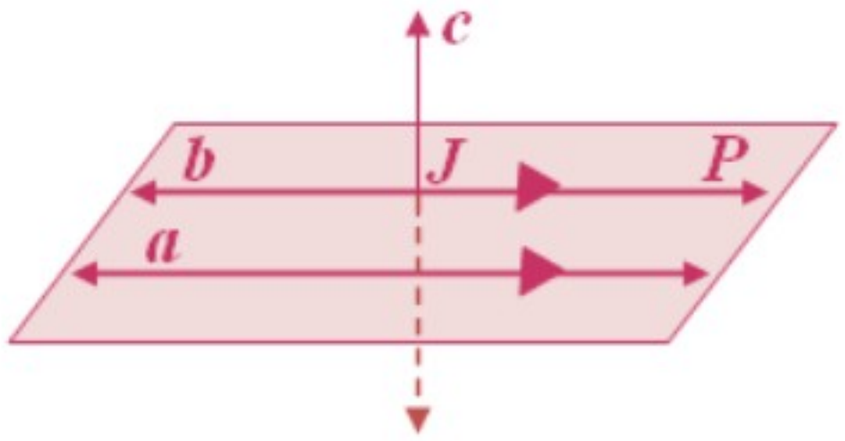
a) متوازية

b) تقع على استقامة واحدة

c) متخالفة

مسائل مهارات التفكير العليا

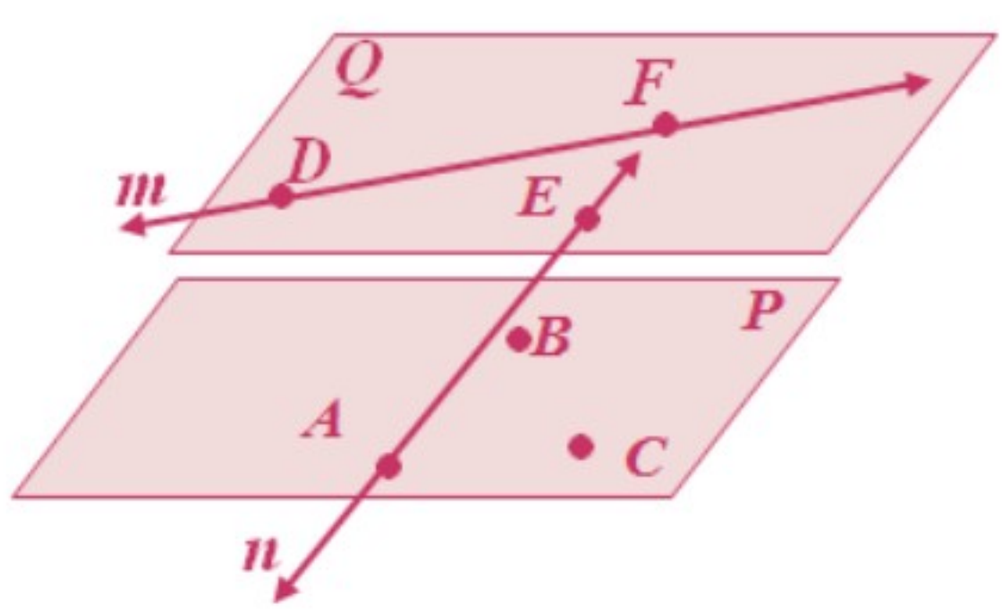
46) مسألة مفتوحة:



47)

- تحد:

a)



b) متوازيان

c) متخالفان

- تبرير:

48) صحيحة أحياناً؛ إما أن يكون $\overleftrightarrow{AB}$ موازياً لـ $\overleftrightarrow{CD}$ أو يخالفه؛ لأنهما لا يتقاطعان أبداً ولا يقعان في المستوى نفسه.

49) صحيحة أحياناً؛ $\overleftrightarrow{AB}$ يقطع المستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ اعتماداً على تقاطع المستويين X, Z.

50) اكتب:

لا يكون المستويان متخالفين؛ لأن تعريف المستقيمين المتخالفين ينصُّ على أن المستقيمين لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه.

والمستويان المتخالفان لا يقعان في المستوى نفسه، ولكنهما يكونان متوازيين أو متقاطعين.

تدريب على الاختبار المعياري

51) ***B***

52) ***D***

مراجعة تراكمية

53) $(2x-4)+(2x+4)$

$2x-4+2x+4=180$

$4x=180$

$x=45$

$\angle 9=(2x-4)^\circ$

$\angle 9=(2\times 45-4)^\circ=86^\circ$

$\angle 10=(2x+4)^\circ$

$\angle 10=(2\times 45+4)^\circ=94^\circ$

54) $(4x)+(2x-6)=180^\circ$

$6x-6=180$

$6x=186$

$x=31$

$\angle 11=4x=4\times 31$

$\angle 11=124^\circ$

$\angle 12=2x-6=2\times 31-6$

$\angle 12=56^\circ$

55) $(100+20x)+(20x)=180^\circ$

$100+40x=180$

$40x=180-100=80$

$x=80\div 40=2$

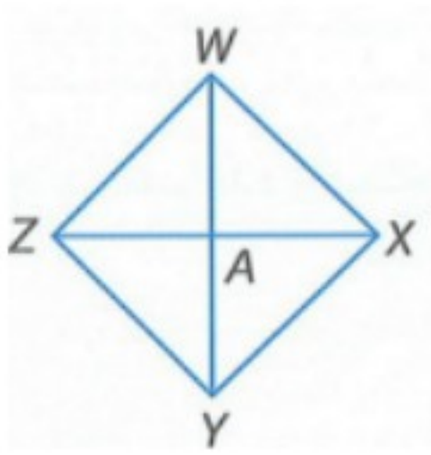
$\angle 19=100+20x=100+40$

$\angle 19=140^\circ$

$\angle 20=20x=20\times 2$

$\angle 20=40^\circ$

56) برهان:



المعطيات: $\overline{ZX}\cong\overline{WY}$ ، A منتصف $\overline{WY}$، A منتصف $\overline{ZX}$

المطلوب: $\overline{WA}\cong\overline{ZA}$

البرهان:

١) $\overline{ZX}\cong\overline{WY}$ ، A منتصف $\overline{WY}$، A منتصف $\overline{ZX}$ (معطيات)

٢) $ZX=WY$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $ZA=AX$, $WA=AY$ (تعريف نقطة المنتصف)

٤) $ZX=ZA+AX$,$WY=WA+AY$ (مسلَّمة جمع القطع المستقيمة)

٥) $WA+AY=ZA+AX$ (بالتعويض)

٦) $WA+WA=ZA+AX$ (بالتعويض)

٧) $2WA=2ZA$ (بالتعويض)

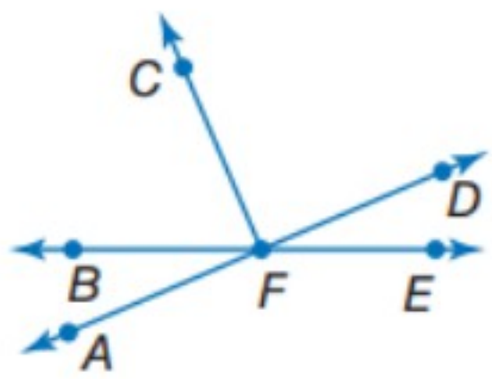
٨) $WA=ZA$ (خاصية القسمة)

٩) $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

57) استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارتين الآتيتين؟

لا نتيجة صحيحة

جبر: في الشكل المجاور:



58)

بما أن $\overline{FC} \perp \overline{AD}$

إذن $\angle CFD = 90^\circ$

$$\angle CFD = (12a + 45)^\circ = 90^\circ$$
$$12a = 90^\circ - 45$$
$$12a = 45$$
$$a = 3.75$$

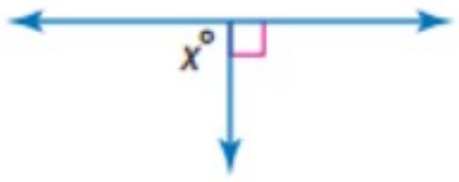
59)

$$\angle BFC + \angle AFB = 90^\circ$$
$$14x + 8 + 8x - 6 = 90$$
$$22x + 2 = 90$$
$$22x = 89$$
$$x = 4.05 \approx 4$$

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

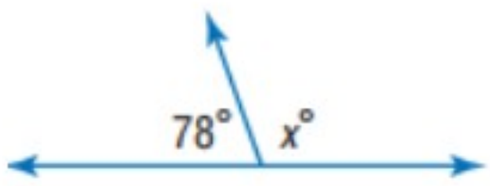
60)



$x = 90^\circ$

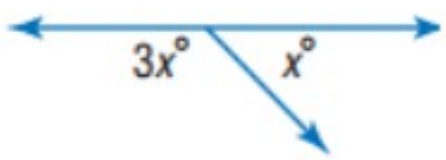
لأنهم زاويتان متجاورتان على مستقيم مجموعهم ١٨٠

61)



$x = 180 - 78 = 102^\circ$

62)



$3x + x = 180$
$4x = 180$
$x = 45$

****

حلِّل النتائج:

1) $\angle FAC, \angle GAB, \angle JBA, \angle KBD$ لها القياس نفسه.

$\angle CAG, \angle FAB, \angle ABK, \angle JBD$ لها القياس نفسه.

2)

الزاوية	$\angle FAC$	$\angle CAG$	$\angle GAB$	$\angle FAB$	$\angle JBA$	$\angle ABK$	$\angle KBD$	$\angle JBD$
القياس الأول	114°	66°	114°	66°	114°	66°	114°	66°
القياس الثاني	87°	93°	87°	93°	87°	93°	87°	93°
القياس الثالث	45°	135°	45°	135°	45°	135°	45°	135°
القياس الرابع	122°	58°	122°	58°	122°	58°	122°	58°
القياس الخامس	150°	30°	150°	30°	150°	30°	150°	30°

3) عيِّن أزواج الزوايا التي لها الأسماء الخاصة الآتية:

3a) المتناظرة: $\angle FAC$ و $\angle JBA$ ، $\angle CAG$ و $\angle ABK$ ، $\angle GAB$ و $\angle KBD$ ، $\angle FAB$ و $\angle JBD$؛ إذا قاطع مستقيمين متوازيين، فإن أزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.

3b) المتبادلة داخلياً: $\angle FAB$ و $\angle ABK$، $\angle GAB$ و $\angle JBA$؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقة.

3c) المتبادلة خارجياً: $\angle FAC$ و $\angle KBD$ ، $\angle CAG$ و $\angle JBD$؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزوايا المتبادلة خارجياً متطابقة.

3d) المتحالفة: $\angle ABK$, $\angle GAB$, $\angle GAB$, $\angle FAB$؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزاويتين المتحالفتين متكاملتان.

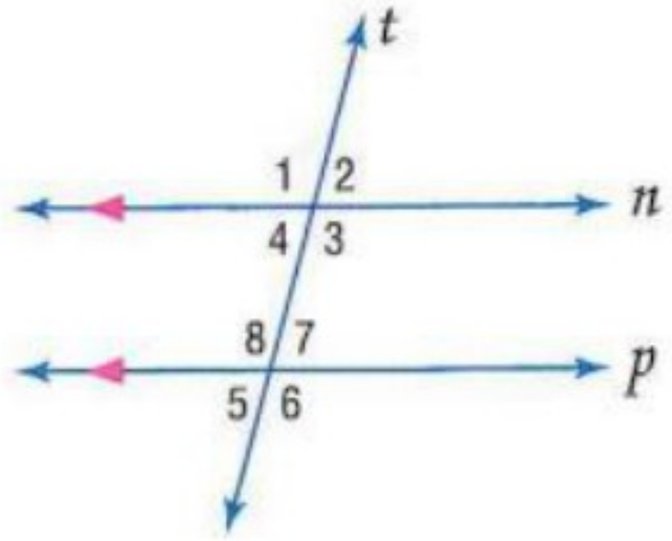
4) اسحب النقطة C أو D بحيث يكون قياس أي من الزوايا $= ٩٠°$.

4a) قياس جميع الزوايا 90°.

4b) إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، وكان عمودياً على أحد المستقيمين، فإنه يعامد المستقيم الآخر.

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

تحقق



1A) $\angle 1 = \angle 8 = 105^\circ$ = الزاويتين المتناظرتين.

1B) $\angle 2 = \angle 4 = 75^\circ$ بالتقابل بالرأس ؛ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

1C) $\angle 3 = \angle 1 = 105^\circ$ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

تحقق

2A) تخطيط المدن:

$\angle 1 = \angle 2 = 100$ بالتبادل

$\angle 2$, $\angle 4$ علي استقامة واحدة

$\angle 4 = 180 - 100 = 80^\circ$ ؛ نظرية تكامل الزوايا.

2B)

$\angle 3 \cong \angle 4$ ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

$\angle 3 = \angle 4$ ؛ نظرية تطابق الزوايا.

$\angle 3 = 70^\circ$ بالتعويض.

3A) بما أن المستقيمين j و K متوازيان فإن $\angle 2$ و $\angle 7$ متطابقتان بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

$m\angle 2 = m\angle 7$ (تعريف التطابق)

$4x + 7 = 5x - 13$ (بالتعويض)

$4x + 20 = 5x$ (بإضافة ١٣ لكلا الطرفين)

$20 = x$ (بطرح $4x$ من كلا الطرفين)

(3B

بما أن المستقيمين j و k متوازيان فإن $\angle 3$ و $\angle 5$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$m\angle 5 + m\angle 3 = 180^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

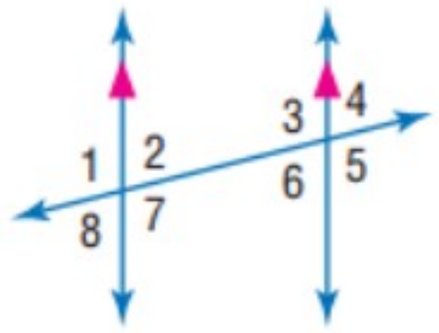
$2 - 68 + 3y = 180^\circ$ (بالتعويض)

$66 + 3y = 180^\circ$ (بالتبسيط)

$3y = ١١٤$ (بالطرح)

$y = 38^\circ$ (بقسمة الطرفين على 3)

في الشكل المجاور: أوجد قياس كل من الزوايا الآتية واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها: المثال١



1) $\angle 1 = \angle 3 = 94^\circ$ مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

2) $\angle 1 = \angle 5 = 94^\circ$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

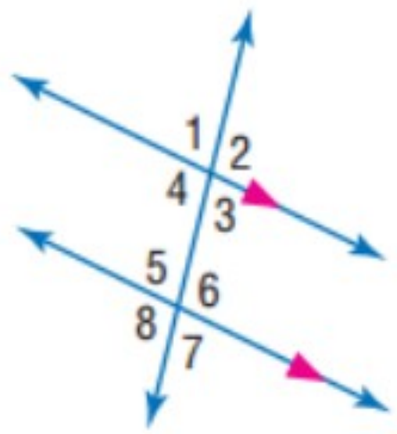
3)

$\angle 5$ و $\angle 4$ زاويتين متجاورتين على استقامة واحدة

$\angle 4 = 180 - 94 = 86^\circ$

مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين، ونظرية الزاويتين المتكاملتين.

في الشكل المجاور : أوجد قياس كل من الزوايا الآتية واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها: مثال٢



4)

$\angle 4 = \angle 6 = 101^\circ$ بالتبادل ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

5)

∠4 و ∠5 متحالفتان إذن مجموعهم = ١٨٠

إذن $\angle 5 = 180 - 101 = 79^\circ$

و ∠5 تساوي ∠7 بالتقابل بالرأس .

$\angle 7 = 79^\circ$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، ونظرية الزاويتين المتحالفتين.

6)

∠4 و ∠5 متحالفتان إذن مجموعهم = ١٨٠

إذن $\angle 5 = 180 - 101$

$\angle 5 = 79^\circ$ ؛ نظرية الزاويتين المتحالفتين.

7) طرق:

$m\angle 2 = 93^\circ$ بالتبادل داخلياً

بما أن مكملة ∠3 تساوي ∠2 بالتناظر

إذن $\angle 3 = 180 - 93$

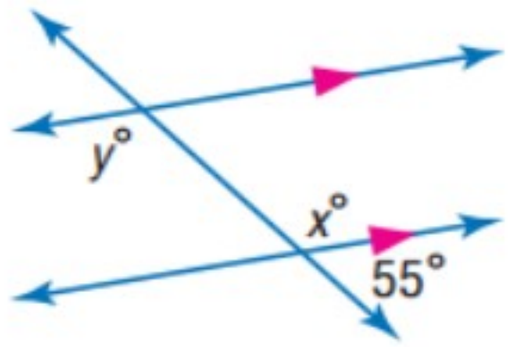
$\angle 3 = 87^\circ$

∠4 تساوي مكملة ٩٣ بالتناظر

$\angle 4 = 180 - 93 = 87^\circ$

أوجد قيمة كل متغير في الأشكال الآتية. وضح تبريرك: المثال٣

(8

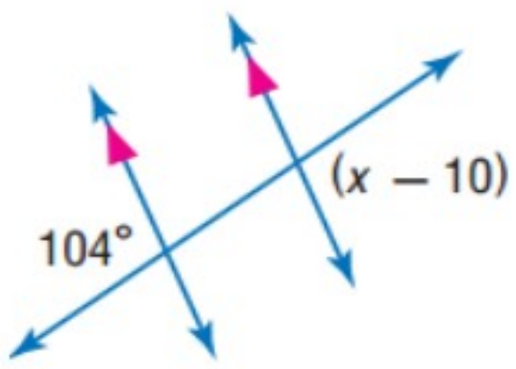


$x = 125$ نظرية الزاويتين المتكاملتين

$x + 55 = 180$
$x = 180 - 55$
$x = 125$

$y = x = 125$ ، نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

(9

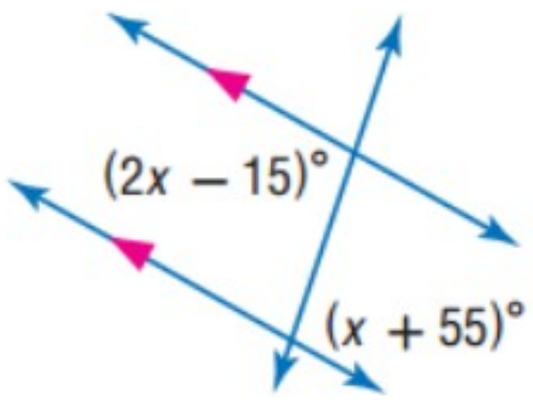


نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً $x - 10 = 104$

$x = 104 + 10$

$x = 114^\circ$

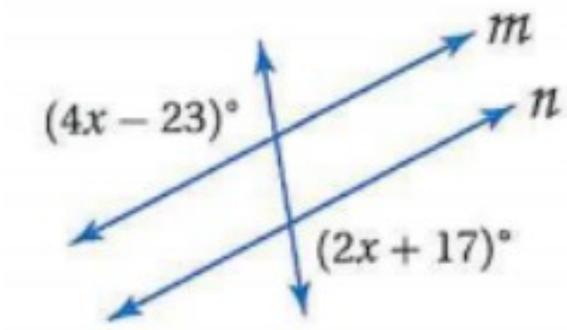
(10



$2x - 15 = x + 55$
$2x - x = 55 + 15$
$x = 70^\circ$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

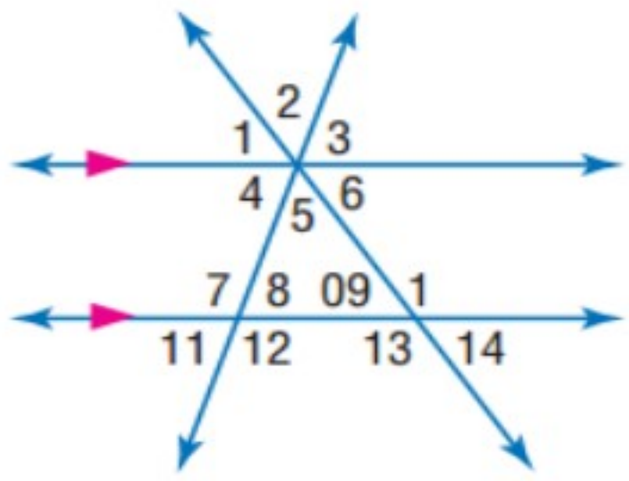
(11



$4x - 23 = 2x + 17$
$4x - 2x = 17 + 23$
$2x = 40$
$x = 20$

تدرب وحل المسائل

في الشكل المجاور: المثالان ١، ٢



12) $\angle 4 = \angle 11 = 22^\circ$ بالتناظر ؛ مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

13) $\angle 3 = \angle 4 = 22^\circ$ بالتقابل بالرأس

14)

نظرية زاويتان متبادلتان خارجياً ونظرية الزاويتين المتكاملتين

$\angle 1 = \angle 14$ ، $\angle 3 = \angle 11$ بالتبادل خارجياً

$\angle 3 + \angle 2 + \angle 1 = 180$ زوايا متجاورة على استقامة واحدة

$$180 = 18 + \angle 2 + 22$$
$$180 - 40 = \angle 2$$
$$140^\circ = \angle 2$$

15)

$$180 = \angle 14 + \angle 10$$
$$180 = 18 + \angle 10$$
$$162^\circ = \angle 10$$

نظرية الزاويتين المتكاملتين.

16)

$\angle 5 = \angle 2 = 140^\circ$ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

17)

$\angle 1 = \angle 14 = 18^\circ$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

طاقة شمسية:

18) متكاملان؛ لأنهما زاويتان متحالفتان.

19) متطابقان؛ لأنهما زاويتان متناظرتان.

20) متطابقتان؛ لأنهما زاويتان متبادلتان خارجياً.

21) متكاملتان؛ بما أن $\angle 3$ و $\angle 5$ متجاورتان على مستقيم فإنهما متكاملتان. $\angle 4$ و $\angle 5$ متطابقتان لأنهما زاويتان متبادلتان خارجياً، لذا فإن $\angle 3$ تكمل $\angle 4$.

أوجد قيمة كل متغير من الأشكال الآتية. وضح تبريرك

22)

حسب مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين:

$$3x - 15 = 105$$
$$3x = 105 + 15 = 120$$
$$x = 120 \div 3$$
$$x = 40$$

حسب نظرية الزاويتين المتكاملتين:

$$3x - 15 + y + 25 = 180$$
$$3 \times 40 - 15 + y + 25 = 180$$
$$y + 130 = 180$$
$$y = 50^\circ$$

23)

$180 - 54 = 126$ حسب نظرية الزاويتين المتجاورين على مستقيم

$126 = 2x$ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

$$x = 126 - 2 = 63$$
$$x = 63^\circ$$

24)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً:

$$2x = 108$$
$$x = 108 \div 2$$
$$x = 54^\circ$$

$y = 12$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$$5y + 120 = 180$$
$$5y = 60$$
$$y = 60 \div 5$$
$$y = 12$$

25)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

$$3x - 14 = 2x + 25$$
$$3x - 2x = 25 + 14$$
$$x = 39$$

26)

حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$$5x - 20 = 90$$
$$5x = 110$$
$$x = 22$$

27)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

$$21 + 2x = x + 48$$
$$2x - x = 48 - 21$$
$$x = 27$$

28) برهان:

العبارات	المبررات
a) $m \parallel n$ ، l قاطع للمستقيمين m, n.	a) معطى
b) $\angle 1, \angle 3$ متجاورتان على مستقيم	b) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم.
$\angle 4, \angle 2$ متجاورتان على مستقيم	
c) $\angle 1, \angle 3$ متكاملتان.	c) نظرية الزاويتين المتكاملتين
$\angle 4, \angle 2$ متكاملتان.	
d) $\angle 1 \cong \angle 4, \angle 2 \cong \angle 3$	d) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.
e) $m\angle 1 = \angle 4, m\angle 2 = m\angle 3$	e) تعريف تطابق الزوايا
f) $\angle 1, \angle 2$ متكاملتان.	f) بالتعويض.
$\angle 3, \angle 4$ متكاملتان.	

تخزين:

29) متطابقتان؛ زاويتان متبادلتان داخلياً.

30) متطابقتان؛ زاويتان متناظرتان.

31) متطابقتان؛ زاويتان متقابلتان بالرأس.

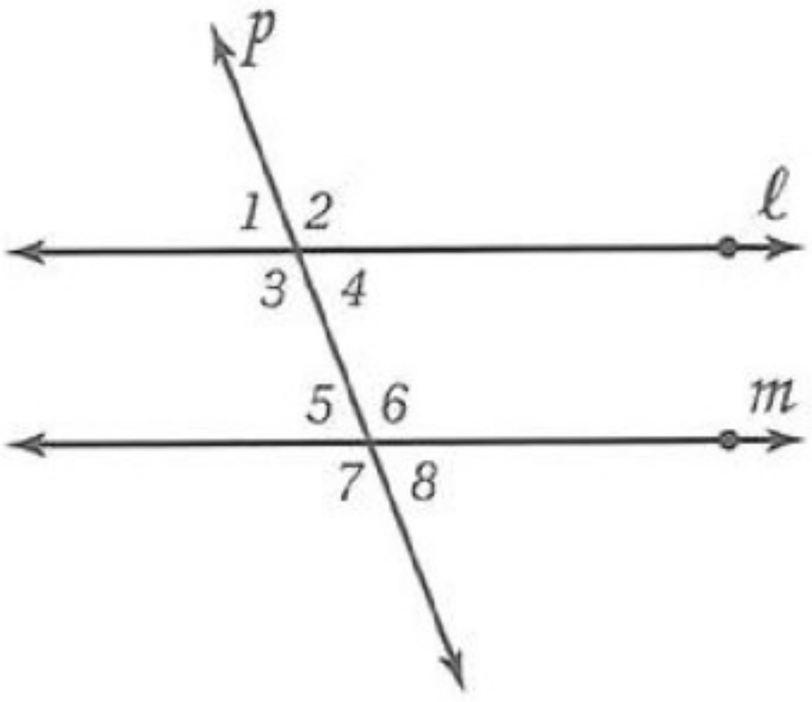
32) متتامتان؛ لأن المستقيمين الرأسي والأفقي متعامدان ويشكلان زوايا قائمة.

33) برهان:

المعطيات: $l \perp m$

المطلوب: $\angle 8 \cong \angle 1$ ، $\angle 7 \cong \angle 2$

البرهان:



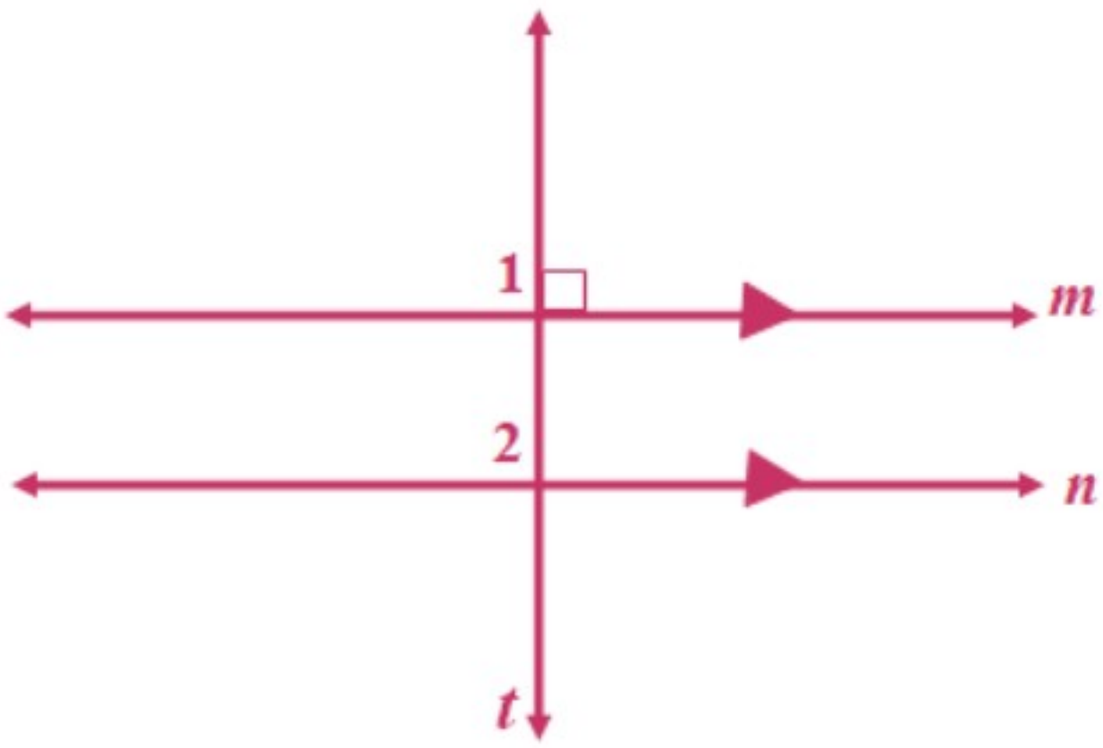
١) $m \parallel l$ (مُعطى)

٢) $\angle 6 \cong \angle 2$ ، $\angle 5 \cong \angle 1$ (مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين)

٣) $\angle 7 \cong \angle 6$ ، $\angle 8 \cong \angle 5$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٤) $\angle 7 \cong \angle 2$ ، $\angle 8 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي)

34) برهان:



المعطيات: $m \parallel n$ ، $t \perp m$

المطلوب: $t \perp n$

البرهان:

١) $m \parallel n$ ، $t \perp m$ (معطيات)

٢) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

٣) $\angle 1 = 90^\circ$ (تعريف الزاوية القائمة)

٤) $\angle 2 \cong \angle 1$ (مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين)

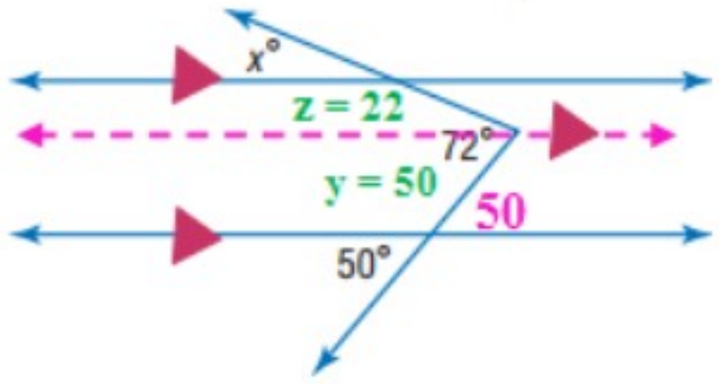
٥) $m\angle 2 = m\angle 1$ (تعريف تطابق الزوايا)

٦) $m\angle 2 = 90^\circ$ (بالتعويض)

٧) $\angle 2$ زاوية قائمة (تعريف الزاوية القائمة)

٨) $t \perp n$ (تعريف المستيقيمين المتعامدين).

(35



الزاوية 50° تساوي المقابلة لها حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

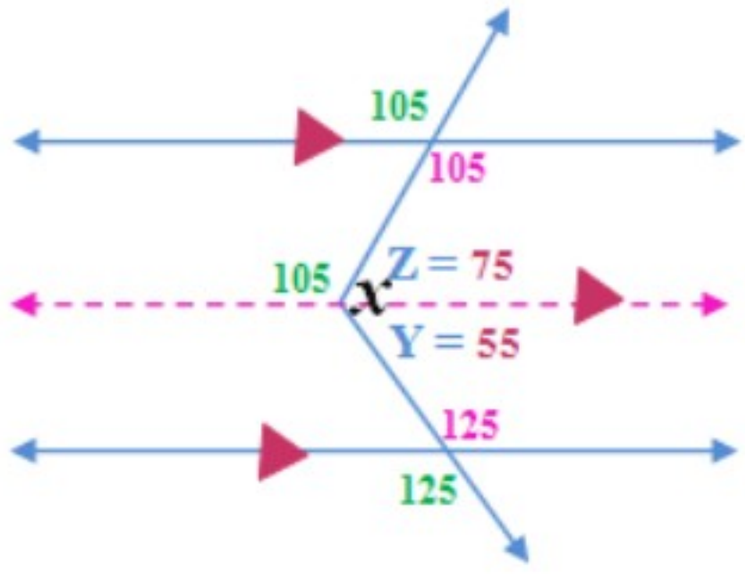
رسم مستقيم يوازي كل من المستقيم الأخرين

$Y = 50^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

$Z = 72 - 50 = 22^\circ$

$Z = X = 22^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

(36



الزاوية 125° تساوي المقابلة لها وكذلك زاوية 105° حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

رسم مستقيم يوازي كل من المستقيم الأخرين.

باستحدام نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً والزاويتين المتجاورتين على مستقيم.

$Y = 180 - 125 = 55^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان والزاويتان المتجاورتان.

$Z = 180 - 105 = 75^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتجاورتان.

$X = Y + Z$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

$X = 55 + 75 = 130^\circ$

37) احتمالات:

a) يوجد 28 زوجاً من الزوايا، حيث يمكن تشكيل سبعة أزواج من الزوايا مع الزاوية الأولى، وستة ازواج من الزوايا مع الزاوية الثانية؛ لأنها شكلت زوجاً مع الزاوية الأولى، وهكذا فإن عدد أزواج الزوايا يساوي

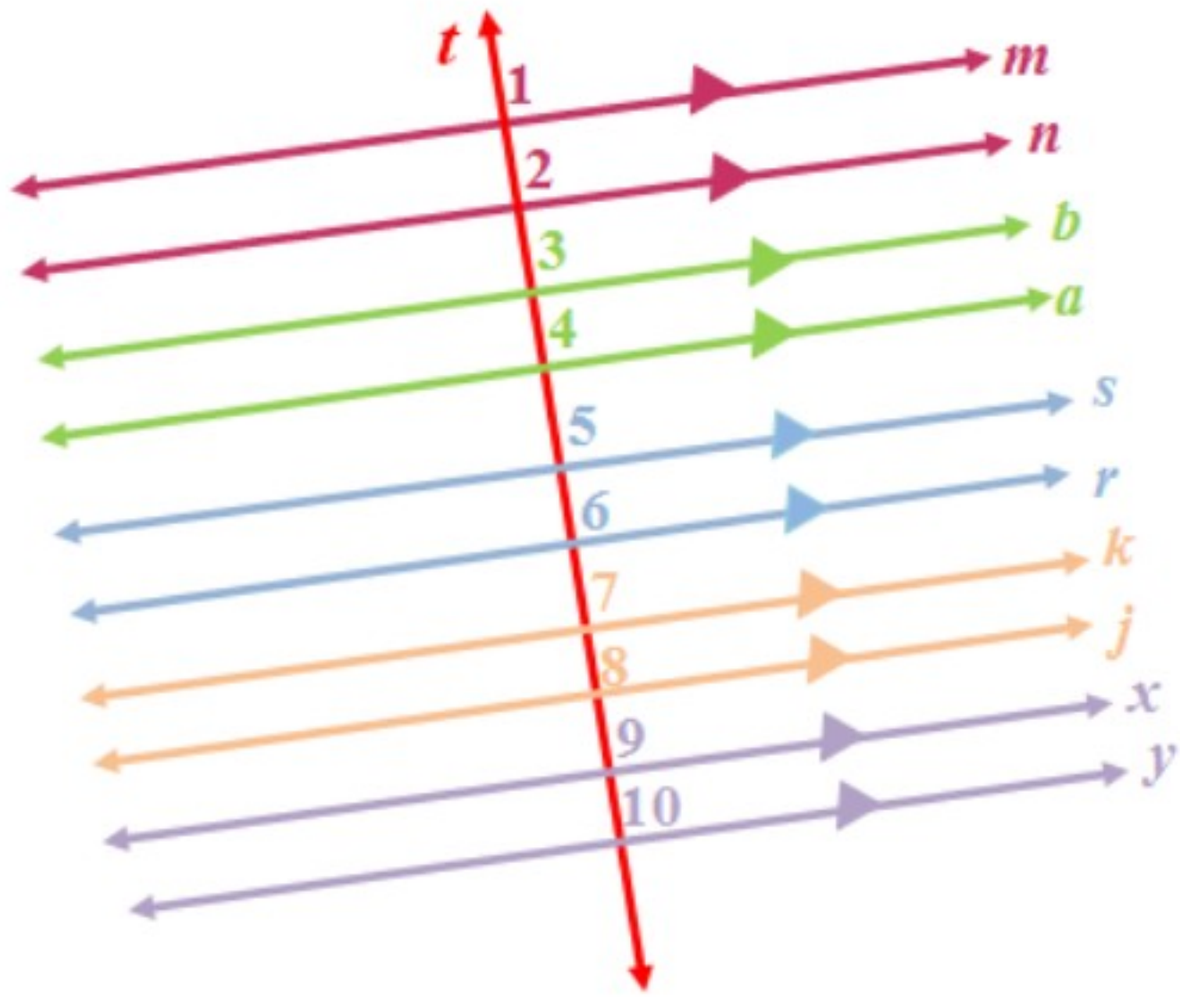
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 أو 28 زوجاً.

b) توجد علاقتان ممكنتان بين أزواج الزوايا، فإذا اخترنا زاويتين فإنهما إما متطابقتان أو متكاملتان.

c) نصف أزواج الزوايا متطابقة، والنصف الآخر لأزواج الزوايا متكاملة، لذا فإن احتمال إختبار زوج متطابق من الزوايا تكون نسبة 1 إلى 2 أو 50%.

38) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً: المستقيمين m و n:



b) جدولياً:

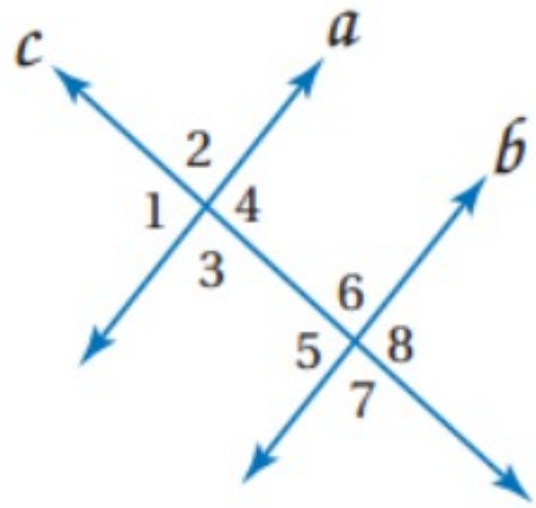
$m\angle 1$	$m\angle 2$	$m\angle 3$	$m\angle 4$
60	120	60	120
45	135	45	135
70	110	70	110
90	90	90	90
25	155	25	155
30	150	30	150

c) لفظياً: الزاويتان الخارجتان الواقعتان في جهة واحدة من القاطع متكاملتان.
d) منطقياً: التبرير الاستقرائي؛ ثم استعمال نمطٍ للوصول إلى النتيجة.
e) برهان:
البرهان:
١) المستقيمان m و n متوازيان ويقطعهما المستقيم t. (مُعطى)
٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)
٣) $\angle 2 , \angle 4$ (الزاويتان المتناظرتان متطابقتان)
٤) $m\angle 2 = m\angle 4$ (تعريف التطابق)
٥) $m\angle 1 + m\angle 4 = 180^\circ$ (بالتعويض)

٦) ∠1 و ∠4 متكاملتان (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

مسائل مهارات التفكير العليا

39) اكتب:

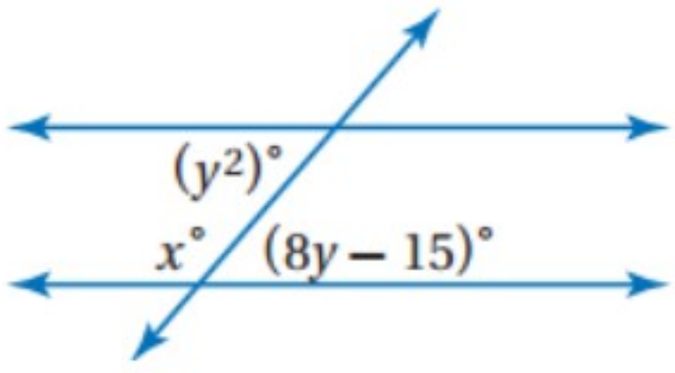


المستقيمان b و c متعامدان؛ بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم؛ فإن:
$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$، لكن $\angle 2 \cong \angle 1$ ، لذا $m\angle 1 = m\angle 2$،
بالتعويض $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ ، لذا $m\angle 1 = 90^\circ$ و $m\angle 2 = 90^\circ$.
لذا فالمستقيمان a و c متعامدان. حسب النظرية 2.4،
وبما ان c عمودي على المستقيم a والمستقيمين a و b متوازيان،
فإن المستقيم c عمودي على المستقيم b أيضاً.

40) اكتب:

يتكون في كلتا النظريتين زوج من الزوايا، عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين. ومع ذلك ففي نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، يكون كل زوج من الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقاً. في حين يكون كل زوج من الزوايا المتحالفاً متكاملاً في نظرية الزاويتين المتحالفتين.

41) تحد:



(نظرية الزاويتان المتبادلتان داخليا متطابقتان) $y^2 = 8y - 15$

$$y^2-8y+15=0$$
$$(y-5)(y-3)=0$$
$$y=5$$
$$y=3$$

(نظرية الزاويتان المتجاورتان متكاملتان) $x+8y-15=180$

عندما $y=٣$

$$x+(8\times3)-15=180$$
$$x+24-15=180$$
$$x+9=180$$
$$x=171$$

عندما $y=٥$

$$x+(8\times5)-15=180$$
$$x+40-15=180$$
$$x+25=180$$
$$x=155$$

42)تبرير:

يكفي معرفة قياس زاوية واحدة؛ لأن الزوايا الباقية إما مطابقة لها أو مكملة.

تدريب على الاختبار المعياري

43) C

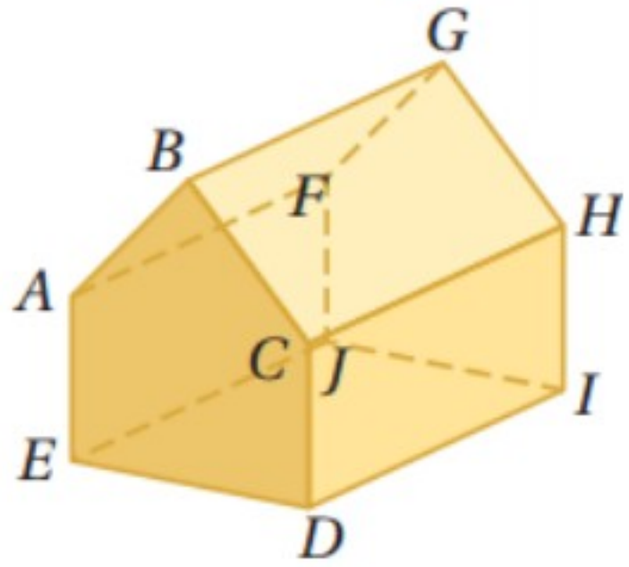
$\angle1$ و $\angle2$ و $\angle3$ زاويا متجاورة علي مستقيم مجموعهم ١٨٠°

$$(x-4)+(3x-20)+2x=180$$
$$6x-24=180$$
$$6x=204$$
$$x=34$$
$$\angle3=x-4$$
$$\angle3=34-4$$
$$\angle3=30^\circ$$

44) إجابة قصيرة: ١ و ٢

مراجعة تراكمية

حدد كلا مما يأتي مستعملا الشكل المجاور:



45) FG

46) AB, DE, FG, IJ, AE, FJ

47) DCH

48)

متجاورتين على مستقيم: $m\angle 2$ و $m\angle 1$

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

$m\angle 1 = 180^\circ - 67 = 113^\circ$

49)

زاويتين متتامتين: $\angle 8$ و $\angle 6$

$\angle 8 + \angle 6 = 90^\circ$

$\angle 47 + \angle 6 = 90^\circ$

$\angle 6 = 90 - 47 = 43^\circ$

زوايا متجاورة على مستقيم: $\angle 7$ و $\angle 8$ و $\angle 6$

$\angle 7 = 180 - 90 = 90^\circ$

50)

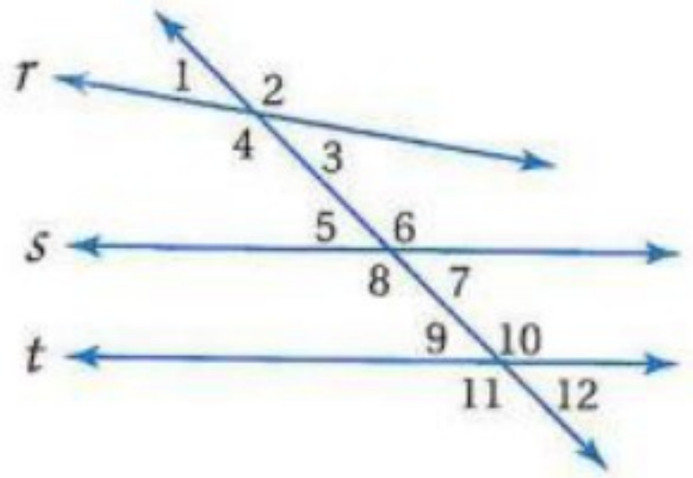
نظرية زاويتان متجاورتان على مستقيم: $m\angle 3 = 90^\circ$

$m\angle 5 = 90 - 32 = 58^\circ$

قطارات: قطعة مستقيمة 15 (51

استعد للدرس اللاحق

حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا:



٥٢) متبادلتان خارجياً

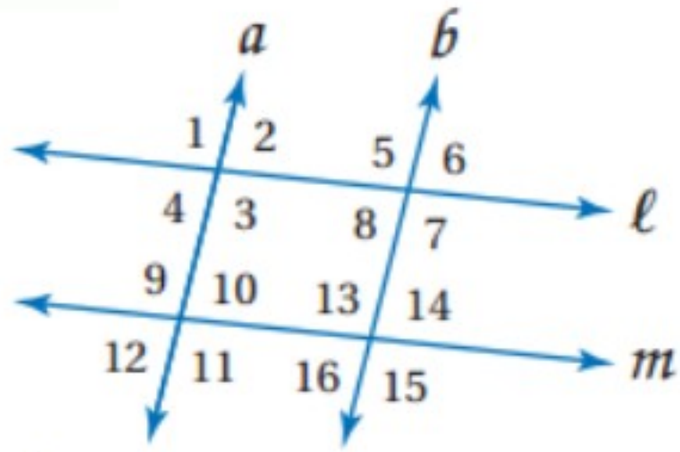
٥٣) متحالفتان

٥٤) متناظرتان

٥٥) متبادلتان خارجيا

2-3 إثبات توازي مستقيمين

تحقق



1A) $a \parallel b$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

1B) $l \parallel m$ ؛ عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

1C) $a \parallel b$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

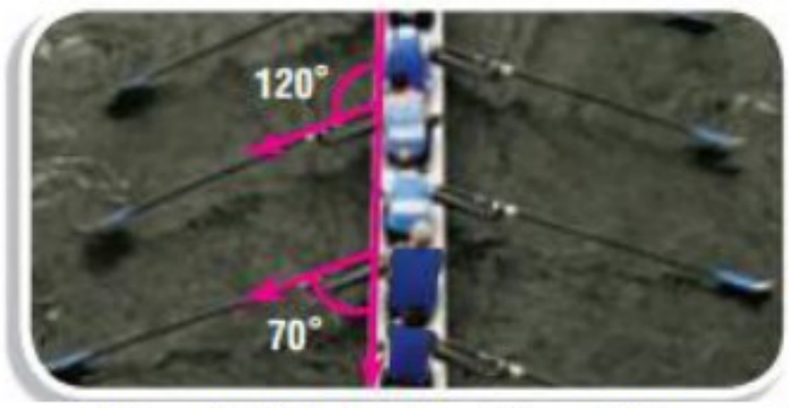
1D) لا يمكن.

1E) $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

1F) لا يمكن.

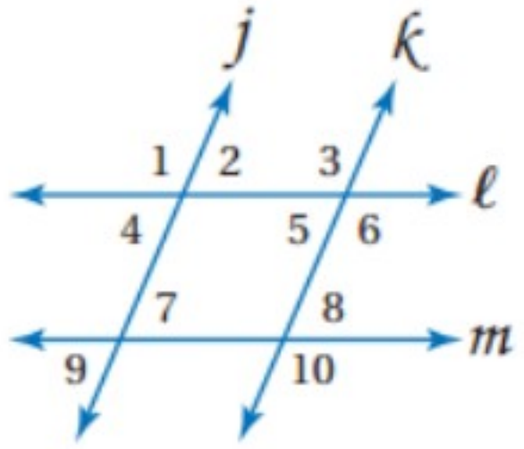
تحقق

3) تجديف:

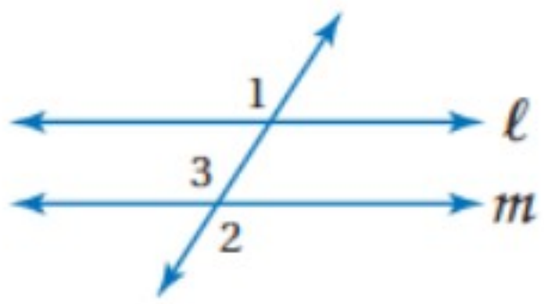


غير ممكن؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً، أو الزاويتان المتبادلتان داخلياً أو الزاويتان المتناظرتان ليستا متطابقتين. وكذلك الزاويتان المتحالفتان غير متكاملتين، لذا فالمستقيمان غير متوازيين.

هل يمكن إثبات أن أيًّاً من مستقيمات الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازياً، فأذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك. المثال١



1) $\angle 1 \cong \angle 3$ إذن $j \parallel k$؛ عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.
2) $\angle 2 \cong \angle 5$ إذن $j \parallel k$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.
3) $\angle 3 \cong \angle 10$ إذن $l \parallel m$؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.
4) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180^\circ$ إذن $l \parallel m$؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
5) **برهان:** مثال٣



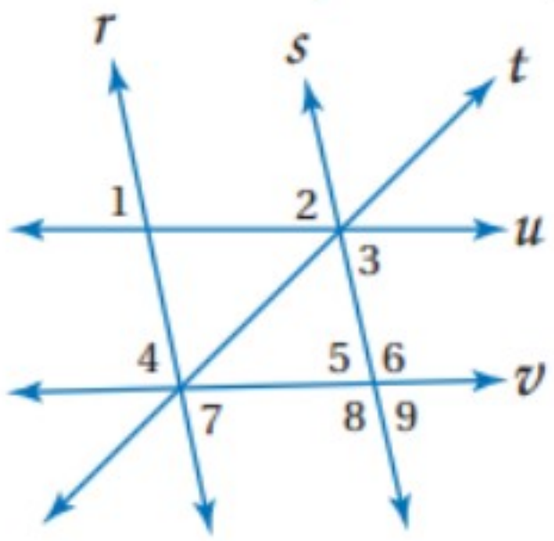
العبارات	المبررات
a) $\angle 1 \cong \angle 2$	a) معطى
b) $\angle 2 \cong \angle 3$	b) الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.
c) $\angle 1 \cong \angle 3$	c) خاصية التعدي للتطابق
d) $l \parallel m$	d) إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة فإن المستقيمين متوازيان.

6) كراسي:

نعم؛ بما أن الزاويتين المتبادلتين داخلياً متطابقتان فإن مسندي الظهر والقدمين متوازيان.

تدرب وحل المسائل

هل يمكن إثبات أن أيًّاً من مستقيمات الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازياً، فأذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك. المثال ١

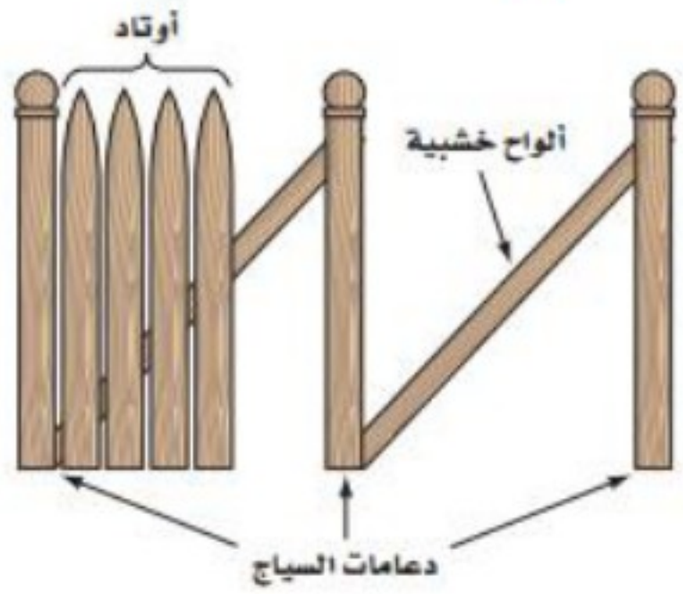


7) $\angle 1, \angle 2$ زاويتان متناظرتان للمستقيم $\overleftrightarrow{rs}$ ؛
و $\angle 1 \cong \angle 2$ إذن $r \parallel s$ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

8) $\angle 2, \angle 9$ زاويتان متبادلتان خارجياً للمستقيم $\overleftrightarrow{uv}$
و $\angle 2 \cong \angle 9$ ؛ إذن $u \parallel v$ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

9) $r \parallel s$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
10) $u \parallel v$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
11) لا توجد مستقيمات متوازية.
12) $r \parallel s$؛ عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

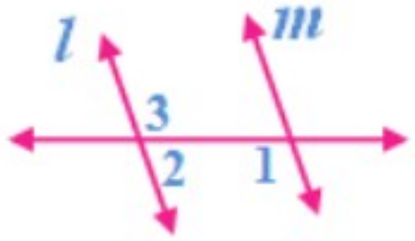
13) حدائق



عندما يقيس سعود الزاوية التي يصنعها كل وتر في السياج مع لوح الخشب، فإنه يقيس زوايا متناظرة، وعندما تكون جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن الأوتاد يجب أن تكون متوازية.

14)

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية ٢,٦. المثال٣



$m\angle 1$ و $m\angle 2$ متحالفتان (مُعطى).

$m\angle 2$ و $m\angle 3$ متجاورتان على مستقيم (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم).

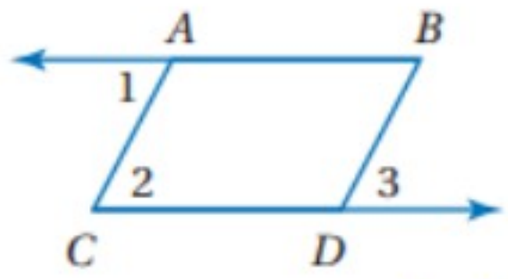
$m\angle 2$ و $m\angle 3$ متكاملتان (تعريف الزاويتان المتكاملتان).

$\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي).

$l \parallel m$ (عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين).

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لكل مما يأتي:

15) البرهان:



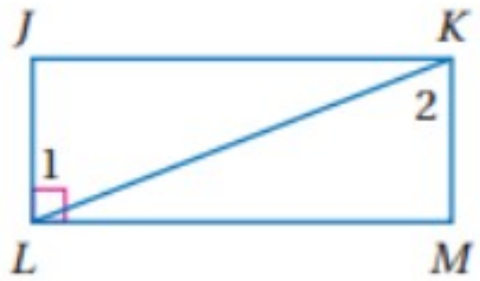
$\angle 1 \cong \angle 3$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (مُعطى)

$\angle 2 \cong \angle 3$ (مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين)

$\angle 2 \cong \angle 1$ (خاصية التعدّي)

$\overline{AB} \square \overline{CD}$ (إذا كانت الزاويتان المتبادلتان متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان).

16)



البرهان:

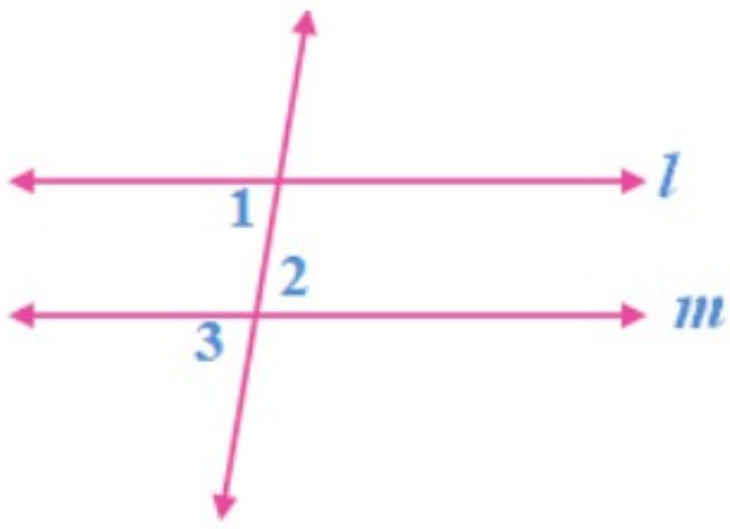
$\overline{LJ} \perp \overline{ML}$, $\angle 1 \cong \angle 2$ (مُعطى)

$\overline{LJ} \square \overline{KM}$ (إذا كانت الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان).

$\overline{KM} \perp \overline{ML}$ (نظرية القاطع العمودي).

برهان: اكتب برهاناً حراً لكل من النظريتين الأتيتين:

17) النظرية ٢,٧:



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

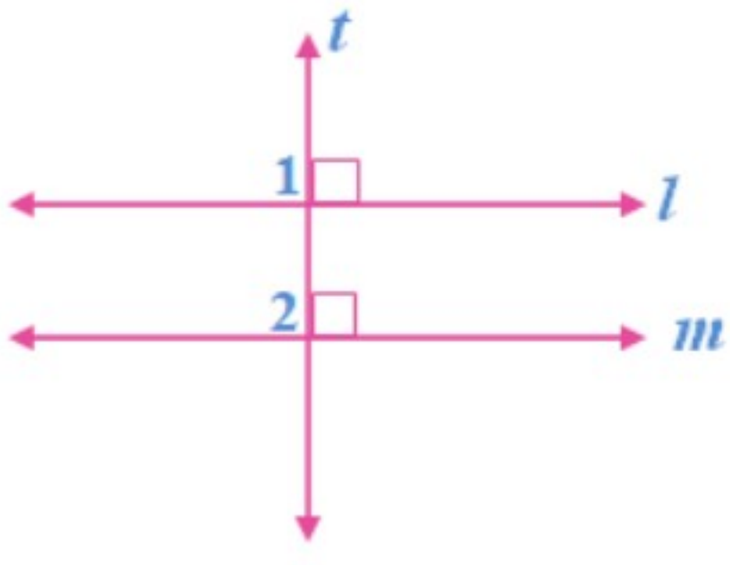
المطلوب: $l \square m$

البرهان:

$\angle 2 \cong \angle 3$ لأنهما متقابلتان بالرأس،

ومن ذلك $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال خاصية التعدي. وبما أن $\angle 1$ و $\angle 3$ زاويتان متناظرتان ومتطابقتان، فإن $l \square m$

18) النظرية ٢,٨:



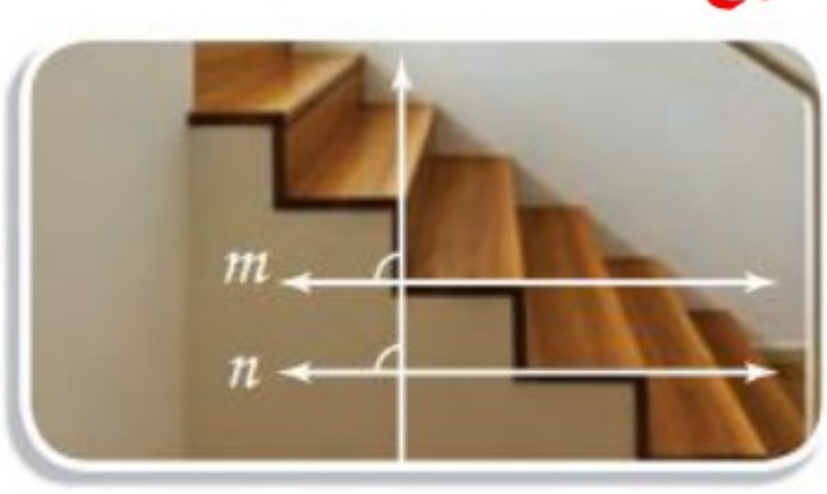
المعطيات: $l \perp t, m \perp t$

المطلوب: $l \square m$

البرهان:

بما أن $l \perp t$ و $m \perp t$، فإن قياس كلٍّ من $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90° . وبما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ لهما القياس نفسه، فإنهما متطابقتان، وبحسب عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين يكون $l \parallel m$

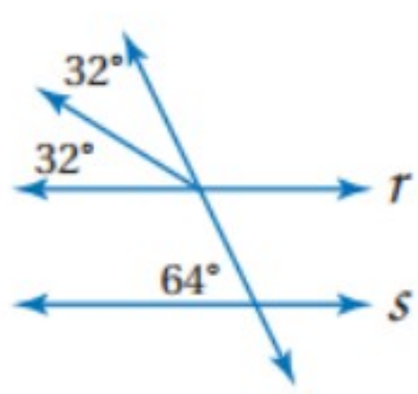
19) درج:



حواف أسطح الدرجات متوازية؛ لأن الزاويتين المتناظرتين متطابقتين.

حدد ما إذا كان المستقيمان S, R متوازيين أم لا في كل مما يأتي:

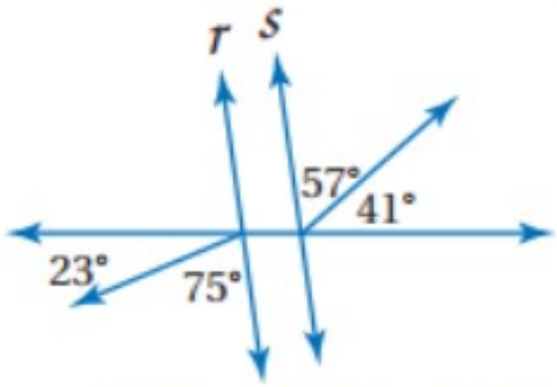
20)



$32 + 32 = 64$

$r \parallel s$؛ الزاويتان المتناظرتان متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

21)

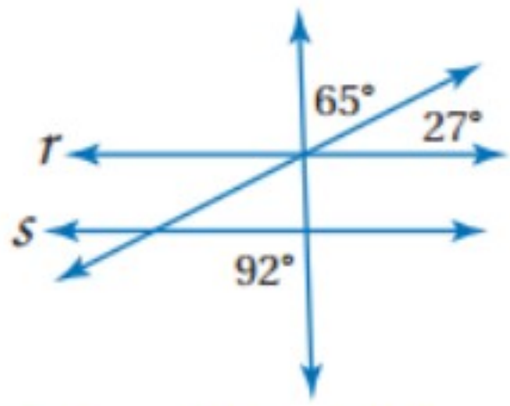


$57^\circ + 41^\circ = 98^\circ$

$75^\circ + 23^\circ = 98^\circ$

$r \parallel s$؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

(22

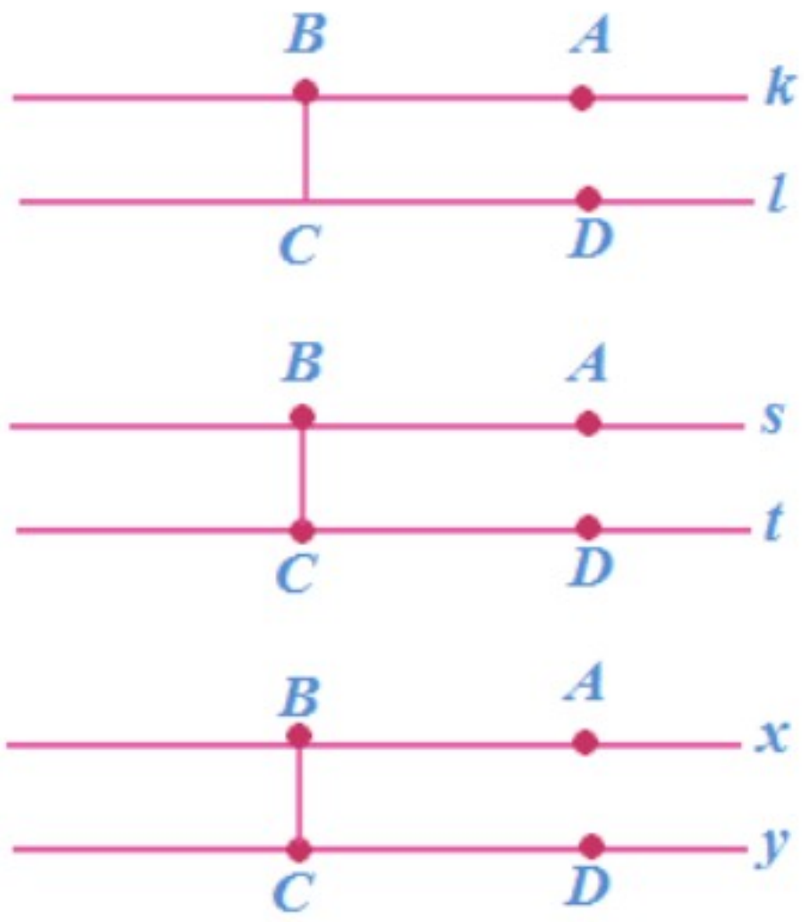


$65^\circ + 27^\circ = 92^\circ$

$r \parallel s$؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

23) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً:



b) جدولياً:

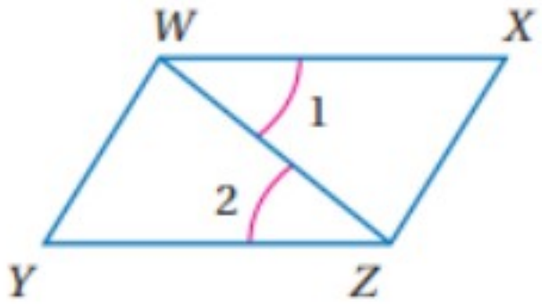
زوج المستقيمات المتوازية	$m\angle ABC$	$m\angle BCD$
k و l	90°	90°
s و t	90°	90°
x و y	90°	90°

c) لفظياً:

قياس الزاوية التي تكوّنها القطعة المستقيمة مع المستقيمين المتوازيين 90° .

مسائل مهارات التفكير العليا

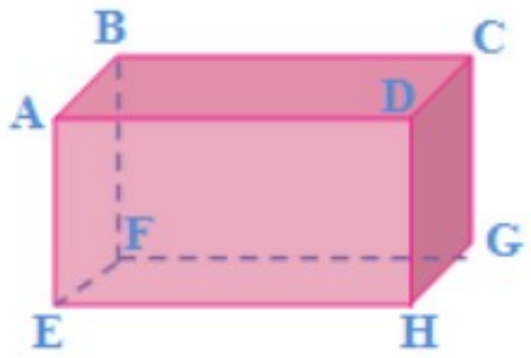
24) اكتشف الخطأ:



إجابة منصورصحيحة ؛ بما أن $\angle 2, \angle 1$ متبادلتان داخلياً، فإن $\overline{WX} \square \overline{YZ}$

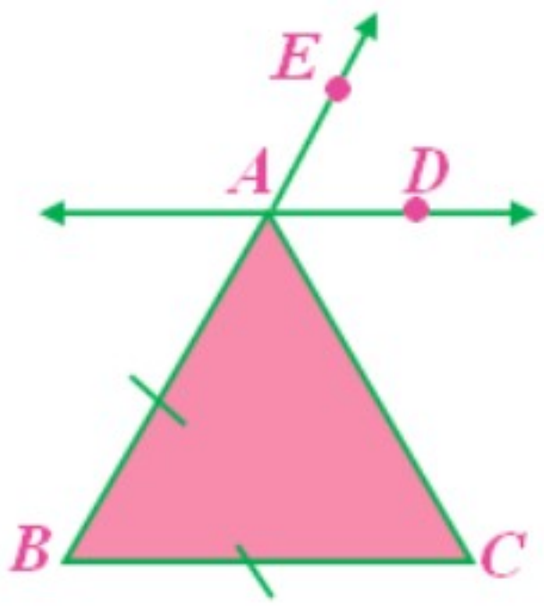
25) تبرير:

لا؛ في الشكل أدناه $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{GC} \perp \overline{BC}$ ، لكن $\overline{AB}$ ليس موازياً على $\overline{GC}$.



26) مسألة مفتوحة:

a)

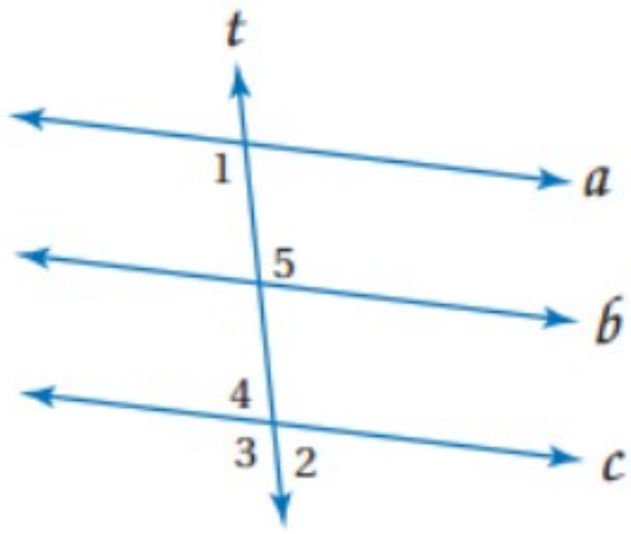


b) باستعمال المسطرة نجد أن البعد بين المستقيمين ثابت، لذا فهما متوازيان.

c) $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لكل من $\overleftrightarrow{BC}$ و $\overleftrightarrow{AD}$.
ونُسخت $\angle ABC$ لإنشاء $\angle EAD$ ؛ لذا $\angle ABC \cong \angle EAD$ ،

$\angle ABC$ و $\angle EAD$ متناظرتان، وحسب عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين فإن $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{AD}$.

27) تحد:



(a

نعلم أن $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. بما أن $\angle 2$ و $\angle 3$ متجاورتان على مستقيم، فإن $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$

وبالتعويض $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2$

وبطرح $m\angle 2$ من كلا الطرفين نحصل على $m\angle 1 = m\angle 3$.

أي أن $\angle 1 \cong \angle 3$ حسب تعريف الزوايا المتطابقة، لذلك فإن $a \parallel c$؛ لأن الزاويتين المتناظرتين متطابقتان.

(b

نعلم أن $a \parallel c$ و $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

بما ان $\angle 1$ و $\angle 3$ متناظرتان، فإنهما متطابقتان وقياساهما متساويان.

وبالتعويض: $m\angle 3 + m\angle 3 = 180$ أو $2m\angle 3 = 180^\circ$

وبقسمة كل الطرفين على 2

نحصل على $m\angle 3 = 90^\circ$

لذلك $t \perp c$ لأنهما يشكلان زاوية قائمة.

28) اكتب:

استعمل زاويتين متبادلتين خارجياً ناتجتين عن مستقيمين وقاطع، وبيّن أنهما متطابقتان.

أو بيّن أن زاويتين متحالفتين متكاملتان

أو بيّن أن زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان

أو بيّن أن مستقيماً يقع في نفس المستوى عموديٌّ على كلا المستقيمين

أو بيّن أن الزوايا المتناظرة متطابقة.

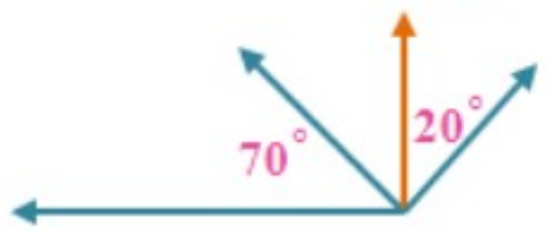
تدريب على الاختبار المعياري

29) B

30) C

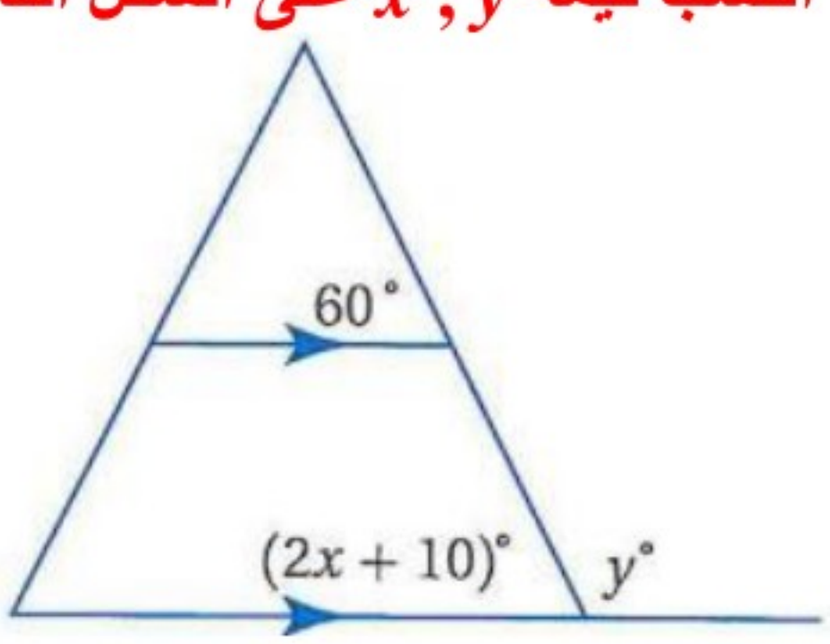
مراجعة تراكمية

31)



32)

احسب قيمة y , x على الشكل التالي:



$2x + 10 = 60$

$2x = 50$

$x = 25$

$2x + 10 = y$

$2 \times 25 + 10 = y$

$y = 60$

استعد للدرس اللاحق

بسط كل من العبارات الآتية:

33) $\frac{6-5}{4-2}=\frac{1}{2}$

34) $\frac{-11-4}{12-(-9)}=\frac{-\cancel{15}^{5}}{\cancel{21}^{7}}=\frac{-5}{7}$

35) $\frac{16-12}{15-11}=\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{4}^{1}}=1$

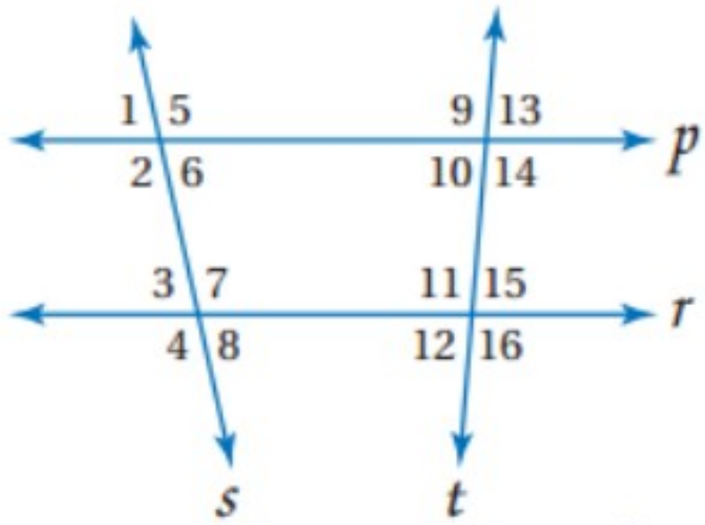
****

اختبار منتصف الفصل

الفصل 2

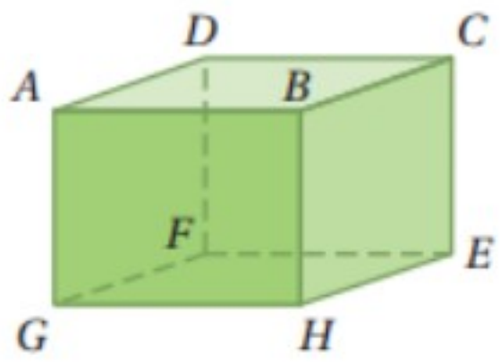
الدروس 1-2 إلى 3-2

استعن بالشكل أدناه لتحدد القاطع الذي يصل كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف زوج الزوايا ألي زاويتين متبادلتين داخلياً أوخارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين:



1) المستقيم s؛ متبادلتان داخلياً.
2) المستقيم p؛ متبادلتان خارجياً.
3) المستقيم t؛ متحالفتان.
4) المستقيم s؛ متناظرتان.

حدد كل مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



5) $\overline{GF}$, $\overline{AD}$,$\overline{BC}$

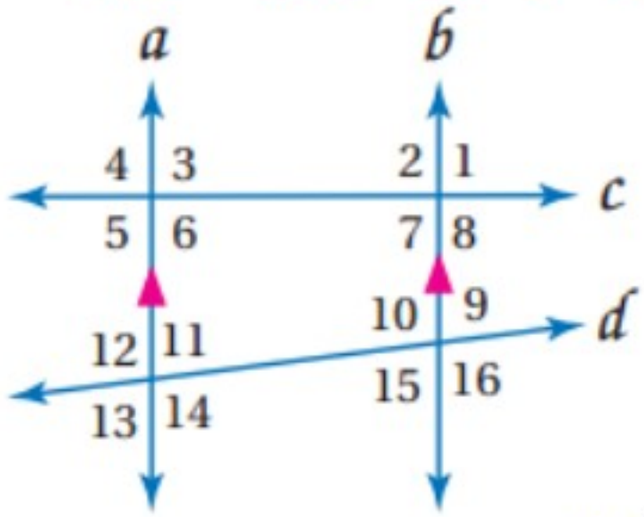
6) $\overline{AD}$, $\overline{DF}$

7) GHE

اختيار من متعدد:

8) A: متناظرتان

في الشكل المجاور: أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



9) $\angle 2 = \angle 4 = ١٠٤^\circ$ مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

10)

$\angle 8 = \angle 2 = ١٠٤$ حسب نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس

$\angle 8 + \angle 9 = 180$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين

$١٠٤ + \angle 9 = ١٨٠$

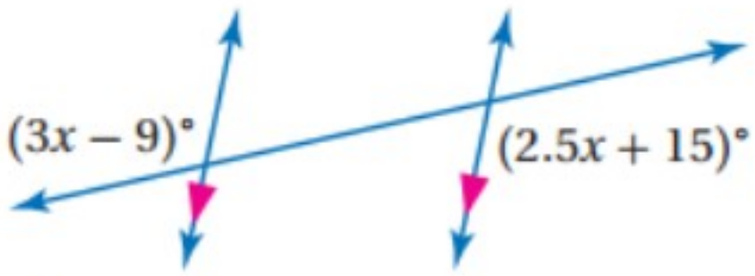
$\angle 9 = 180 - 104$

$\angle 9 = ٧٦^\circ$

11) $\angle 10 = \angle 14 = ١١٨^\circ$ ؛ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

12) $\angle 7 = 180 - 104 = ٧٦^\circ$ حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، و$\angle 7$ مكملة لـ $\angle 6$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

13) أوجد قيمة x في الشكل الآتي:



$$(3x - 9) = (2.5x + 15)$$

$$3x - 9 - 2.5x = 15$$

$$.5x = 15 + 9$$

$$.5x = 24$$

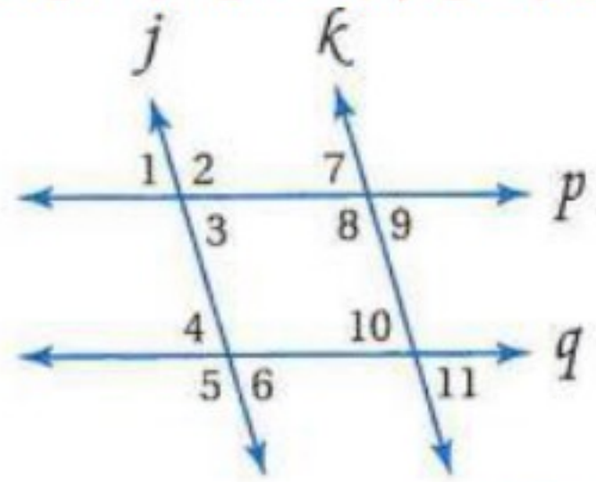
$$x = 24 \div .5$$

$$x = 48$$

14) نجارة:

$x = 40^\circ$ بالتبادل داخلياً

هل يمكن إثبات أن أيا من مستقيمات الشكل الأتية متوازية:



15)

بما أن $\angle 10 \cong \angle 4$ حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين إذن المستقيم k يوازي المستقيم j

16)

لايوجد

17)

بما أن $\angle 11 \cong \angle 7$ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً إذن المستقيم p يوازي المستقيم q

2-4 ميل المستقيم

1A) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-(-5)}{6-(-3)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

1B) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-(-2)}{8-(-6)} = \frac{-1}{14}$

ميل المستقيم: غير معرف

1C) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-3)}{4-4} = \frac{5}{0}$

1D) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-3}{-3-4} = \frac{0}{-7} = 0$

2) مبيعات:

تعيين النقطتين: (٢٠ , ٢٠٠٣) , (٢٠٠ , ٢٠٠٨)

ميل المستقيم = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2008-2003}{200-20} = \frac{5}{180} = \frac{1}{36}$

استعمل ميل المستقيم وإحدى النقطتين لإيجاد عدد العلب في ٢٠١٢

(x , ٢٠١٢) , (٢٠٠ , ٢٠٠٨)

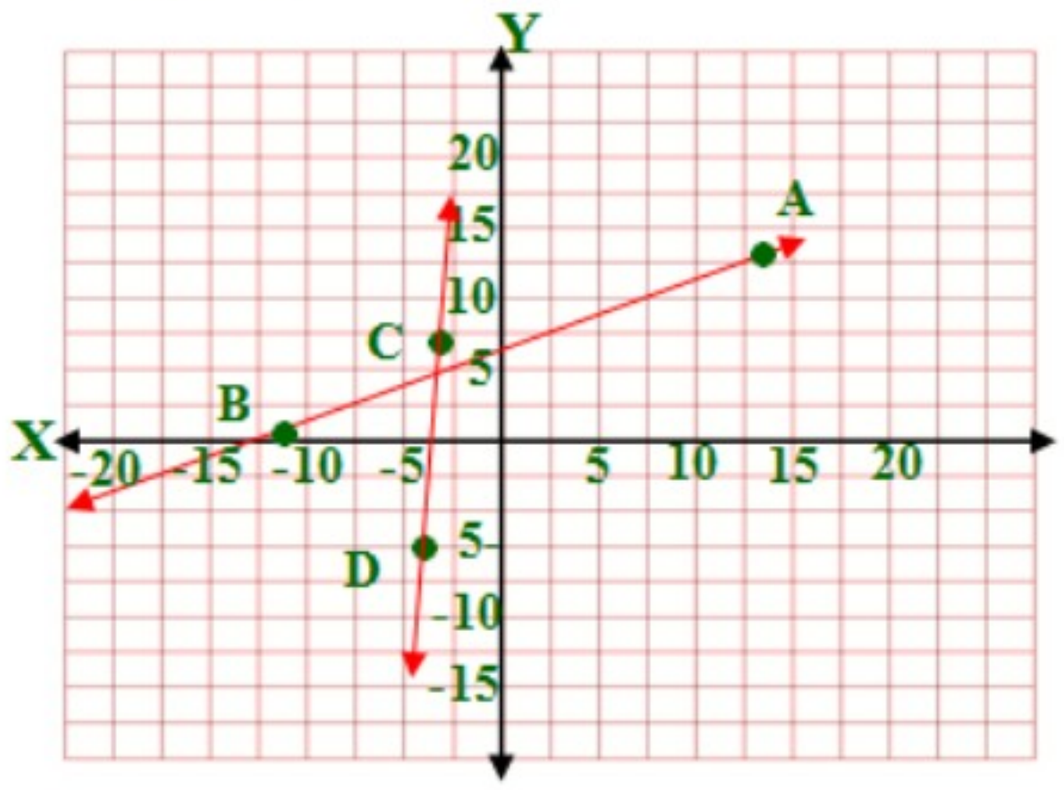
$$\frac{1}{36}=\frac{2008-2012}{200-x}$$
$$200-x=(2008-2012)\times 36$$
$$200-x=-4\times 36$$
$$200-x=-144$$
$$x=344$$

إذن عدد مبيعات العلب عام ٢٠١٢ = ٣٤٤ مليون

3A) غير ذلك

$$\overleftrightarrow{AB}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-13}{-11-14}=\frac{-13}{-25}=\frac{13}{25}$$

$$\overleftrightarrow{CD}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-7}{-4-(-3)}=\frac{-12}{-1}=12$$

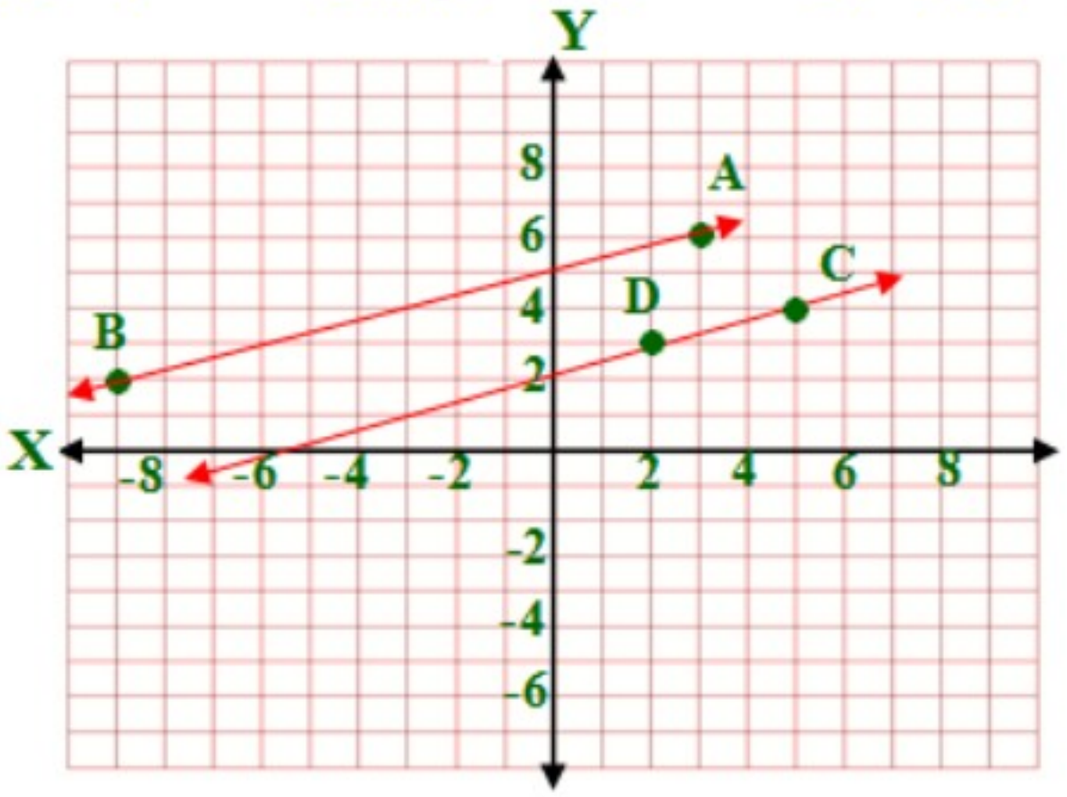


3B) متوازيان

$$\overleftrightarrow{AB}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-6}{-9-3}=\frac{-4}{-12}=\frac{1}{3}$$

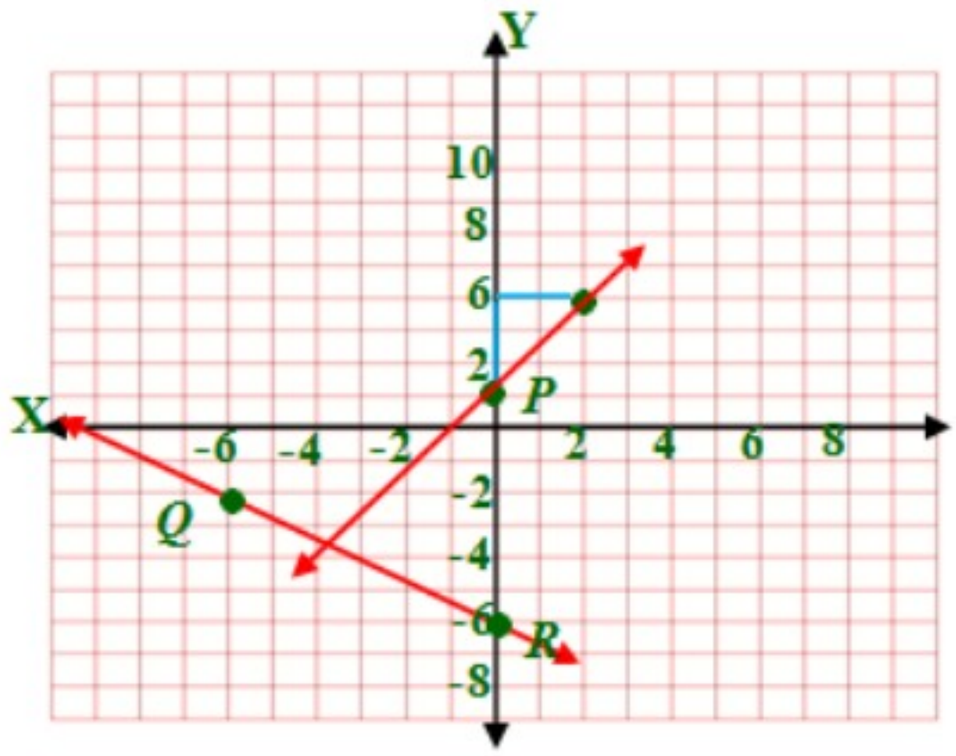
$$\overleftrightarrow{CD}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-4}{2-5}=\frac{1}{3}$$

ميل المستقيم الأول يساوي ميل المستقيم التاني إذن المستقيمان متوازيان.



$$\overleftrightarrow{QR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-(-2)}{0-(-6)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \quad (4$$

بما أن $\frac{-2}{3}\left(\frac{3}{2}\right) = -1$ فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{QR}$ يساوي $\frac{3}{2}$



أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: المثال ١

1)

النقطة $j = (-2\ ,\ 3)$ والنقطة $k = (3\ ,\ -2)$

$$m = \overleftrightarrow{KJ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{-2-3} = \frac{5}{-5} = -1$$

2)

النقطة $T = (-٢\ ,\ 2)$ والنقطة $U = (-٢, -٢)$

$$\overleftrightarrow{UT} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-2)}{-2-(-2)} = \frac{4}{0}$$

ميل المستقيم غير معرف

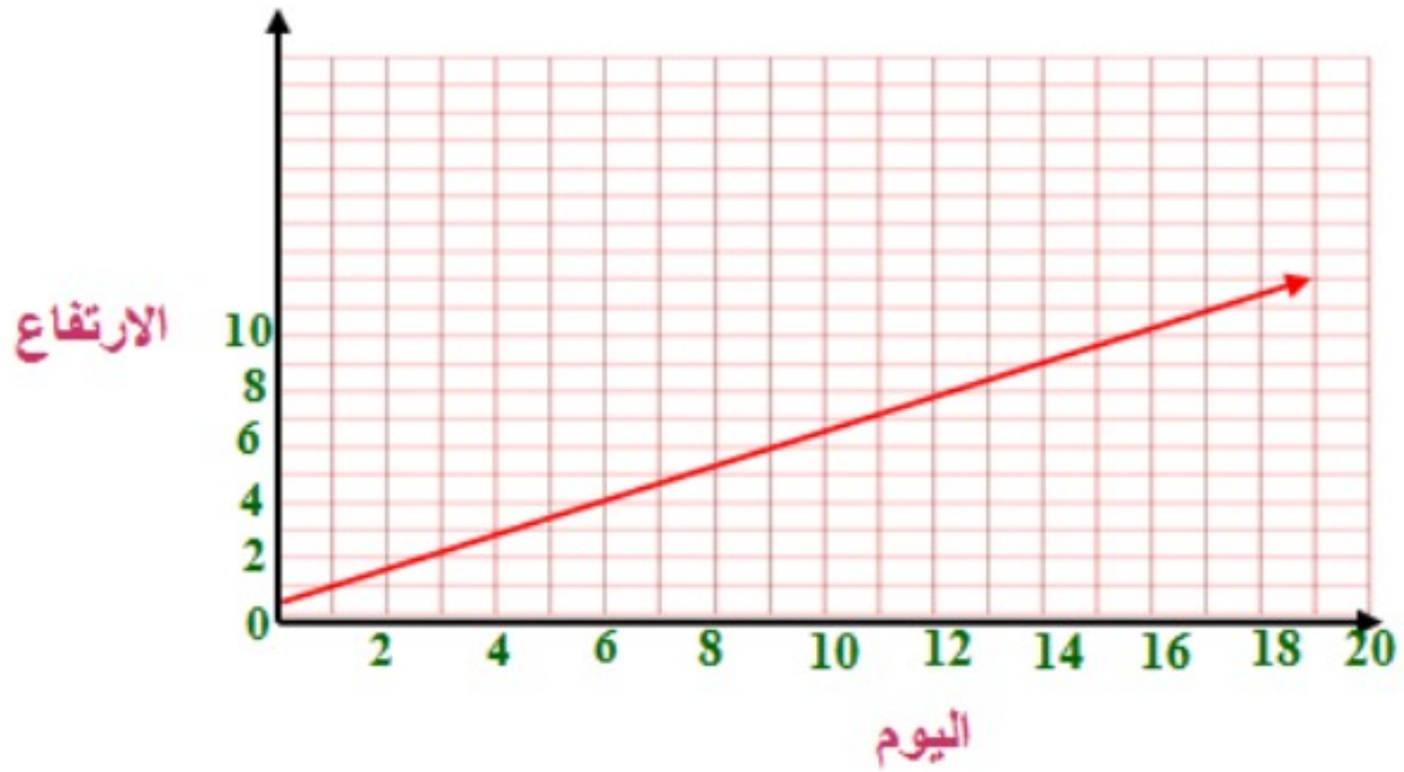
3)

النقطة $A = (1, 1.5)$ والنقطة $B = (-1.5, -1.5)$

$$m = \overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1.5-1.5}{-1.5-1} = \frac{-3}{-2.5} = \frac{6}{5}$$

4) علم النبات: المثال٢

a)



b) $\frac{1}{2}$ ؛ يزيد طول النبتة $0.5m$ كل يوم.

c) $8m$

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{YZ}$, $\overleftrightarrow{WX}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، ومثل كل مستقيم بيانياً لتتحقق من إجابتك. المثال٣

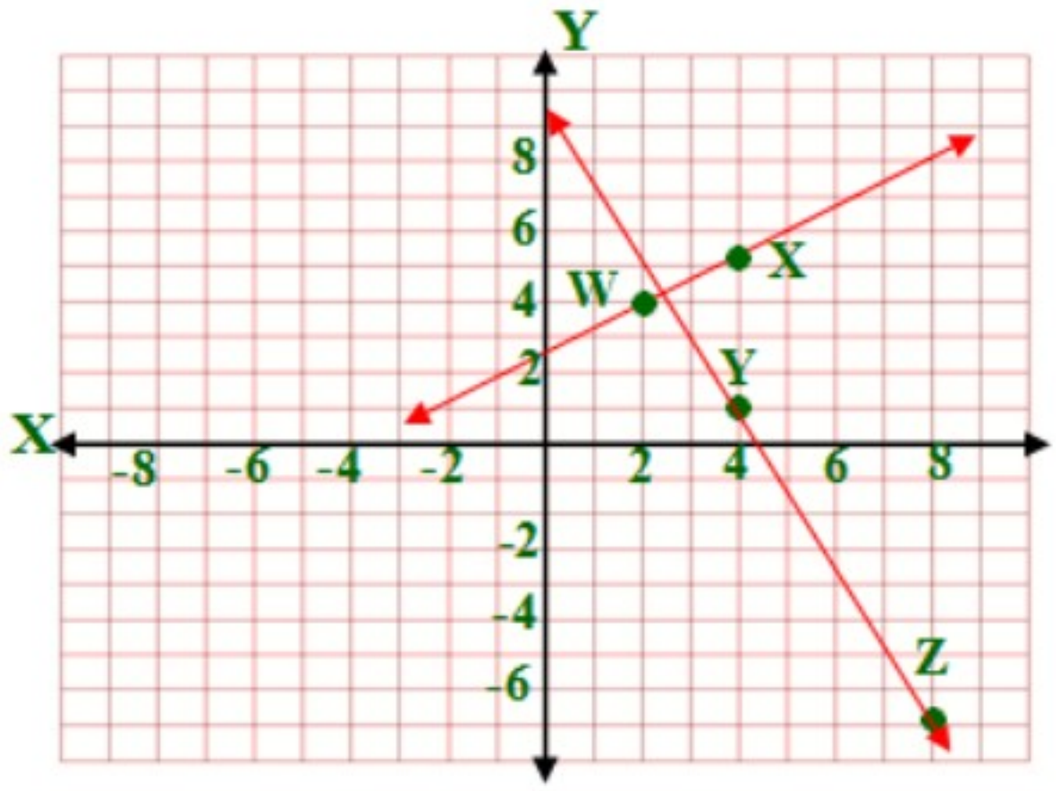
5)

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7-1}{8-4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-4}{4-2} = \frac{1}{2}$$

$$-2 \times \frac{1}{2} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا من المستقيمين = ١- إذن هما متعامدان

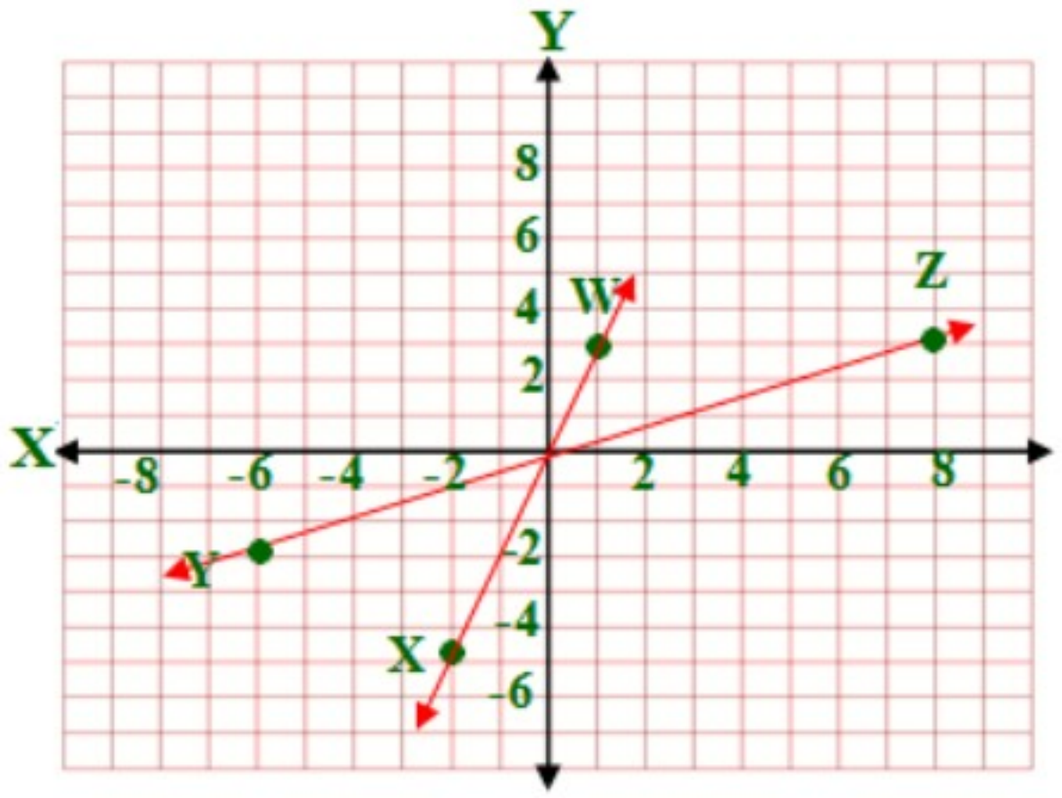


(6

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{8-(-6)} = \frac{5}{14}$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-3}{-2-1} = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا من المستقيمين $\neq -1$ ولا هما متساويان إذن هما غير ذلك

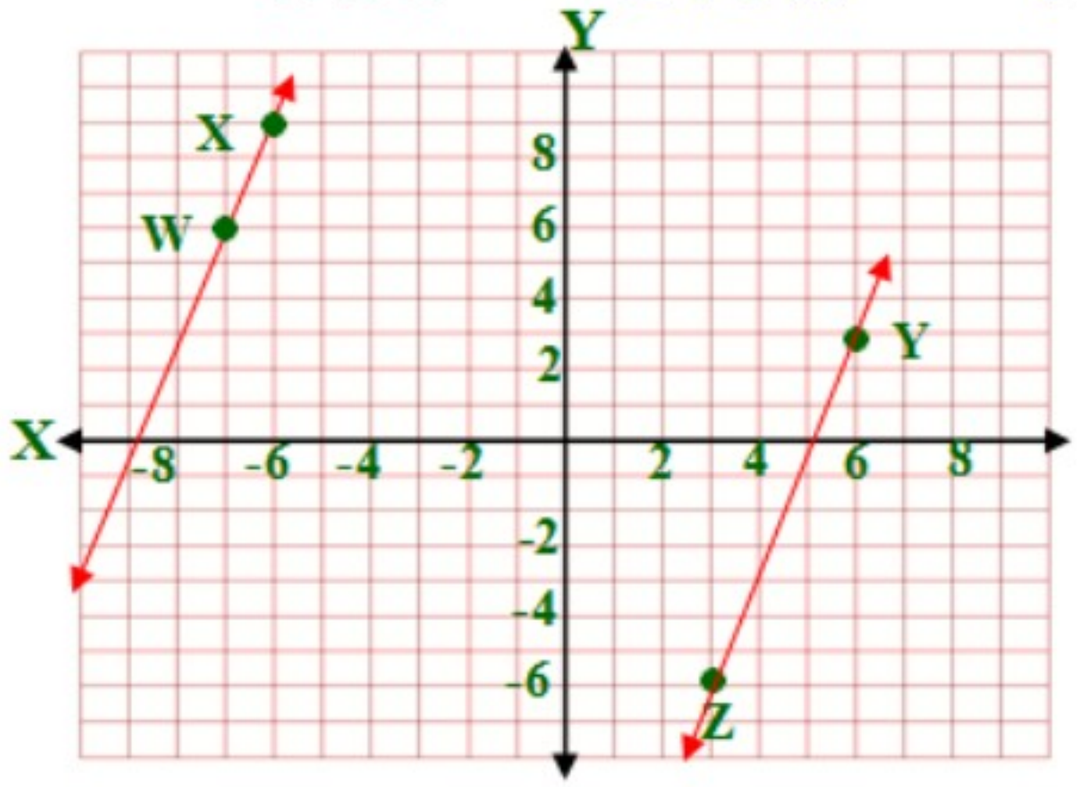


(7

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-3}{3-6} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-6}{-6-(-7)} = \frac{3}{1} = 3$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

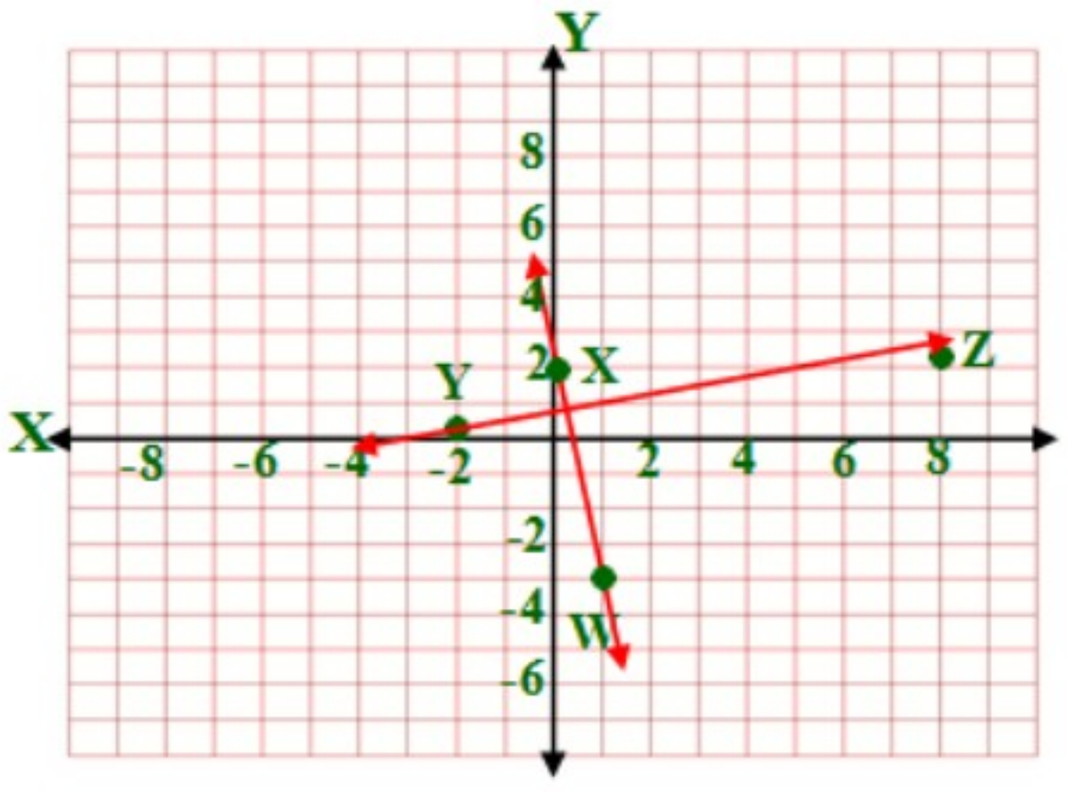


(8

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{8-(-2)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-3)}{0-1} = \frac{5}{-1} = -5$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهما يساوي ١- إذن هما متعامدان .



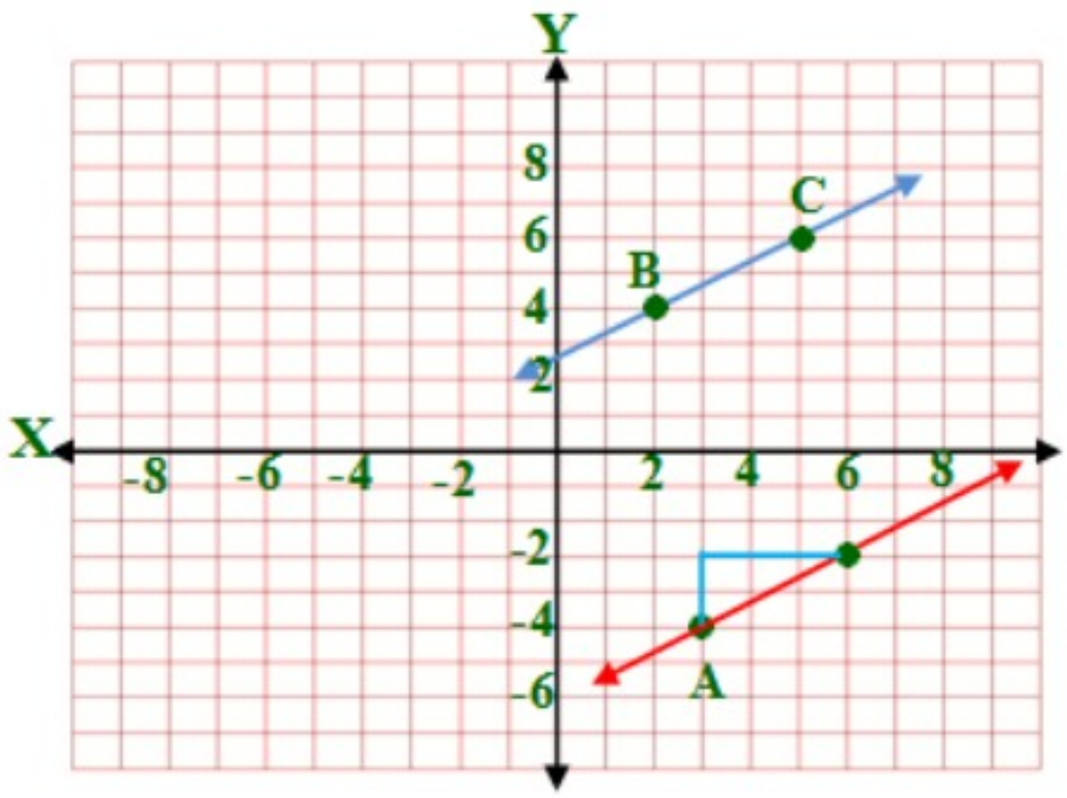
مثِّل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي: المثال٤

9)

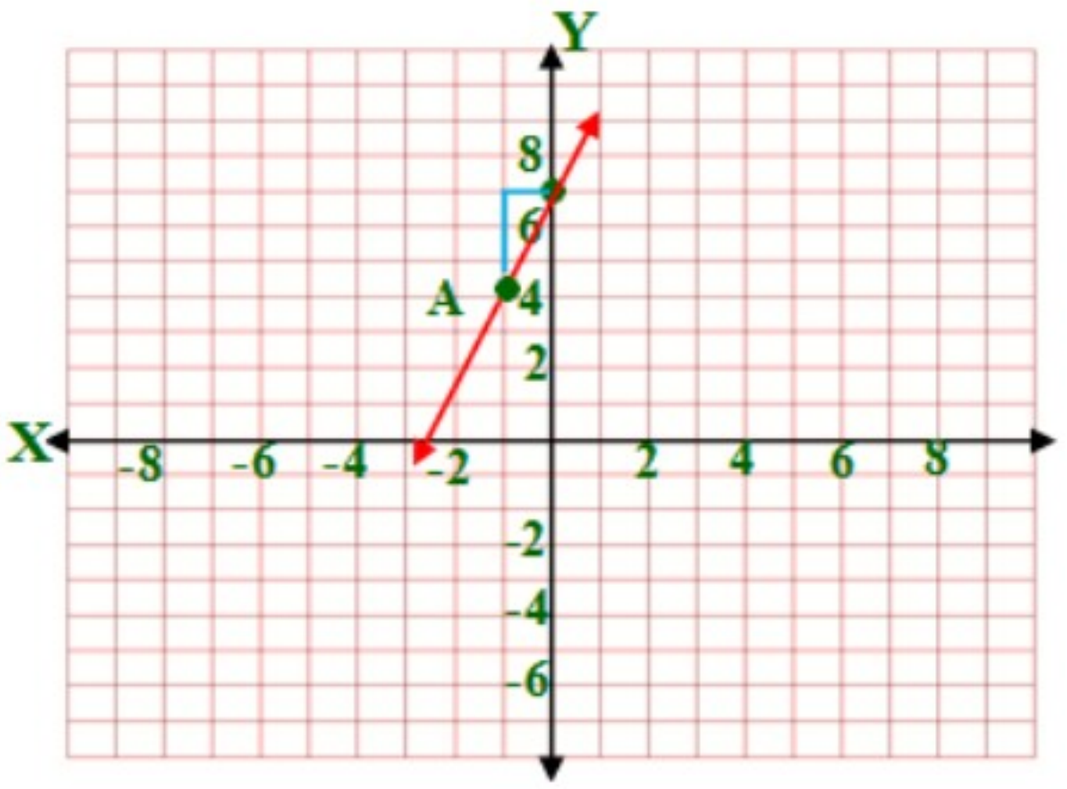
$$\overleftrightarrow{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-4}{5-2} = \frac{2}{3}$$

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطة (4– , 3) يوازي $\overleftrightarrow{BC}$

إذن ميله يساوي ميل $\overleftrightarrow{BC}$



(10

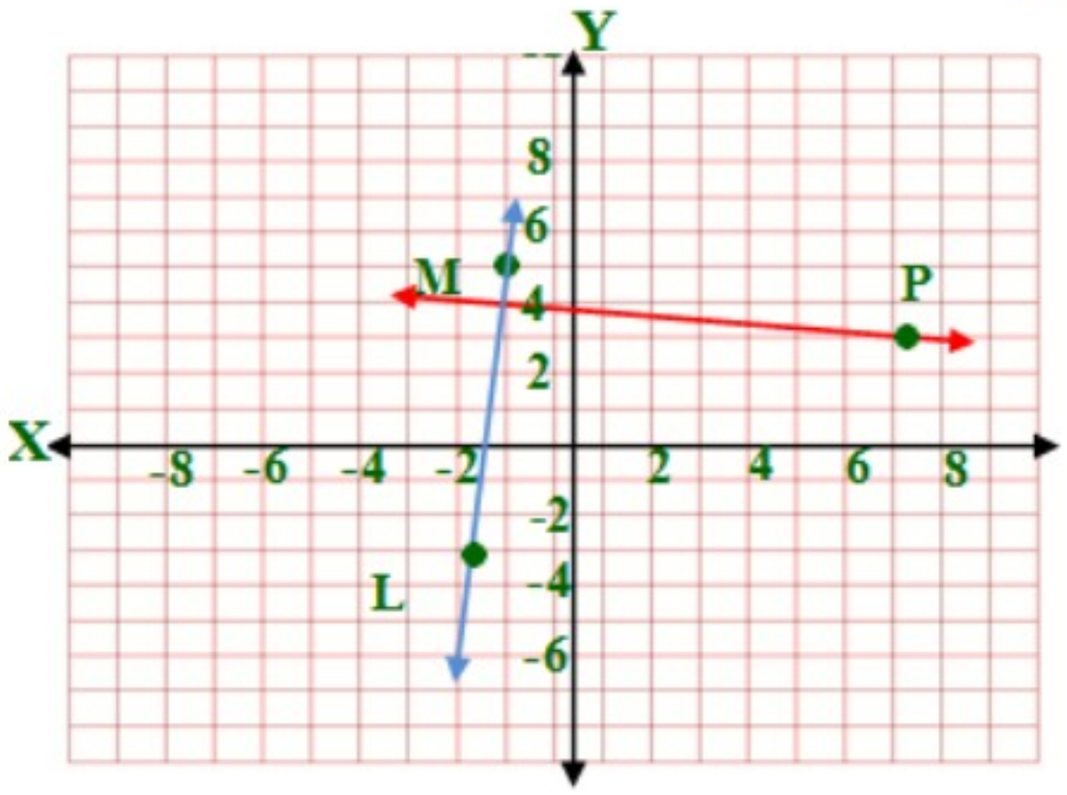


11)

$$\overleftrightarrow{LM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{-1-(-2)} = 8$$

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطة (3 , 7) يعامد $\overleftrightarrow{LM}$

إذن ميله يساوي $\frac{-1}{8}$



تدرب وحل المسائل

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: المثال ١

12) $\frac{6}{7}$

13) $-\frac{4}{5}$

14) غير معرَّف

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي: المثال ٢

15)

$$m = \overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{-2-3} = \frac{0}{-5} = 0$$

16)

$$m = \overleftrightarrow{EF} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-(-1)}{2-5} = \frac{-3}{-3} = 1$$

17)

$$m = \overleftrightarrow{GH} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-3}{-4-(-4)} = \frac{4}{0}$$

الميل غير معرَّف

18)

$$m = \overleftrightarrow{JK} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-(-3)}{-8-7} = \frac{0}{-15} = 0$$

19)

$$m = \overleftrightarrow{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-5)}{-3-(-3)} = \frac{4}{0}$$

الميل غير معرَّف

20)

$$m = \overleftrightarrow{RS} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-6)}{-6-2} = \frac{11}{-8}$$

21) حواسيب:

a)

b) ريال ٣٠٠

c)

١٨٠٠ _ ٣٠٠ _ ٣٠٠ _ ٣٠٠ = ٩٠٠ ريال

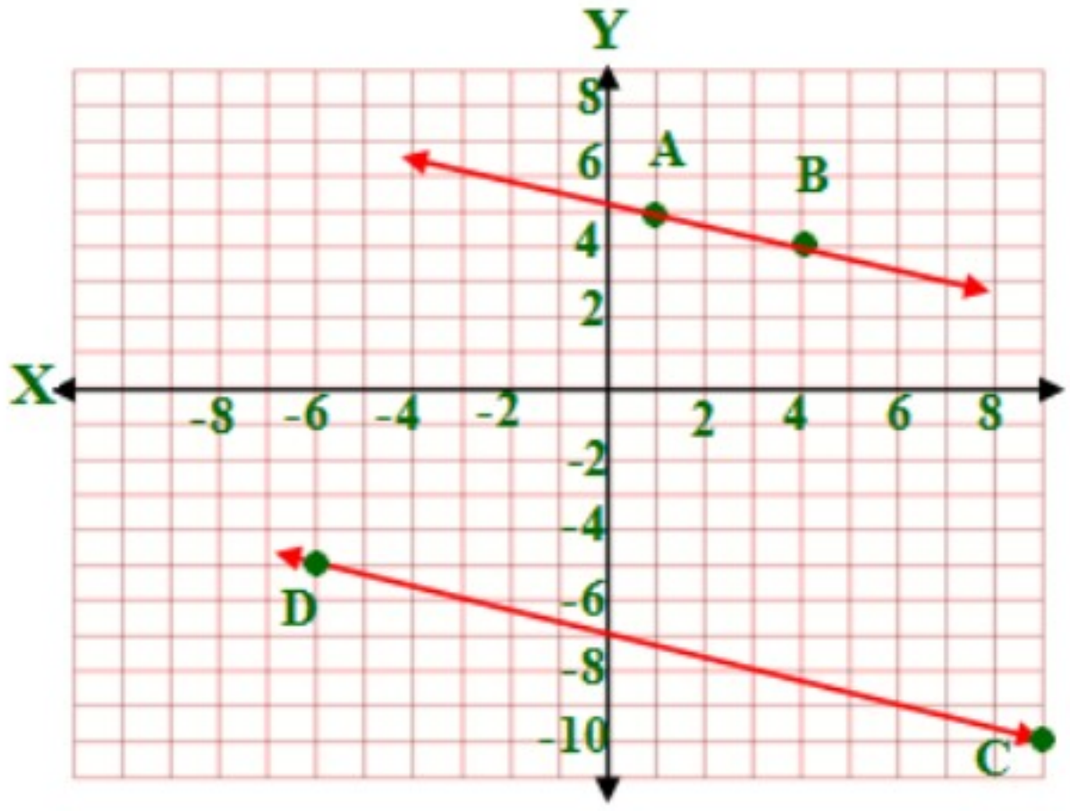
حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{AB}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بيانياً لتتحقق من إجابتك. المثال٣

22)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-10)}{-6-9} = \frac{5}{-15} = \frac{1}{-3}$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-5}{4-1} = \frac{-1}{3}$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

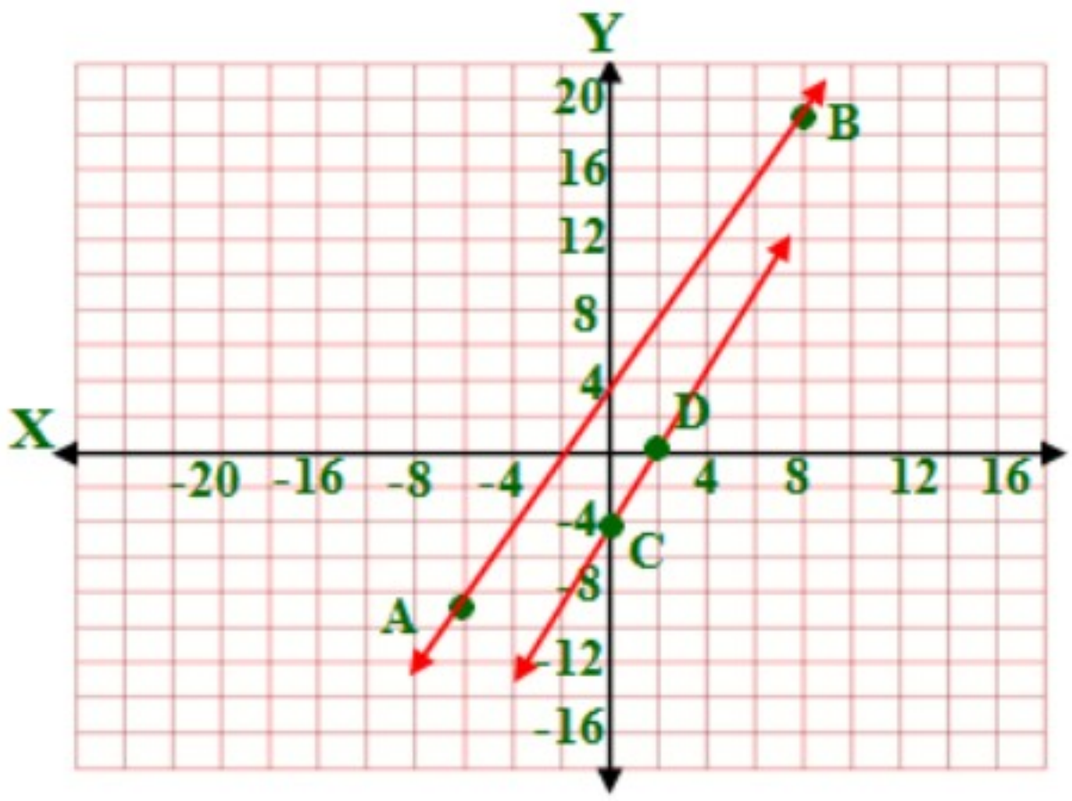


23)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-4)}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{19-(-9)}{8-(-6)} = \frac{28}{14} = 2$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

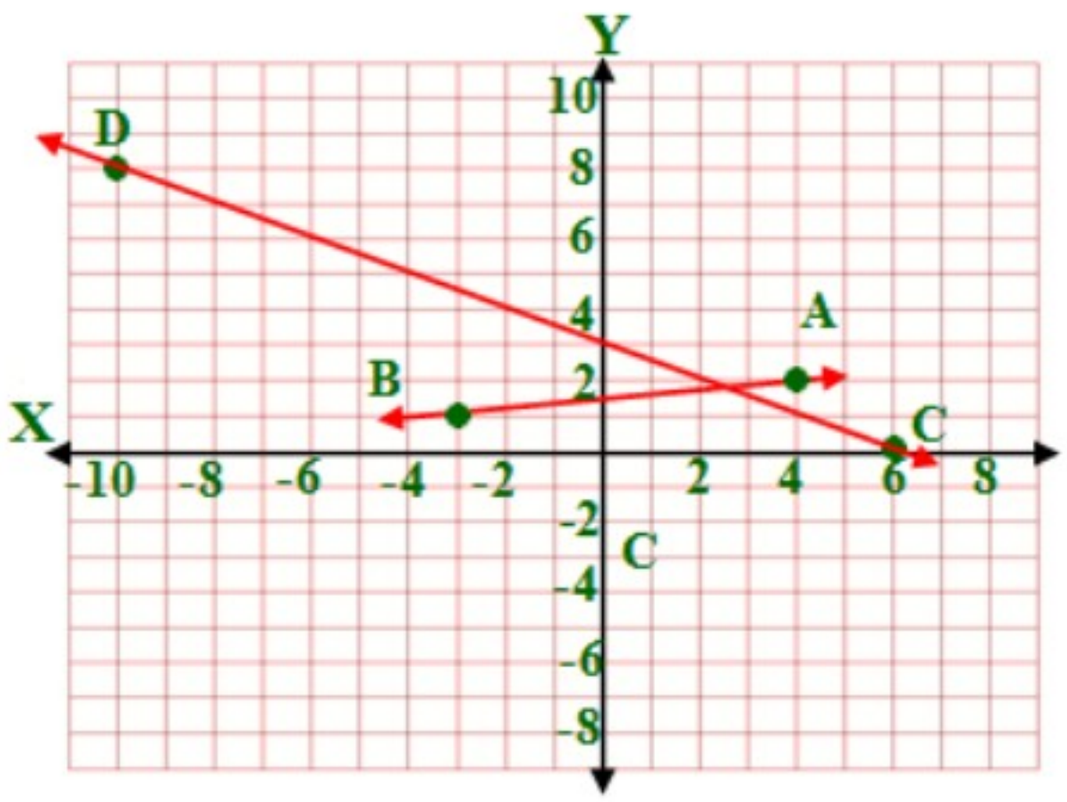


24)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-0}{-10-6} = \frac{8}{-16} = \frac{1}{-2}$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-2}{-3-4} = \frac{-1}{-7} = \frac{1}{7}$$

بما أن ميل كلا منهما ليسو متساويان ولا حاصل ضربهم = 1−
إذن هما غير ذلك .

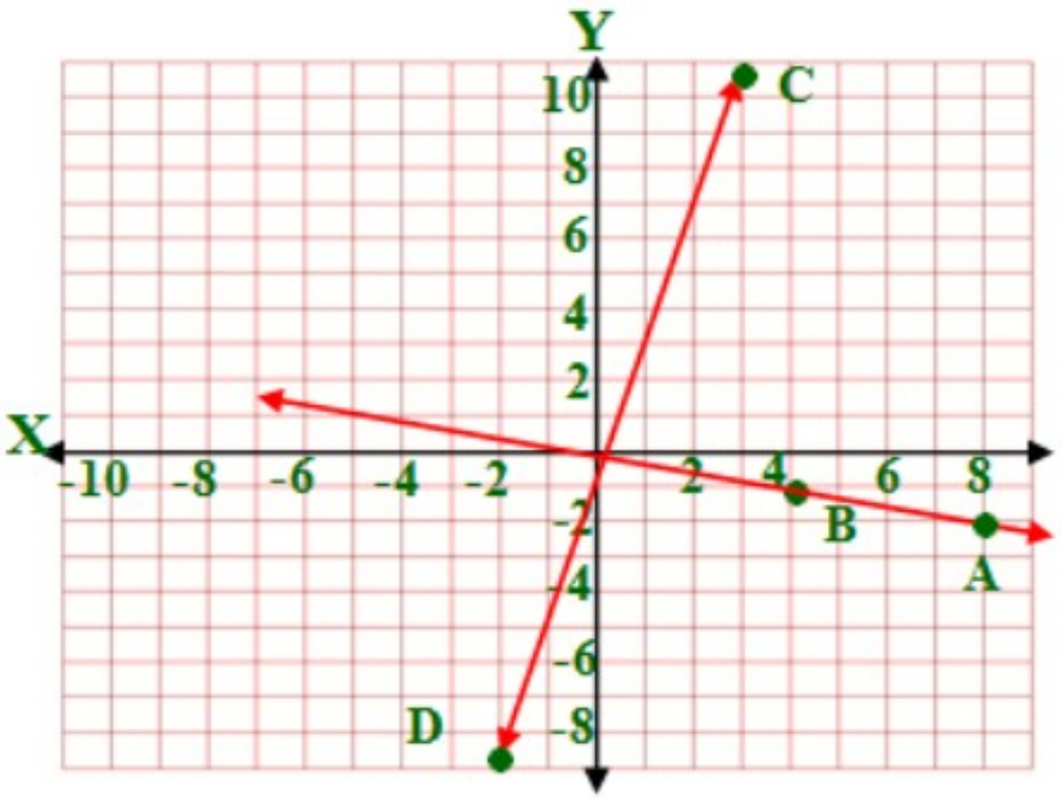


25)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-9-11}{-2-3} = \frac{-20}{-5} = 4$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-2)}{4-8} = \frac{1}{-4}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهم = 1− إذن هما متعامدان.

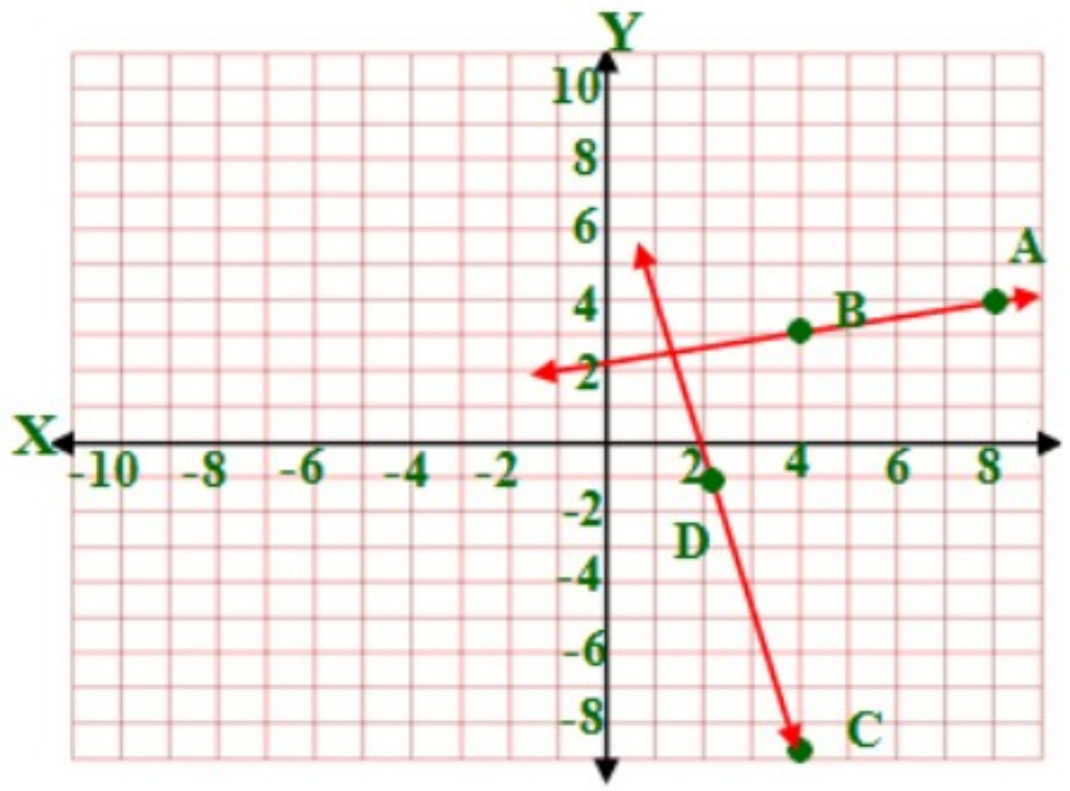


26)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-9)}{2-4} = \frac{8}{-2} = -4$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-4}{4-8} = \frac{1}{4}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهم = -1 إذن هما متعامدان.

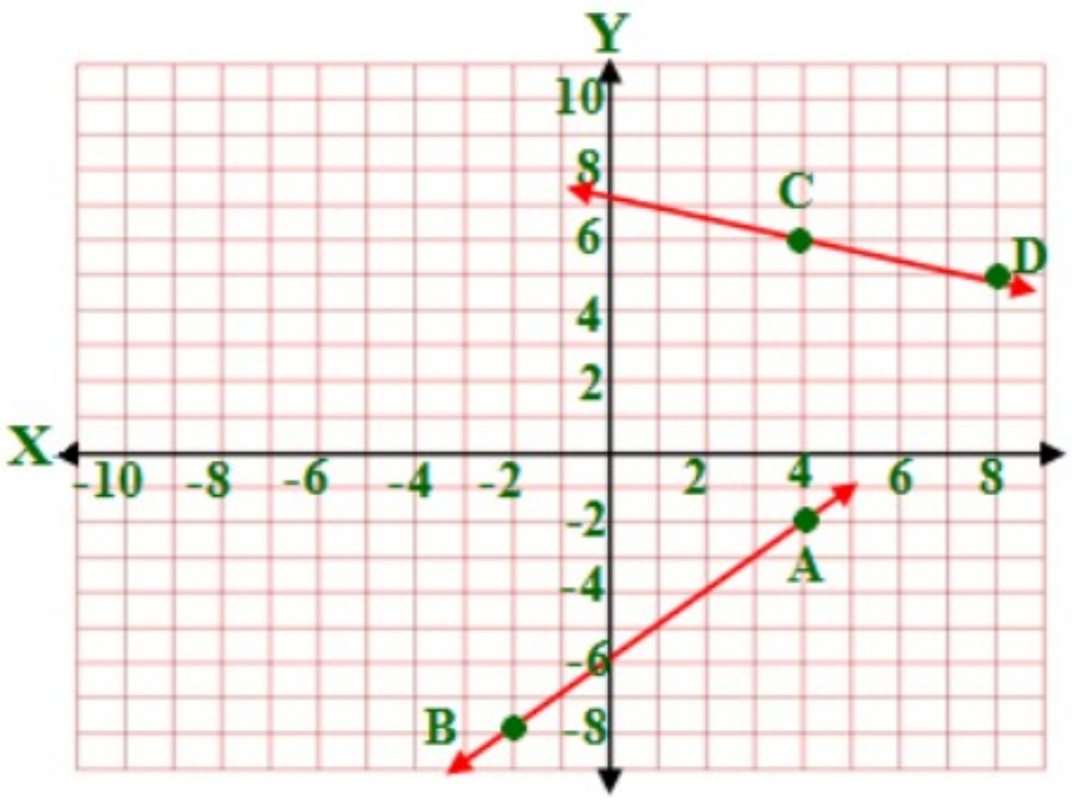


27)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-6}{8-4} = \frac{-1}{4}$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8-(-2)}{-2-4} = \frac{-6}{-6} = 1$$

بما أن ميل كلا منهما ليسو متساويان ولا حاصل ضربهم = 1−
إذن هما غير ذلك .

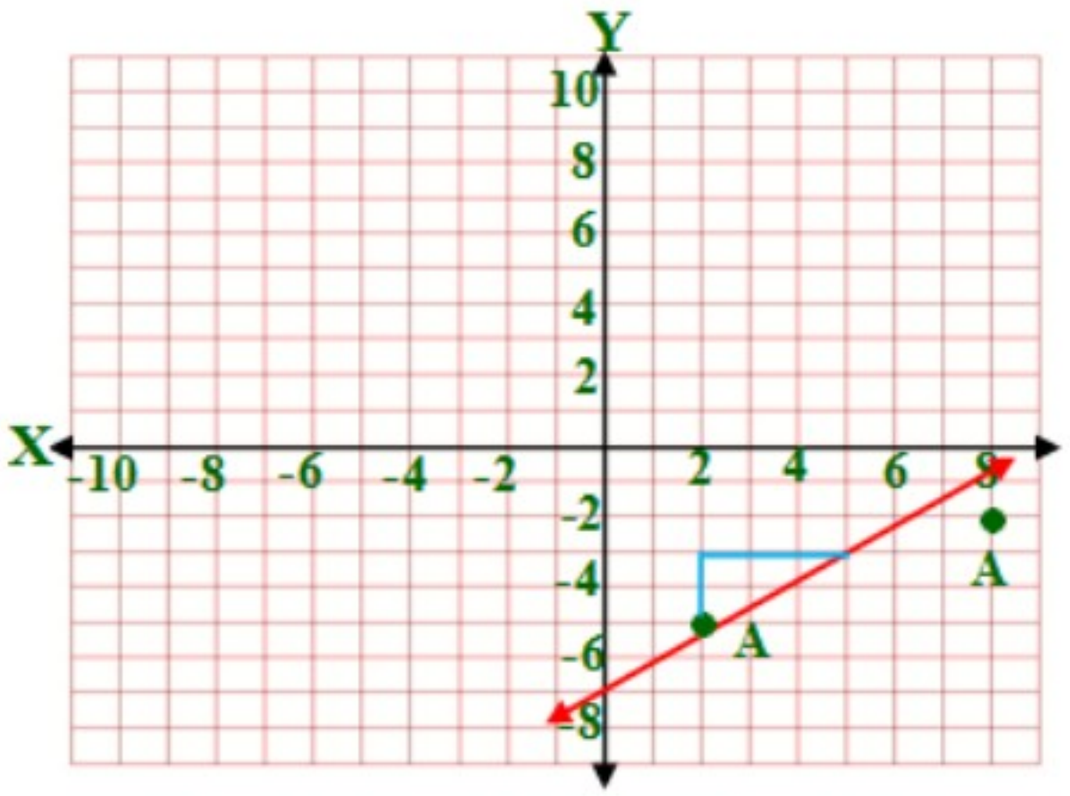


مثِّل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي: المثال ٤

28)

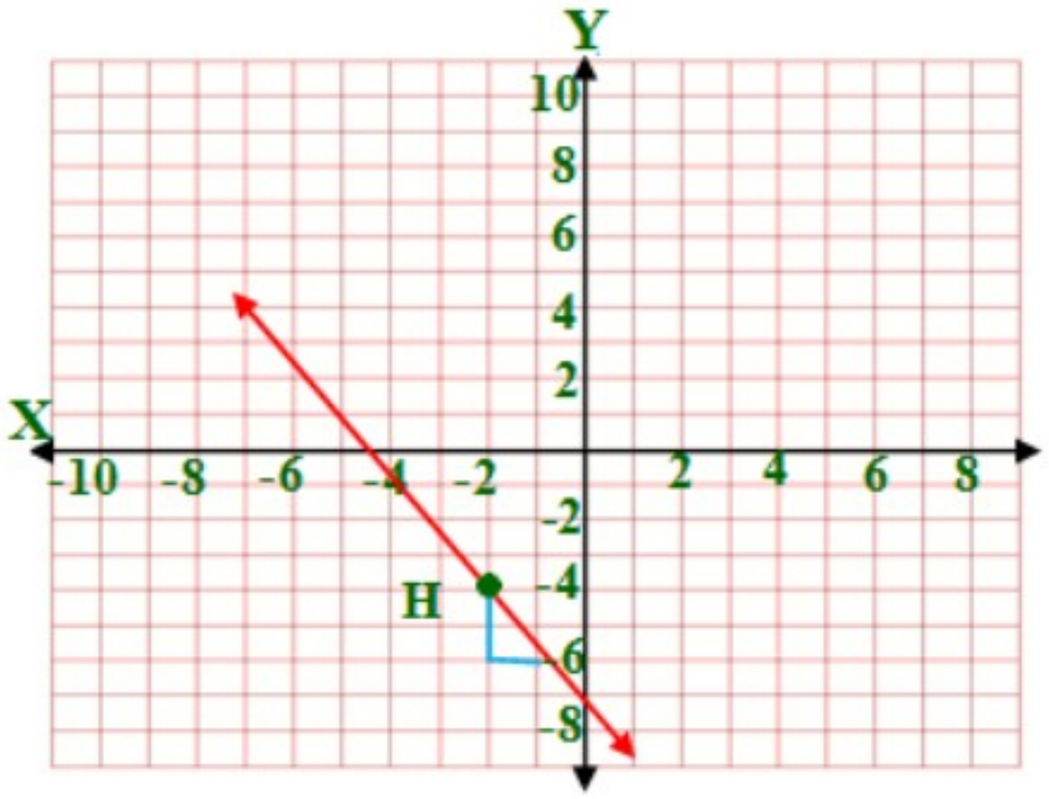
$$\overleftrightarrow{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-3}{4-1} = \frac{2}{3}$$

ابدأ من النقطة A وتحرك وحدتين لأعلى ثم تحرك ٣ وحدات ناحية اليمين.



29)

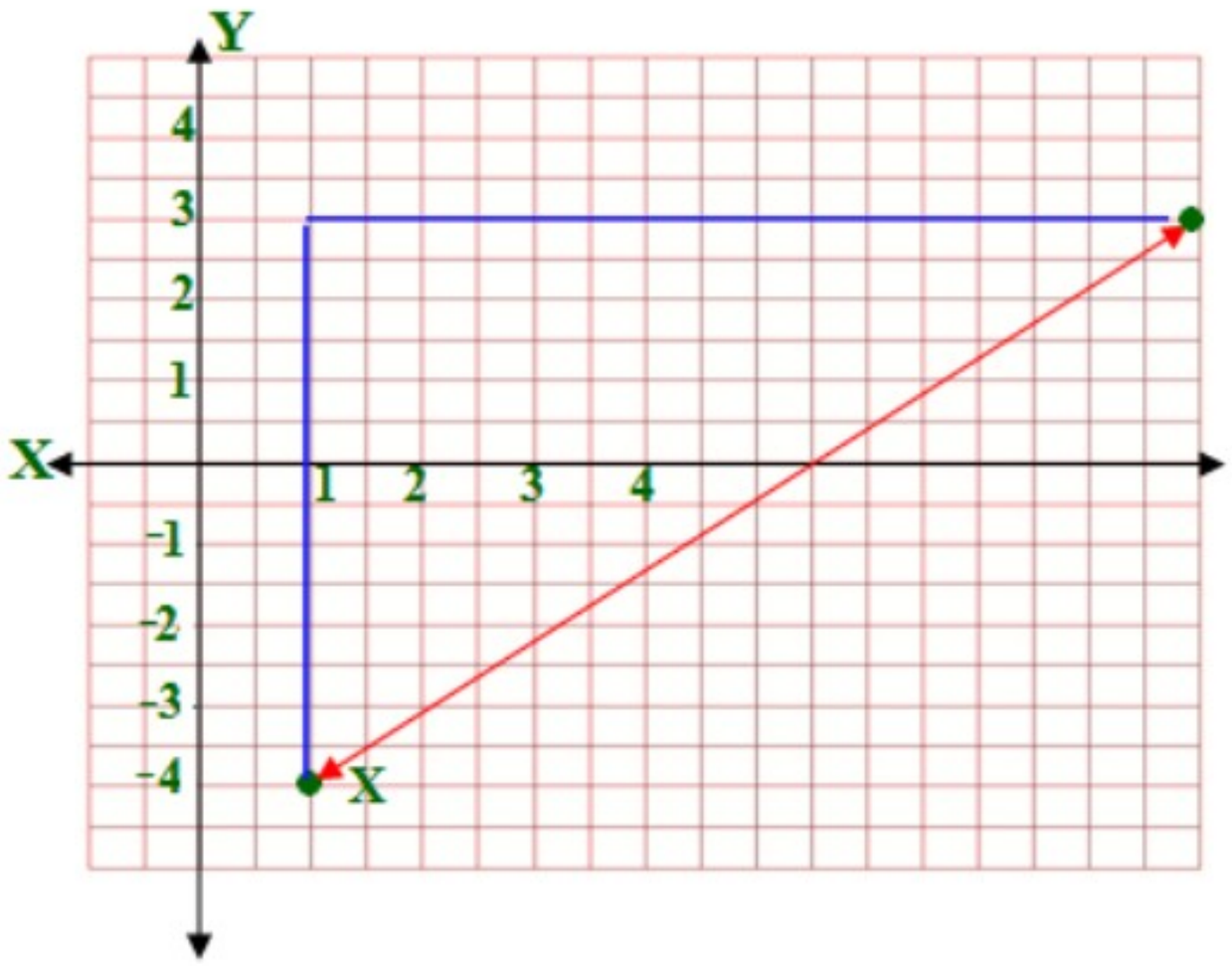
ابدأ من النقطة H وتحرك وحدتين لأسفل ثم تحرك وحدة واحدة فقط ناحية اليمين.



30)

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-2}{-3-5} = \frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$$

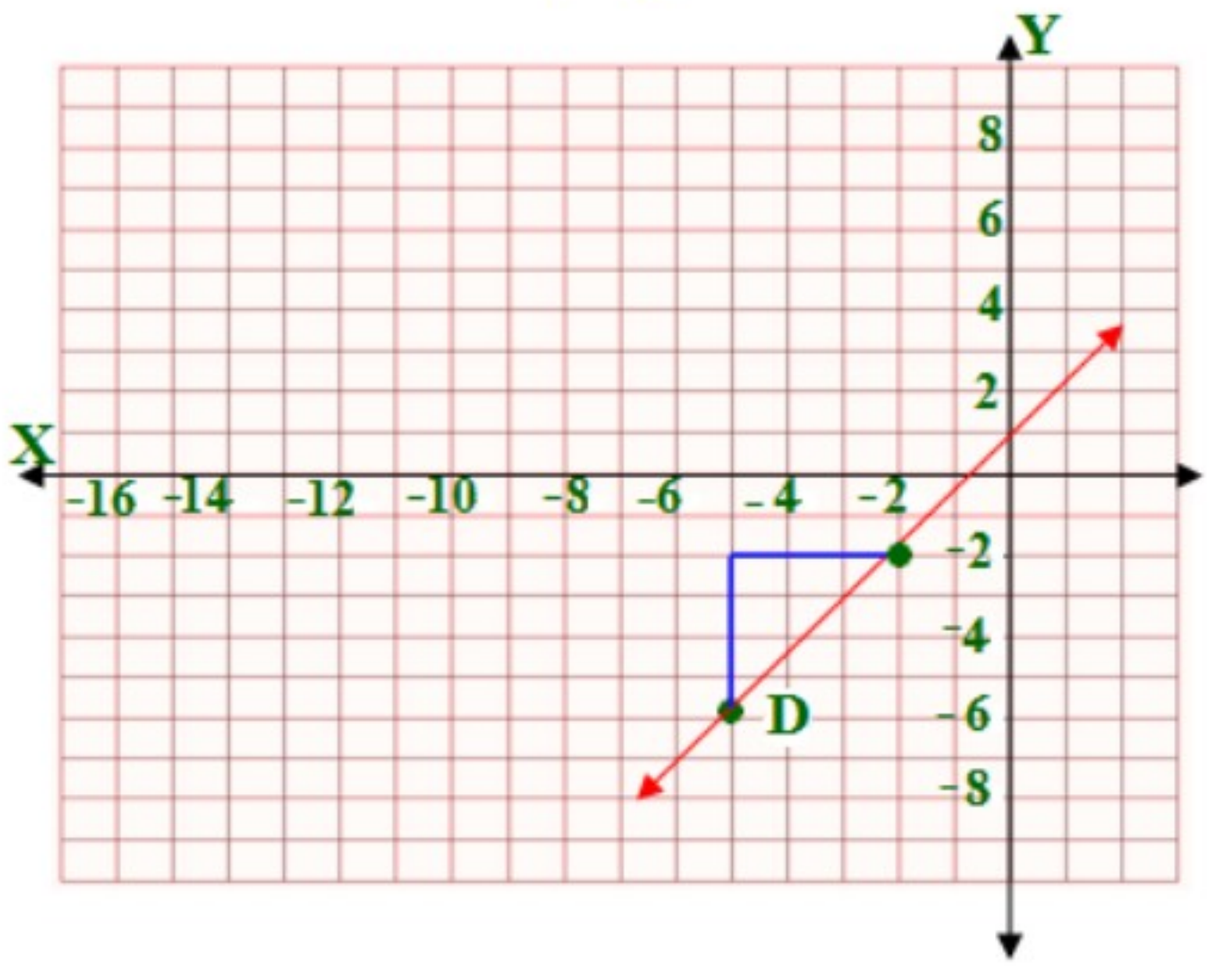
ابدأ من النقطة X وتحرك ٧ وحدات لأعلى ثم تحرك ٨ وحدات ناحية اليمين.



31)

$$\overleftrightarrow{FG} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-9)}{1-(-2)} = \frac{4}{3}$$

ابدأ من النقطة D وتحرك 4 وحدات لأعلى ثم تحرك 3 وحدات ناحية اليمين.



32) سكان:

a) المعدل التقريبي = ٨٧٦٣ نسمة.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{521273 - 416121}{2004 - 1992} = \frac{105152}{12} = 8762.66$$

b) عدد السكان في ١٤٣٢ = ٥٩١٣٧٧

$$8\times 8763 = 70104$$
$$70104 + 521273 = 591377$$

حدد أي المستقيمين أي المستقيمين في السؤالين الآتيين له أكبر ميل:

33) المستقيم ٢ هو الأكبر لأن $\frac{2}{-3} < \frac{5}{4}$

$$\overleftrightarrow{1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{0-6} = \frac{4}{-6} = \frac{2}{-3}$$

$$\overleftrightarrow{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-(-5)}{-4-(-8)} = \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$$

34) المستقيم 1 هو الأكبر لأن ٣ $< \frac{9}{4}$

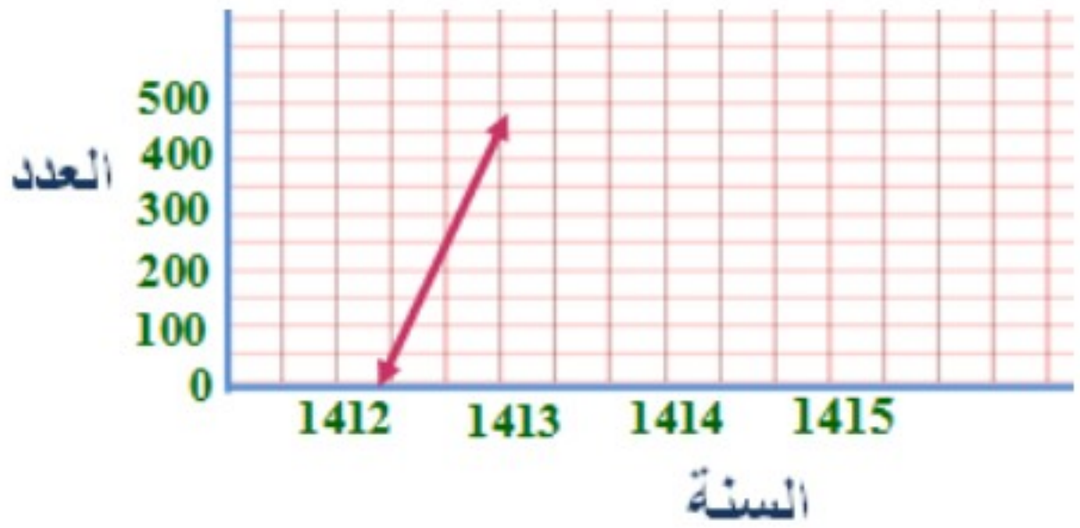
$$\overleftrightarrow{1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{0-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\overleftrightarrow{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-5}{0-4} = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}$$

35) محمية طبيعية:

a) معدل تغيرالمها العربي $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{400-72}{1415-1412} = \frac{328}{3} = 109.33$

(b



(c

عدد المها العربي عام ١٤٣٦ :

$$24 \times 109.333 + 400 = 3023.9992 \approx 3024$$

أوجد قيمة x أو y اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي: ثم مثل المستقيم بيانياً:

(36

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-(-1)}{x-4}$$

$$\frac{-5}{2} = \frac{-6-(-1)}{x-4}$$

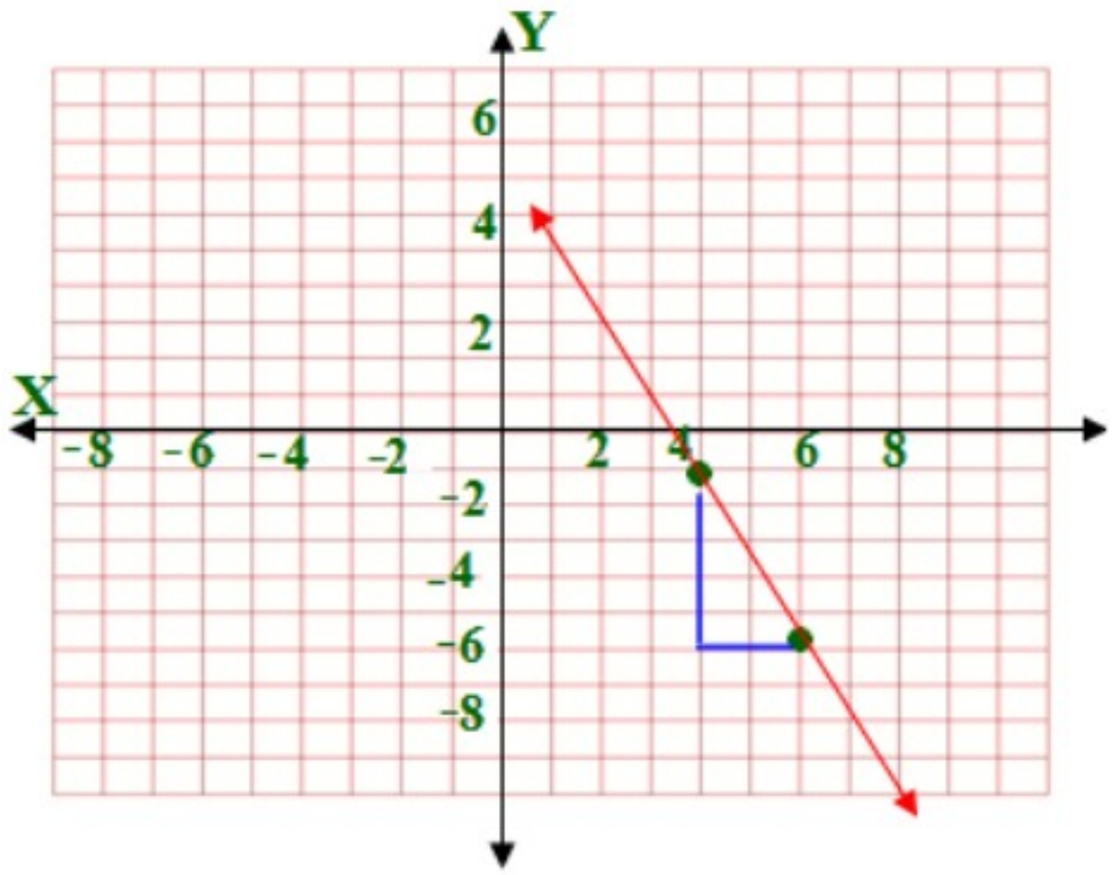
$$2 \times (-6-(-1)) = -5 \times (x-4)$$

$$2 \times -5 = -5 \times x + 20$$

$$-10 - 20 = -5x$$

$$-30 = -5x$$

$$x = \frac{30}{5} = 6$$



37)

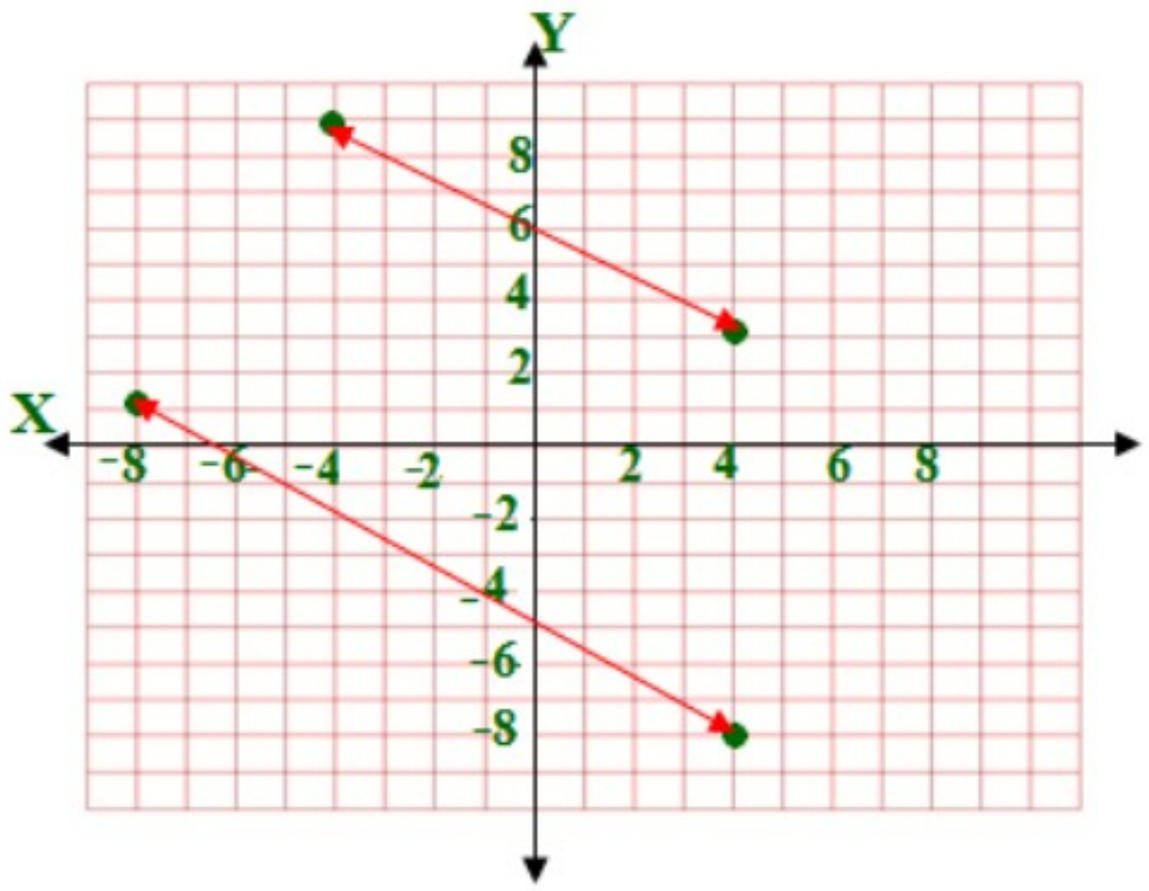
ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4,3)$ و $(-4,9)$

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-9}{4-(-4)}=\frac{-6}{8}=\frac{-3}{4}$$

ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4,y)$ و $(-8,1)$ $=\frac{-3}{4}$ لانهما متوازيان.

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y-1}{4-(-8)}$$

$$\frac{y-1}{12}=\frac{-3}{4}$$
$$4y-4=-36$$
$$4y=-36+4$$
$$4y=-32$$
$$y=-8$$



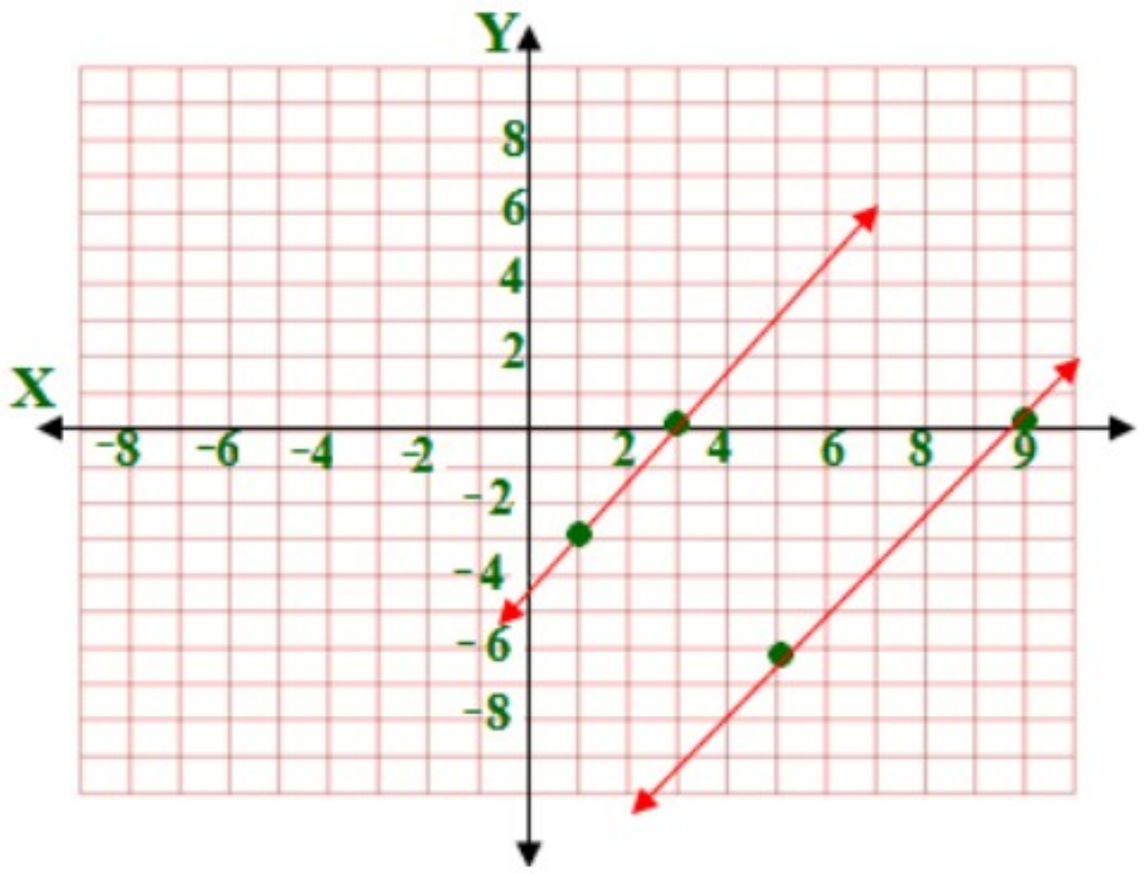
38)

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(3,y)$ و $(1,-3)$ يوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(9,y)$ و $(5,-6)$ إذن ميل كل منهما متساويان

$$\frac{y-(-3)}{3-1}=\frac{y-(-6)}{9-5}$$

$$\frac{y+3}{2}=\frac{y+6}{4}$$

$$2y+12=4y+12$$
$$2y=4y$$
$$2y-4y=0$$
$$-2y=0$$
$$y=0$$



39) مدارس:

مدرسة الفتح ١١٢٥ طالب سنة ١٤٢١
مدرسة الفتح ١٤٢٥ طالب سنة ١٤٢٧

مدرسة الأندلس ١٢٧٥ طالب سنة ١٤٢٢
مدرسة الفتح X طالب سنة ١٤٢٧

معدل التغير لمدرسة الأندلس $50 = \dfrac{-300}{-6} = \dfrac{1125-1425}{1421-1427}$

$$\frac{1275-x}{-5} = \frac{1275-x}{1422-1427} = 50$$

$$50 \times -5 = 1275 - x$$
$$-250 - 1275 = -x$$
$$1525 = x$$

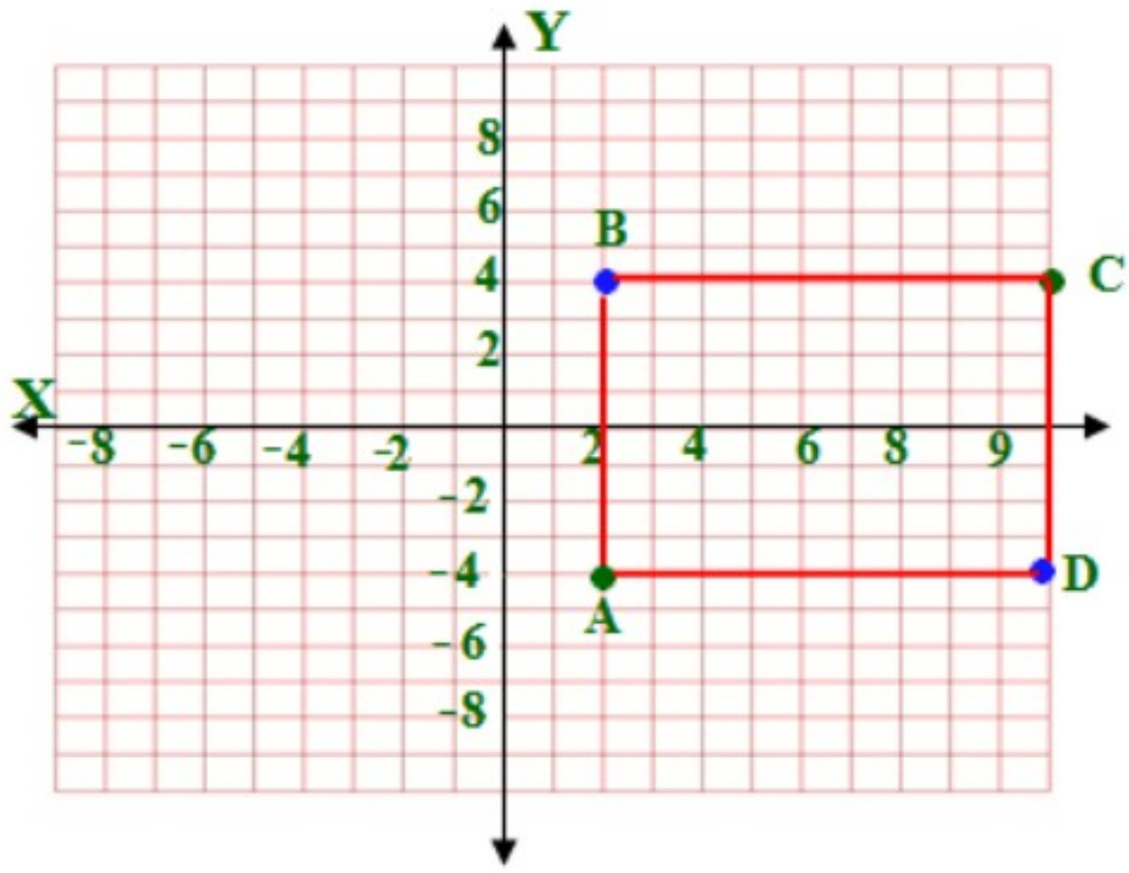
إذن عدد طلاب مدرسة الأندلس عام ١٤٢٧ = ١٥٢٥ طالباً

40) اكتشف الخطأ:

إجابة طارق صحيحة. فقط طرح خالد إحداثيي x بالتريب الخطأ.

41)تبرير:

a) $B(2, 4)$, $D(10, -4)$



b)

كلٌّ من ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير معرَّف، لذا فهما متوازيان.
وميل كلٍّ من $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ يساوي صفراً، لذا فهما متوازيان.

c) بما أن ميل $\overline{AB}$ غير معرَّف، وميل $\overline{BC}$ يساوي صفراً، فإن القطعتين متعامدان وتشكّلان زاوية قياسها $90°$. وهكذا لبقية الزوايا.

42)اكتب:

بما أن برج المملكة رأسي فإن ميله برج بيزا فميله إما أن يكون سالباً أو موجباً؛ بحسب موقع النظر إليه.

43) تحد:

المعطيات: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

المطلوب: $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

البرهان:

١) $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (مُعطى)

٢) $m=\frac{-(y_2-y_1)}{-(x_2-x_1)}$ (خاصية الضرب)

٣) $m=\frac{-y_2+y_1}{-x_2+x_1}$ (خاصية التوزيع)

٤) $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ (خاصية الإبدال في الجمع)

تدريب على الاختبار المعياري

44) *A*

$Y=-\frac{4}{3}x-6$

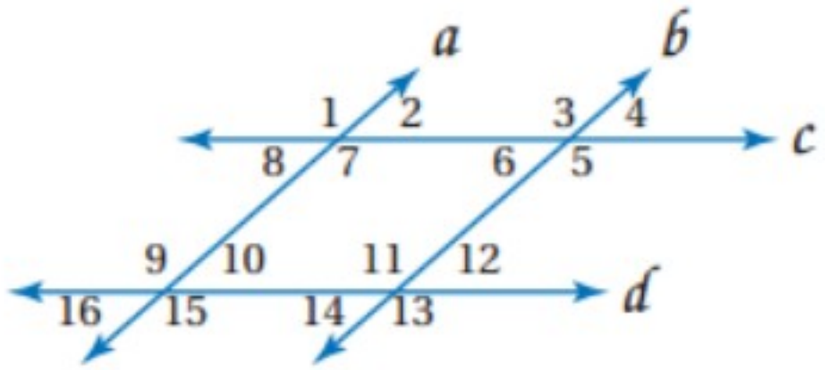
45) *D*

$(2,4),(0,-2)$

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-4}{0-2}=\frac{\cancel{-6}}{\cancel{-2}}=3$

مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور:



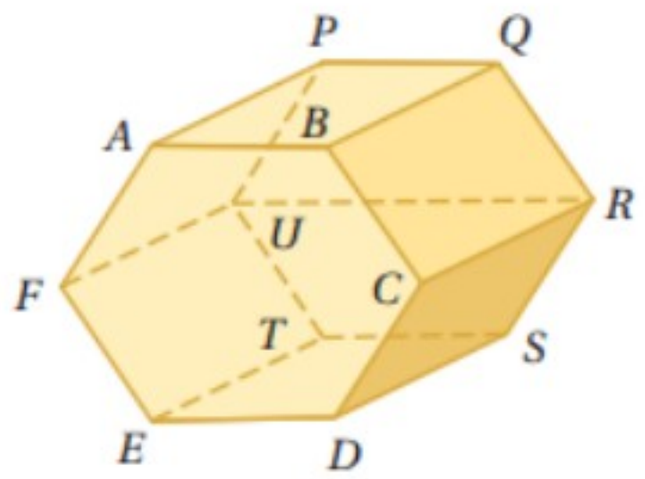
46) $\angle 5 = ١٨٠ - ٥٧ = 123^\circ$ ، زاويتان متجاورتان ومتكاملتان.

47) 123° ، $\angle ٥ = \angle ٣$ بالتقابل بالرأس ، $\angle ٣ = \angle ١$ بالتناظر لذا $\angle ١ = 123$

48) $\angle 8 = 180 - 123 = 57^\circ$ ، زاويتان متجاورتان ومتكاملتان.

49) $\angle 10 = \angle 8 = 57^\circ$ بالتبادل داخلياً

حدد كلاً مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



50) $\overline{BC}$,$\overline{EF}$, $\overline{QR}$

51) ABC , ABQ , PQR , CDS

52) $\overline{BQ}$, $\overline{CR}$, $\overline{FU}$, $\overline{PU}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{TU}$

معتمداً على المعطيات، حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي. فسر تبريرك.

53) صحيحة

54) غير صحيحة؛ ليس بالضرورة أن تكون الزاويتان المتطابقتان متقابلتين بالرأس.

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي بالنسبة لy:

55) $3x + y = 5$

$y = -3x + 5$

56) $4x + 2y = 6$

$2x + y = 3$

بالقسمة على ٢

$y = -2x + 3$

57) $4y - 3x = 5$

بالقسمة على ٤

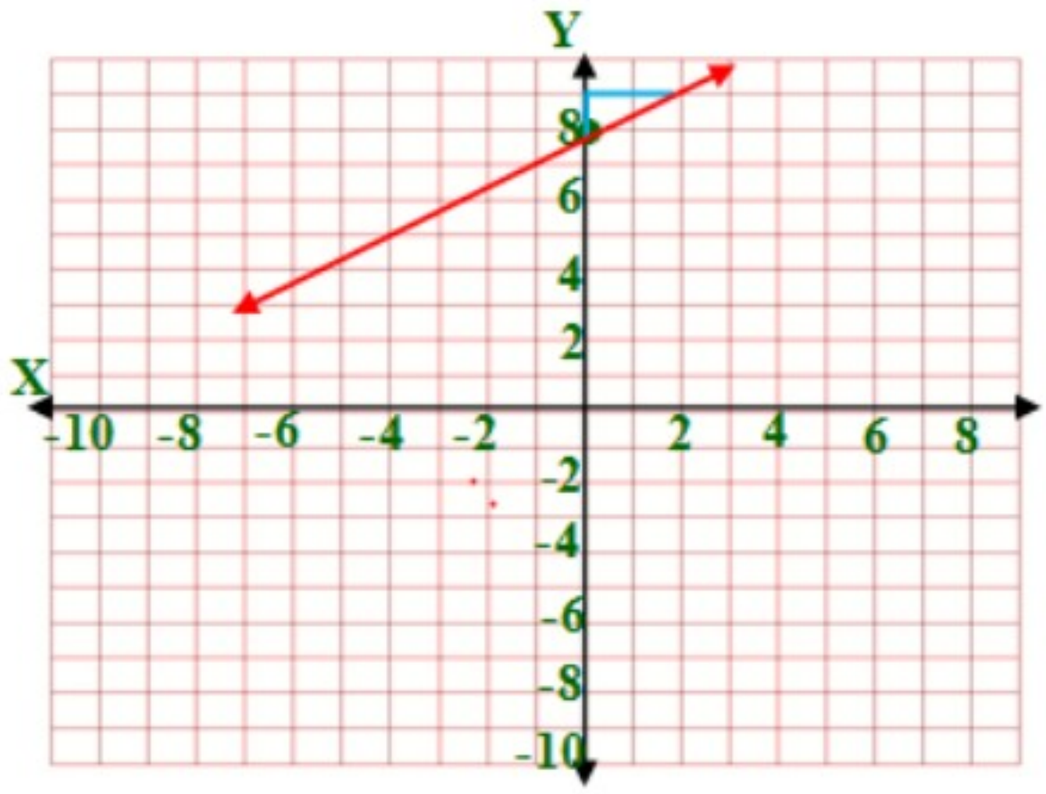
$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

2-5 صيغ معادلة المستقيم

1)

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{1}{2}x + 8$$



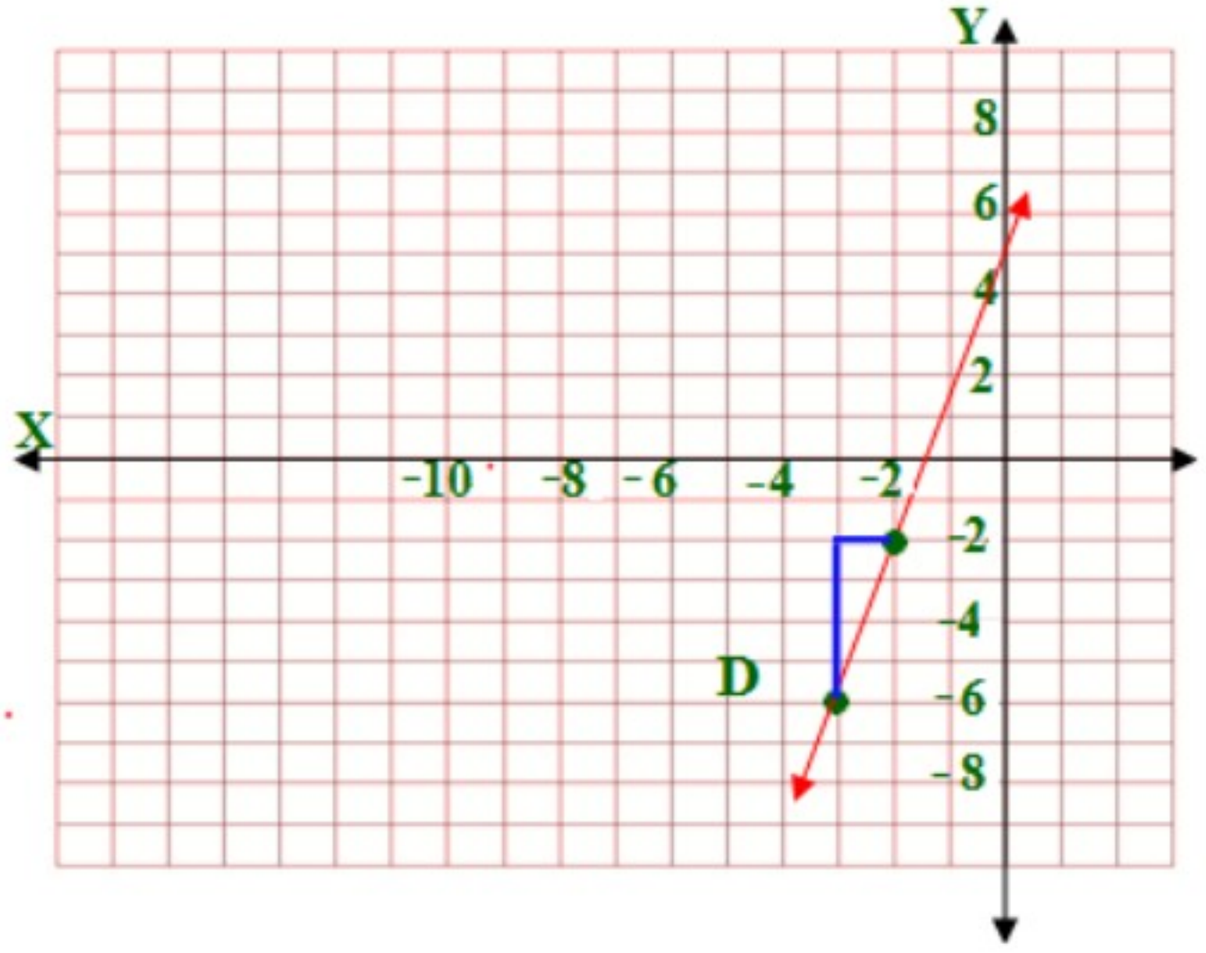
2)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-6) = 4m(x - (-3))$$

$$y + 6 = 4(x + 3)$$

استعمل قيمة الميل ٤ لتحديد نقطة أخرى وذلك بالانتقال ٤ وحدات لأعلى ثم وحدة واحدة تجاة اليمين.



(3A $(-2,4)\ ,\ (8,10)$

ميل المستقيم المار بنقطتين:

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{10-4}{8-(-2)}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=m$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع: $y=mx+b$

$y=\frac{3}{5}x+4$ والنقطة $(-2,4)$ هي مقطع المحور y

(3B $(0,0),(2,6)$

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$3=\frac{6}{2}=\frac{6-0}{2-0}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=m$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع : $y=mx+b$

والنقطة $(0,0)$ هي مقطع المحور y

$y=3x+0$

(4 $(5,0),(3,0)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-0}{3-5}=\frac{0}{-2}=0$$

صيغة الميل ونقطة. $y-y_1=m(x-x_1)$

النقطة (٥ , ٠) $y-0=m(x-5)\leftarrow y-0=0\times(x-5)$

$y=0$

(5

ميل المستقيم $y=\frac{-3}{4}x+3$ هو $\frac{-3}{4}$ لذا فإن المستقيم الذي يوازية $\frac{-3}{4}$

و النقطة $(-3,6)$ $y=mx+b$

$$6=\left(\frac{-3}{4}\times-3\right)+b$$

$$b=6-\frac{9}{4}=\frac{15}{4}$$

إذن معادلة المستقيم الموازي هي: $y=\frac{-3}{4}x+\frac{15}{4}$

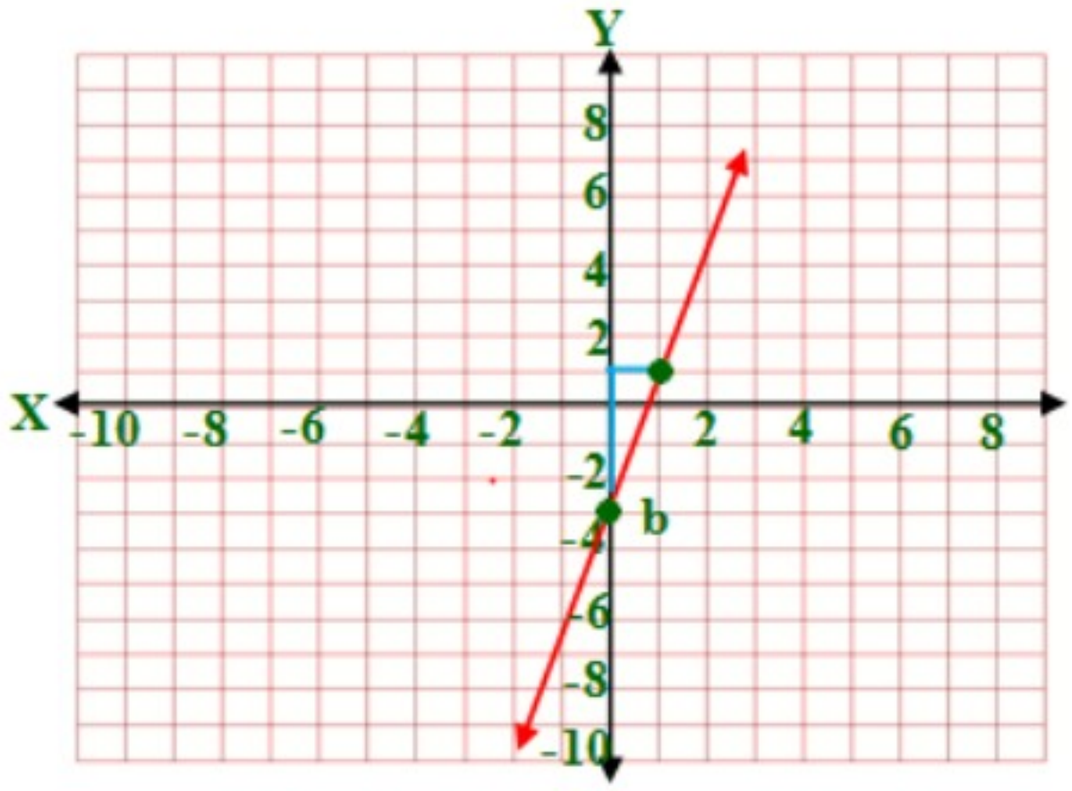
(6

العرض y أفضل.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي، ثم مثله بيانياً: المثال ١

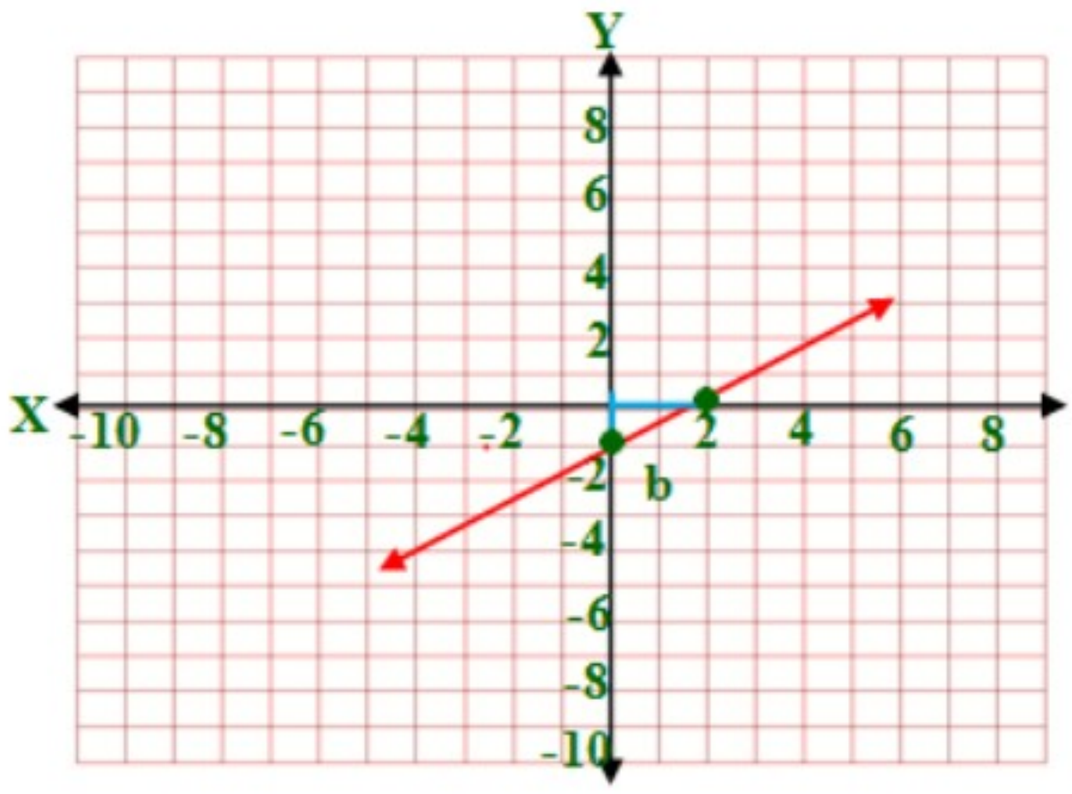
1) $m = 4 , b = -3$

معادلة المستقيم $= y = mx + b \rightarrow y = 4x - 3$



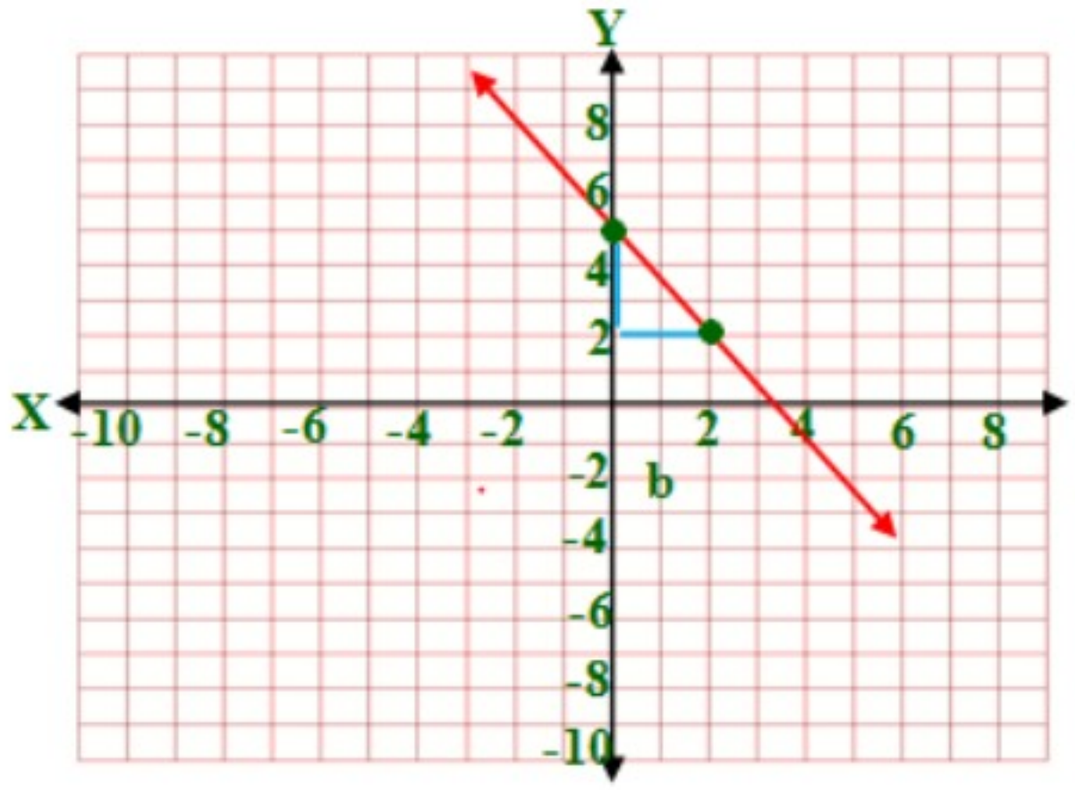
2) $m = \frac{1}{2} , b = -1$

معادلة المستقيم $= y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{2}x - 1$



3) $m = \frac{-3}{2}\ , b = 5$

معادلة المستقيم $= y = mx + b \leftarrow y = \frac{-3}{2}x + 5$

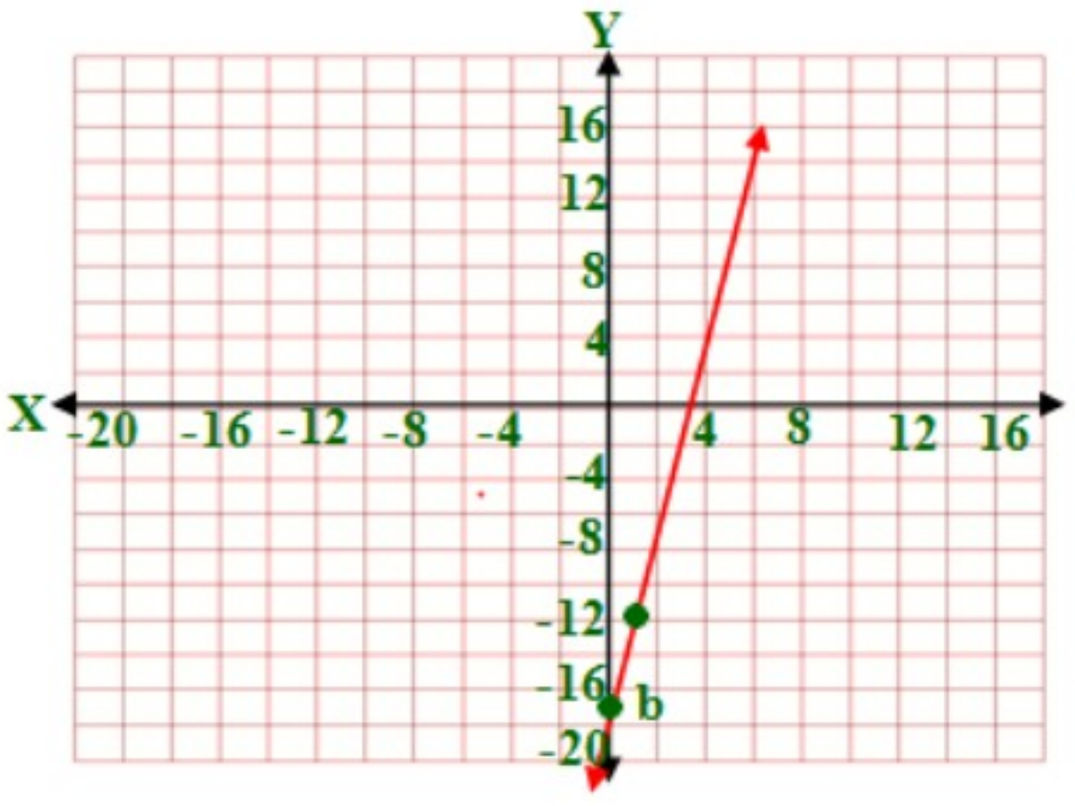


اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال ٢

4) $m = 5\ , b = (3,-2)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-2) = 5(x - 3) \rightarrow y + 2 = 5x - 15$

معادلة المستقيم $= y = 5x - 17$

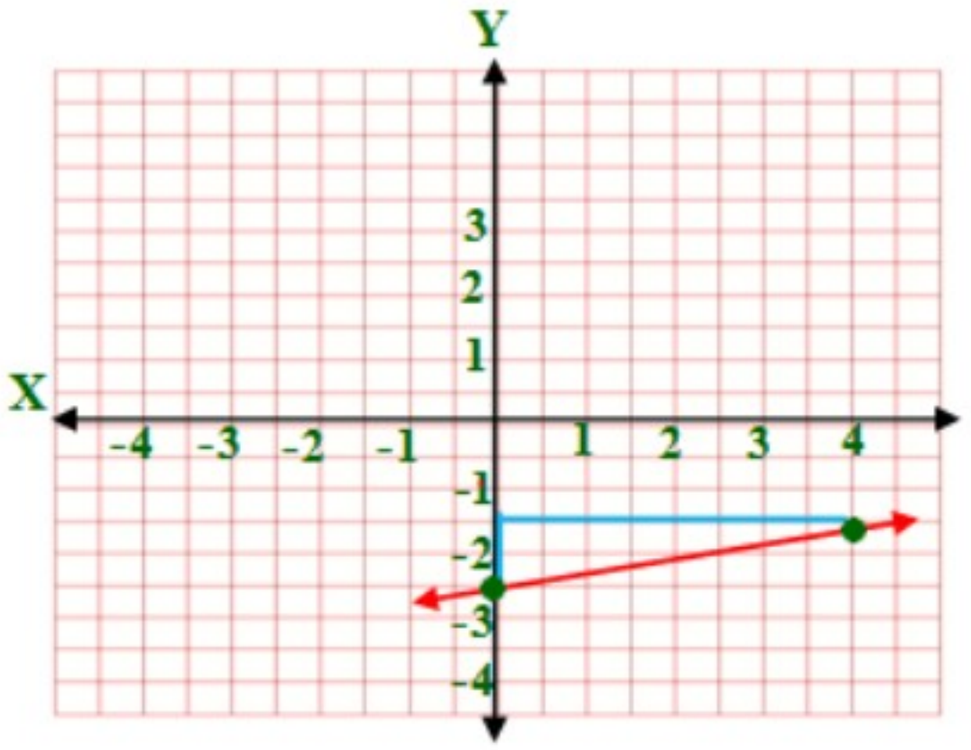


5) $m=\frac{1}{4}\ ,b=(-2,-3)$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-(-3)=\frac{1}{4}(x-(-2))$$

$$y+3=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\rightarrow y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}-3$$

معادلة المستقيم $= y=\frac{1}{4}x-\frac{5}{2}$

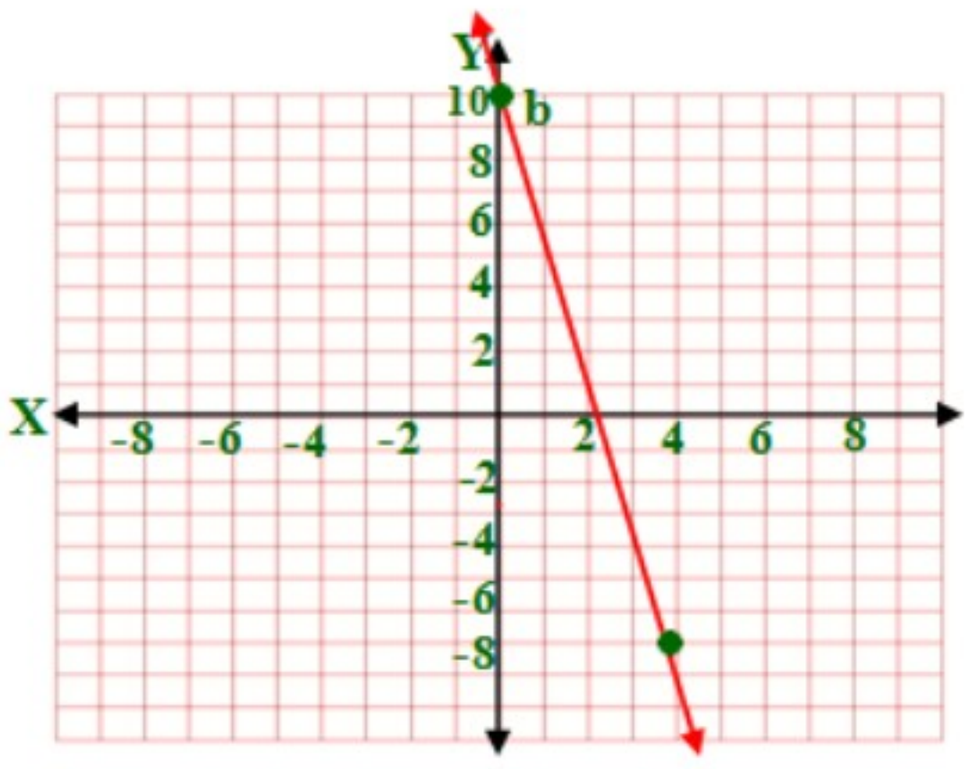


6) $m=-4.25\ ,b=(-4,6)$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-6=-4.25(x-(-4))$$

$$y-6=-4.25x+4\rightarrow y=-4.25x+6+4$$

معادلة المستقيم $= y=-4.25x+10$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كل مما يأتي: المثالان 4,3

7) $(0,-1),(4,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-1)}{4-0}=\frac{5}{4}$$

$$y=mx+b \rightarrow -1=\frac{5}{4}\times 0+b$$

$$b=-1$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{5}{4}x-1$$

8) $(4\,,3)\ ,(1\,,-6)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-6-3}{1-4}=\frac{-9}{-3}=3$$

$$y=mx+b \rightarrow 3=3\times 4+b$$

$$b=-9$$

$$y=mx+b \rightarrow y=3x-9$$

9) $(6,5),(-1,-4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-5}{-1-6}=\frac{-9}{-7}=\frac{9}{7}$$

$$y=mx+b \rightarrow -4=\frac{9}{7}\times -1+b$$

$$b=-4+\frac{9}{7}=\frac{-19}{7}$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{9}{7}x-\frac{19}{7}$$

10) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $Y = -2x + 6$ والمار بنقطة (2 , 3): المثالان ٥

ميل المستقيم $Y = -2x + 6$ لذا ميل المستقيم العمودي عليه $= \frac{1}{2}$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 3 + b$$

$$b = \frac{1}{2}$$

معادلة المستقيم العمودي $= y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

11) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-1,5)$ ويوزاي المستقيم الذي معادلته $y = 4x - 5$

ميل المستقيم $y = 4x - 5 \leftarrow 4$ لذا ميل المستقيم الذي يوازية $= ٤$

$$y = mx + b \leftarrow 5 = -1 \times 4 + b$$

$$9 = b$$

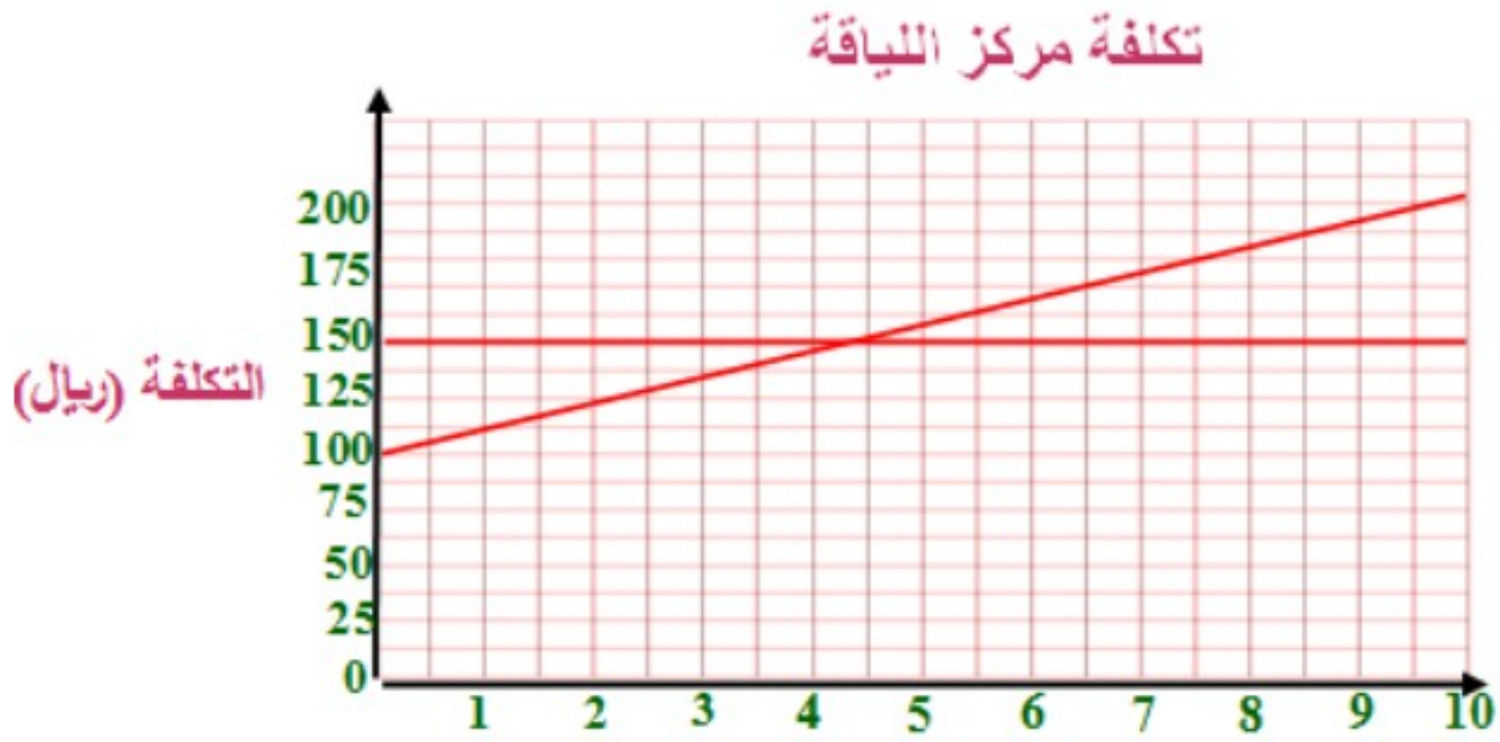
معادلة المستقيم العمودي $= y = 4x + 9$

12) عروض: المثال٦

a) معادلة العرض الأول: $y = 10x + 150$

معادلة العرض الثاني: $y = 150$

b)



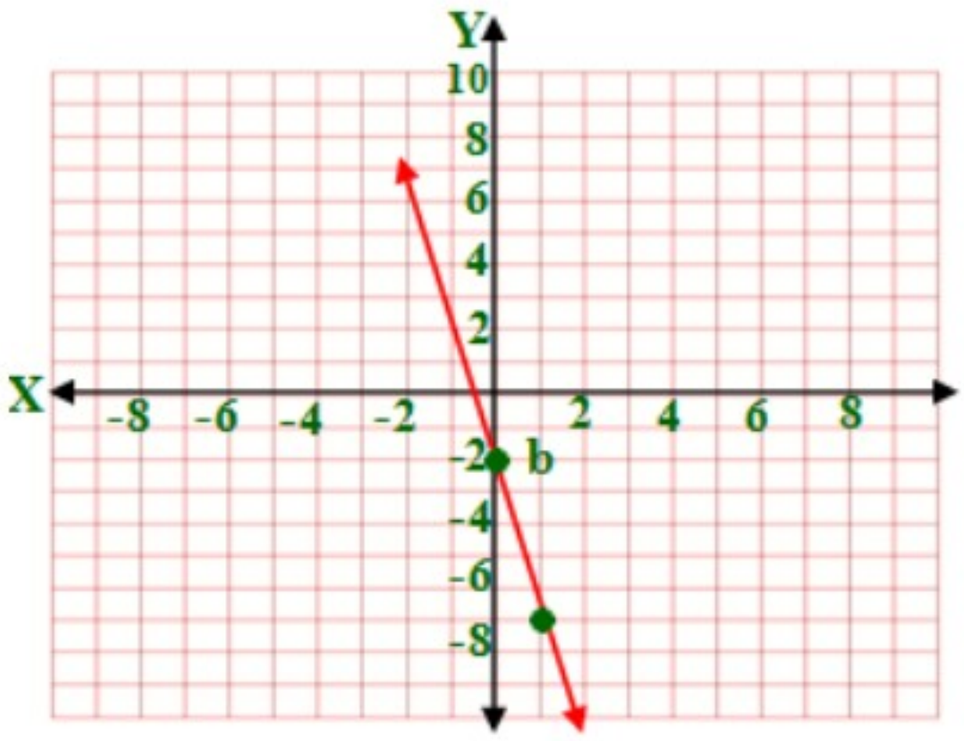
c) العرض الثاني أفضل ، حيث التكلفة 150 ريالاً، على حين أن تكلفة العرض الأول $7 \times 10 + 100 = 170$ ريالاً.

تدرب وحل المسائل

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال١

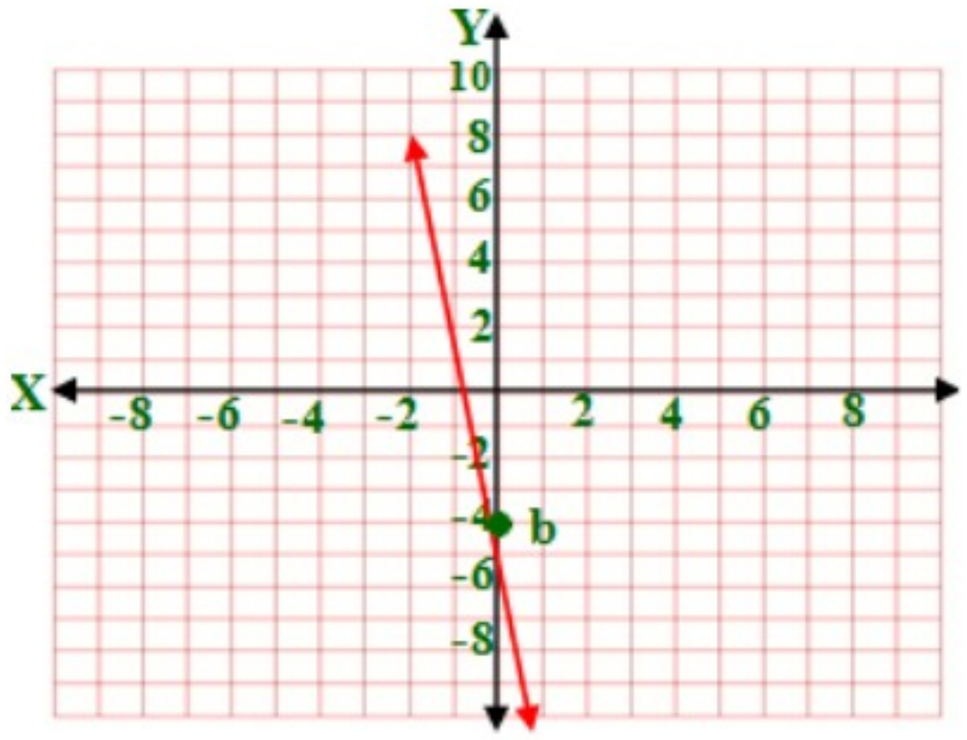
13) $m = -5 \ , \ b = -2$

$y = mx + b \rightarrow y = -5x - 2$



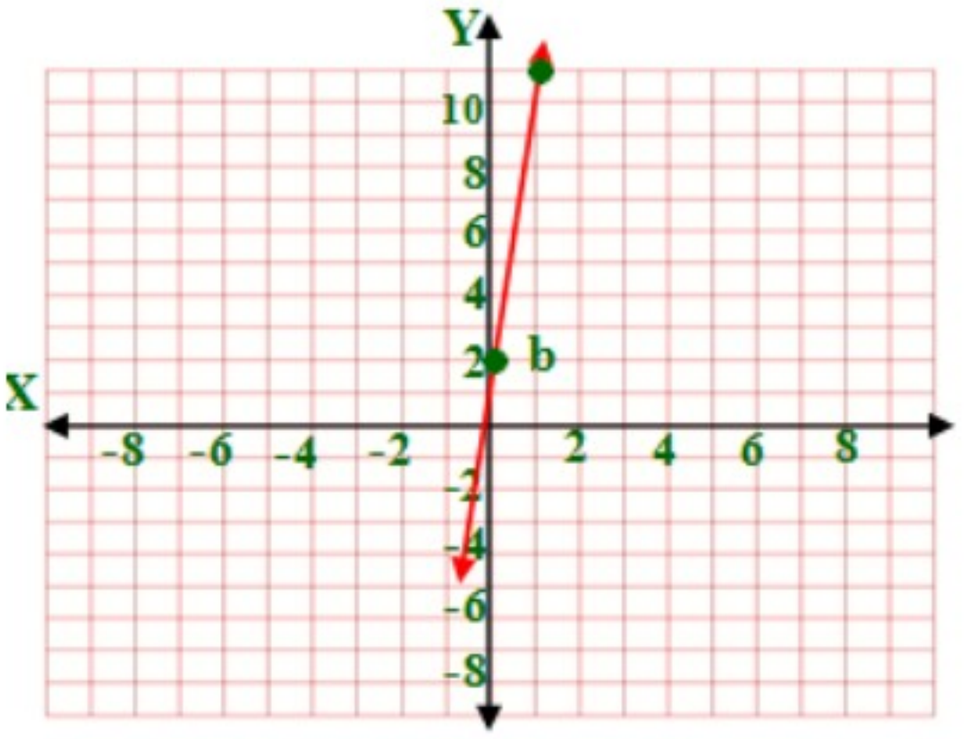
14) $m = -7 \ , b = -4$

$y = mx + b \rightarrow y = -7x - 4$



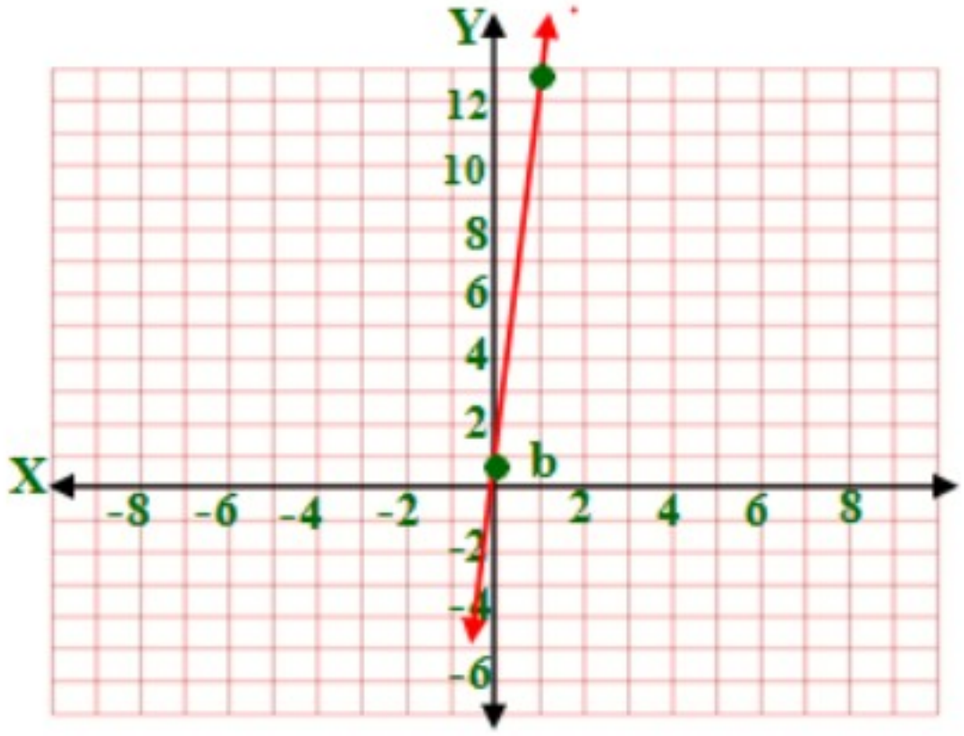
15) $m = 9\ , b = 2$

$y = mx + b \rightarrow y = 9x + 2$



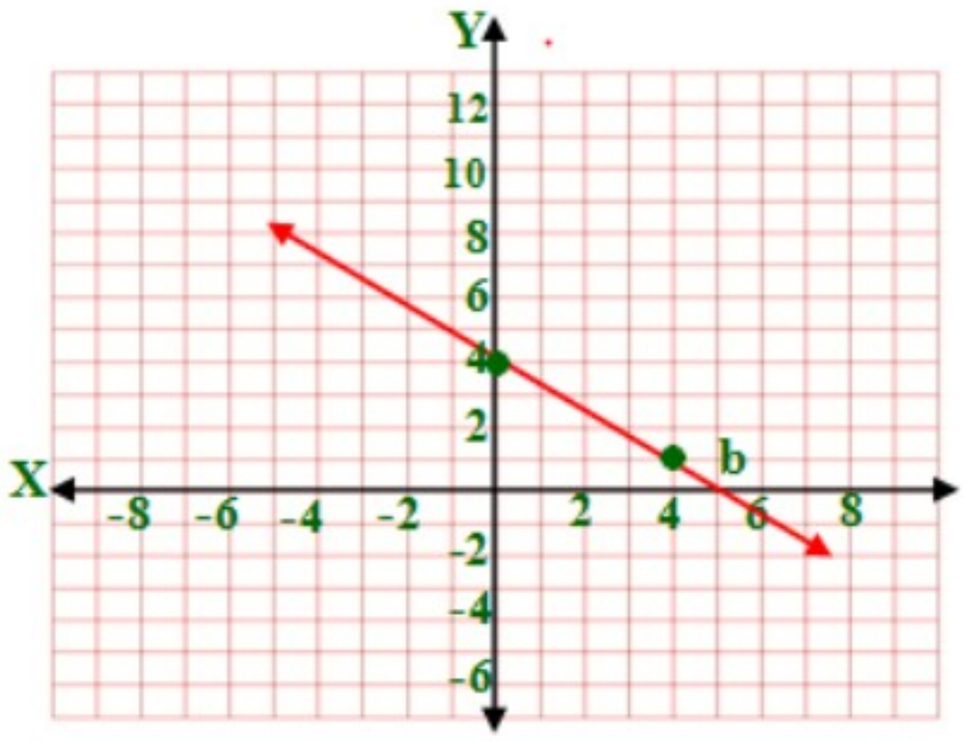
16) $m = 12\ , b = \frac{4}{5}$

$y = mx + b \rightarrow y = 12x + \frac{4}{5}$



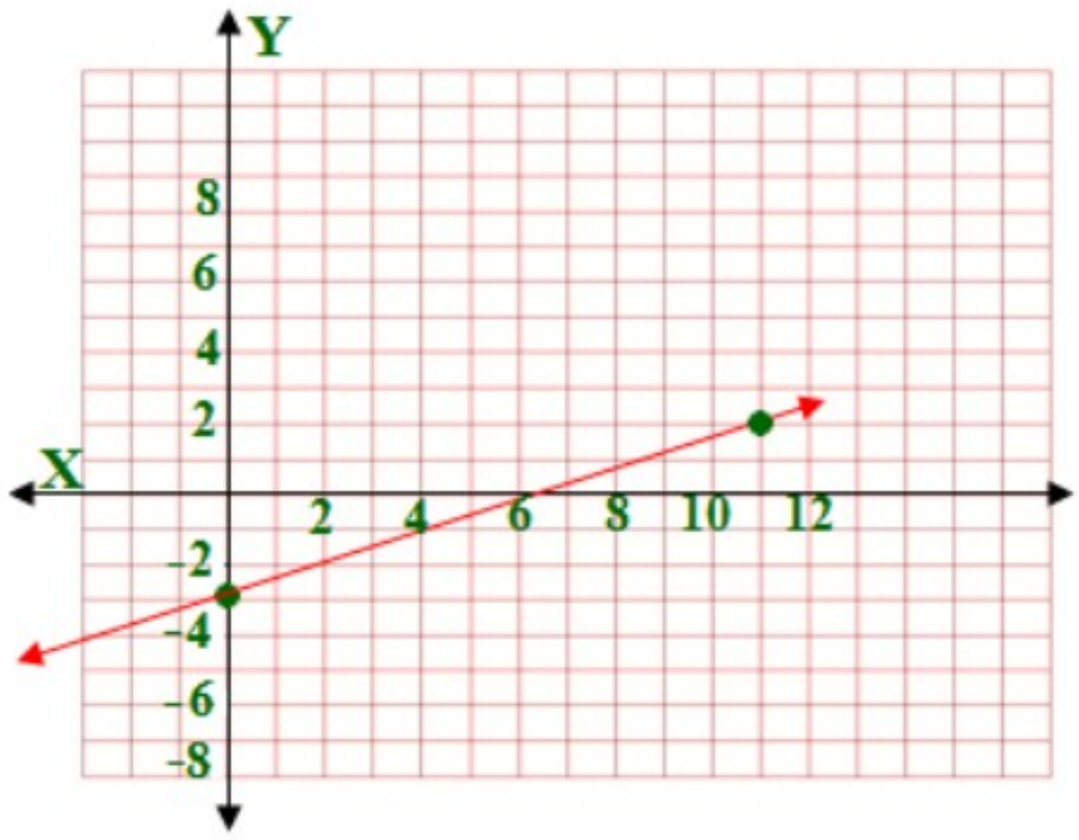
17) $m = \frac{-3}{4}, (0\ ,\ 4)$

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-3}{4}x + 4$



18) $m = \frac{5}{11}, (0\ ,\ -3)$

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{11}x - 3$

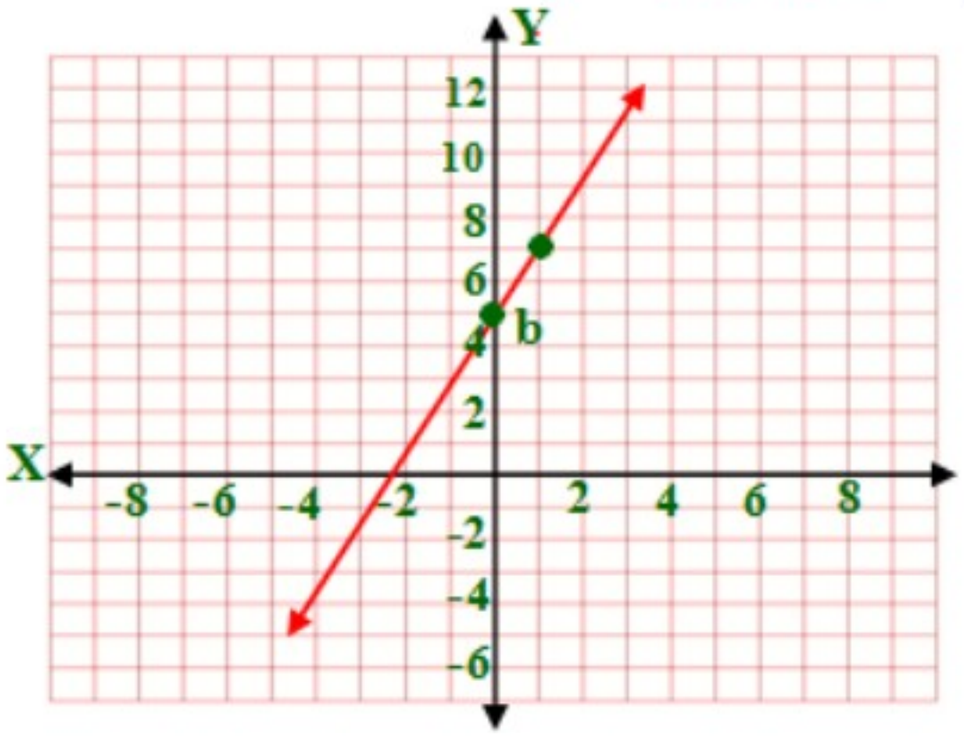


اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال٢

19) $m = 2 , (3 , 11)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 11 = 2(x - 3)$$
$$y - 11 = 2x - 6$$
$$y = 2x - 6 + 11$$

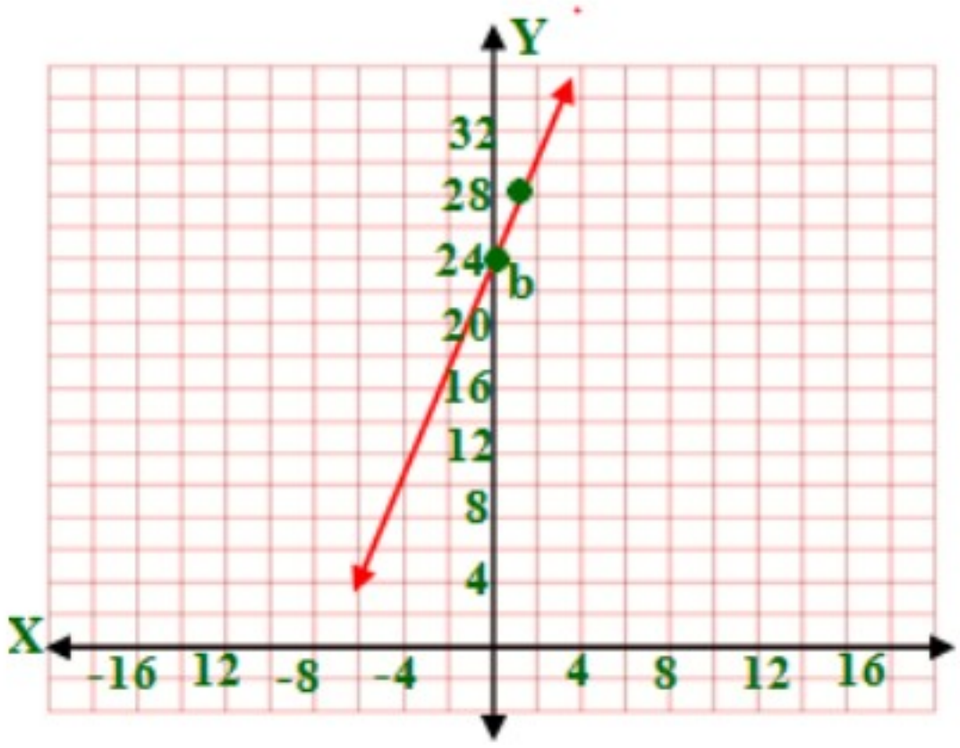
معادلة المستقيم $= y = 2x + 5$



20) $m = 4 , (-4, 8)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 8 = 4(x - (-4))$$
$$y - 8 = 4x + 16$$

معادلة المستقيم $= y = 4x + 24$



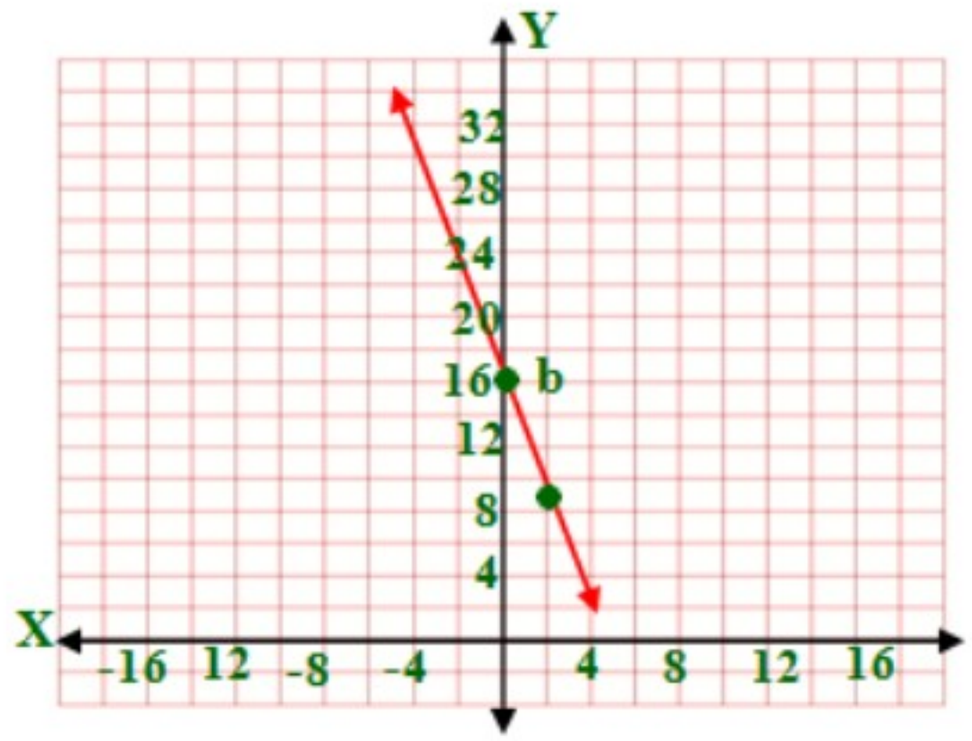
21) $m = -7\ ,\ (1,9)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 9 = -7(x - 1)$

$y - 9 = -7x + 7$

$y = -7x + 7 + 9$

معادلة المستقيم $= y = -7x + 16$



22) $m = \frac{5}{7}, (-2,-5)$

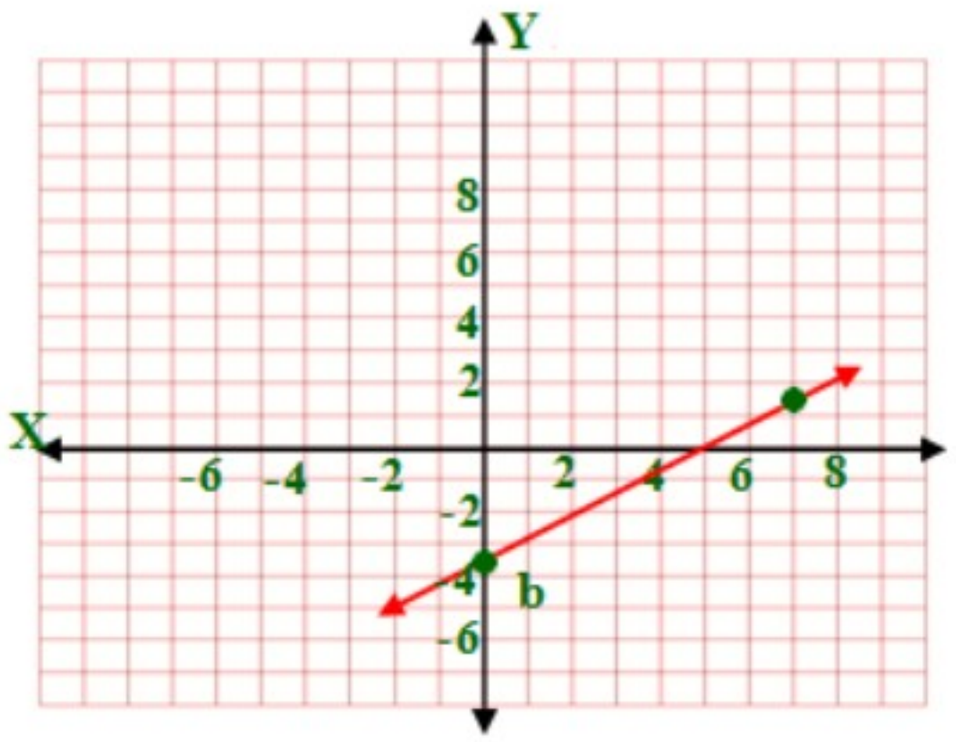
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-5) = \frac{5}{7}(x - (-2))$$

$$y + 5 = \frac{5}{7}(x + 2)$$

$$y = \frac{5}{7}(x + 2) - 5$$

$$y = \frac{5}{7}x + \frac{10}{7} - 5$$

معادلة المستقيم $= y = \frac{5}{7}x - 3.75$



23) $m = \frac{-4}{5}$, $(-3 , -6)$

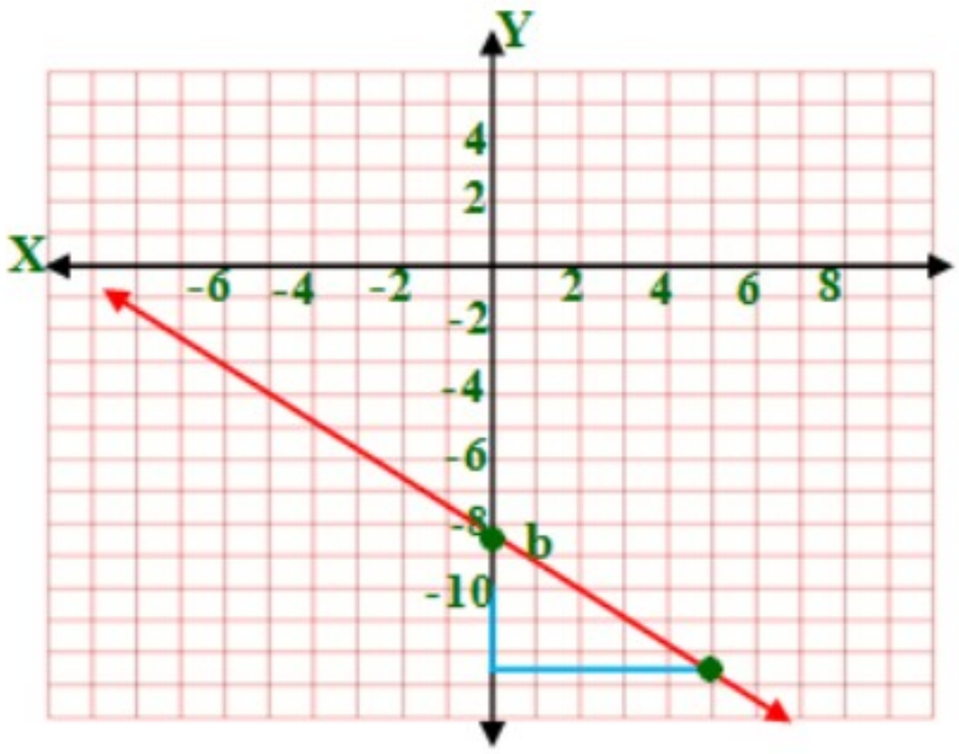
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-6) = \frac{-4}{5}(x - (-3))$$

$$y + 6 = \frac{-4}{5}(x + 3)$$

$$y = \frac{-4}{5}(x + 3) - 6$$

$$y = \frac{-4}{5}x - \frac{12}{5} - 6$$

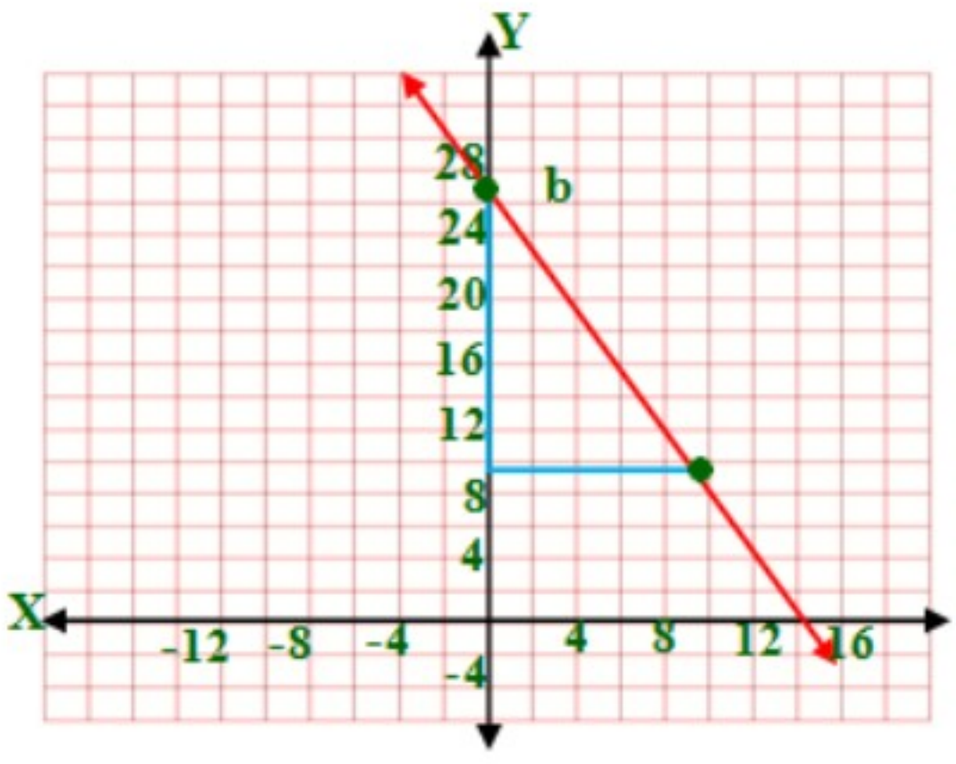
معادلة المستقيم $= y = \frac{-4}{5}x - 8.4$



24) $m = -2.4$, $(14 , -12)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-12) = -2.4(x - 14)$$
$$y + 12 = -2.4(x - 14)$$
$$y = -2.4(x - 14) - 12$$
$$y = -2.4x + 33.6 - 6$$

معادلة المستقيم $= y = -2.4x + 27.6$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كل مما يأتي: المثالان3,4

25) $(-1,-4),(3,-4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-(-4)}{3-(-1)}=\frac{0}{4}=0$$

$$y=mx+b\rightarrow y=0\times x-4\rightarrow y=-4$$

26) $(2,-1),(2,6)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-(-1)}{2-2}=\frac{7}{0}=\text{غير معرف}$$

$$x=2$$

27) $(-3,-2),(-3,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-2)}{-3-(-3)}=\frac{6}{0}=\text{غير معرف}$$

$$x=-3$$

28) $(0,5),(3,3)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-5}{3-0}=\frac{-2}{3}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{-2}{3}\times x+5$$

29) $(-12,-6),(8,9)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{9-(-6)}{8-(-12)}=\frac{\cancel{15}}{\cancel{20}}=\frac{3}{4}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{3}{4}x-6$$

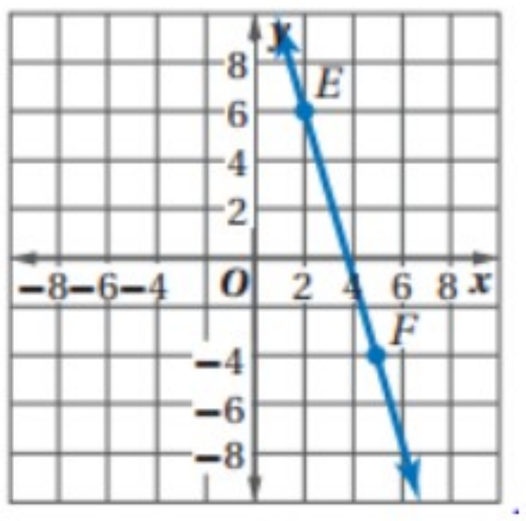
30) $(2,4),(-4,-11)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-11-4}{-4-2}=\frac{-15}{-6}=\frac{5}{2}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{5}{2}x+4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانياً وصفه في كل مما يأتي:

31) $\overleftrightarrow{EF}$



$(2,6),\ (5,-4)$

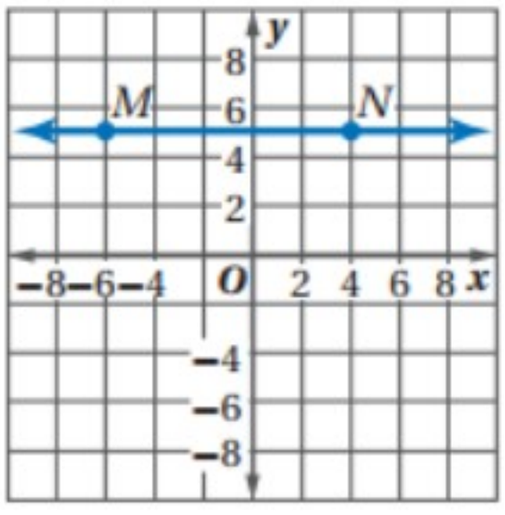
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-6}{5-2}=\frac{-10}{3}$$

$$y=mx+b\rightarrow 6=\frac{-10}{3}\times 2+b$$

$$b=6+\frac{20}{3}=\frac{38}{3}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{-10}{3}x+\frac{38}{3}$$

32) $\overleftrightarrow{MN}$



$(4,5),(-6,5)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-5}{-6-4}=\frac{0}{-10}=0$$

$$y=mx+b\rightarrow 5=0\times 4+b$$
$$b=5$$
$$y=mx+b\rightarrow y=0x+5\rightarrow y=5$$

33)

$(-1,-2),\ (3,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-2)}{3-(-1)}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$y=mx+b\rightarrow -2=\frac{3}{2}\times -1+b$$

$$b=-2+\frac{3}{2}=\frac{-1}{2}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$$

34)

$(-4,-5),\ (-8,-13)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-13-(-5)}{-8-(-4)}=\frac{-8}{-4}=2$$

$$y=mx+b\rightarrow -5=2\times -4+b$$
$$b=-5+8=3$$
$$y=mx+b\rightarrow y=2x+3$$

35)

$(3,0),\ (0,-2)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-0}{0-3}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{2}{3}x-2$$

36)

$\left(-\frac{1}{2},0\right),\ (0,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-4}{-\frac{1}{2}-0}=\frac{-4}{-\frac{1}{2}}=8$$

$$y=mx+b\rightarrow y=8x+4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يحقق المعطيات في كل مما يأتي:

المثال٥

37)

الميل $=-2$ لأنه يعامد المستقيم $y=\frac{1}{2}x+9$ ، النقطة $(-7,-4)$

$$y=mx+b\rightarrow -4=-2x+b$$
$$b=-4+2\times -7$$
$$b=-4-14=-18$$
$$y=mx+b\rightarrow y=-2x-18$$

38)

الميل $=0$ لأنه يوازي المستقيم $y=7$ ، النقطة $(-1\ ,\ -10)$

$$y=mx+b\rightarrow -10=0x+b$$
$$-10=b$$
$$y=mx+b\rightarrow y=-10$$

39)

الميل $=\frac{-2}{3}$ لأنه يوازي المستقيم $y=\frac{-2}{3}x+1$ ، النقطة $(6\ ,\ 2)$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{-2}{3}x + b$$

$$2 = \frac{-2}{3} \times 6 + b$$

$$2 = \frac{-12}{3} + b$$

$$b = 2 + 4 = 6$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 6$$

(40

الميل $= \frac{1}{5}$ لأنه يعامد المستقيم $y = -5x - 8$ ، النقطة $(-2,\ 2)$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{5} \times -2 + b$$

$$2 = \frac{-2}{5} + b$$

$$2 + \frac{2}{5} = b$$

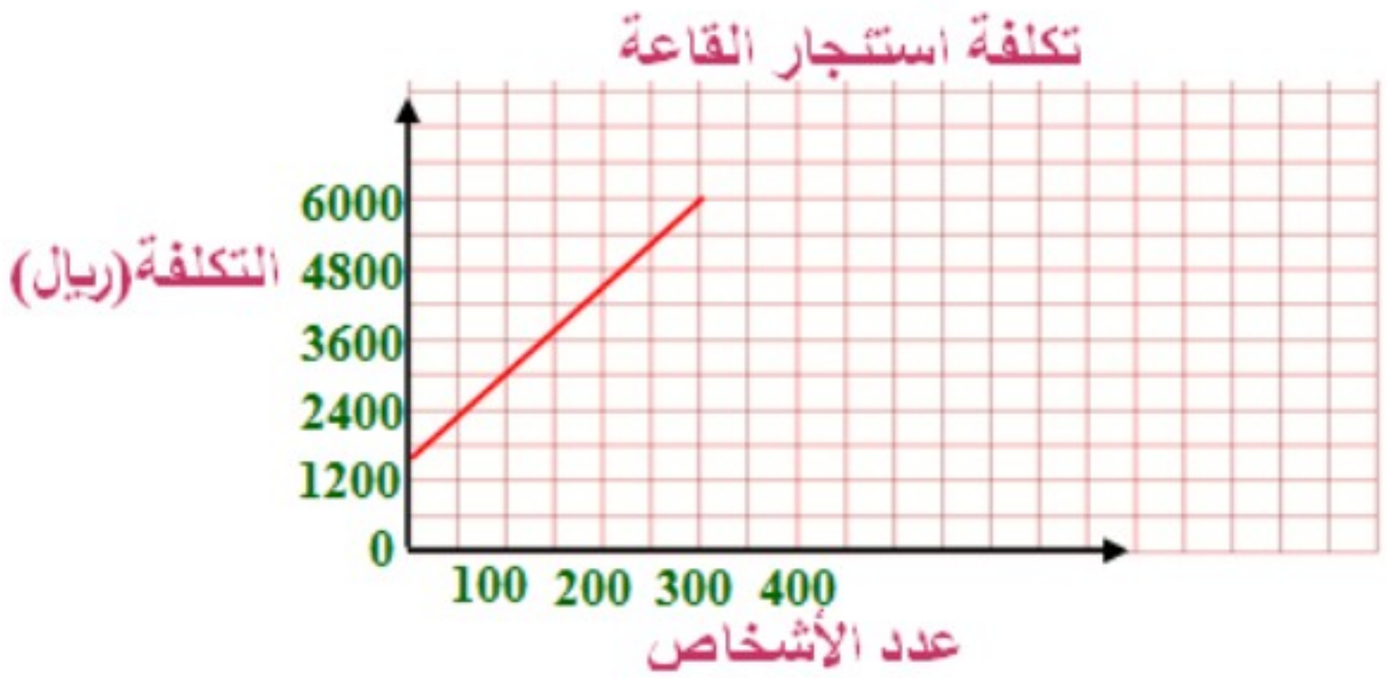
$$b = 2.4$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{5}x + 2.4$$

41)جمعية خيرية: المثال٦

$a)\ y = 15.5x + 1500$

$b)$



c) $y = 15.5x + 1500$

$y = 15.5 \times 285 + 1500$

$y = 5917.5$ ريالاً

d) 290

$y = 15.5x + 1500$

$6000 = 15.5 \times x + 1500$

$15.5x = 6000 - 1500$

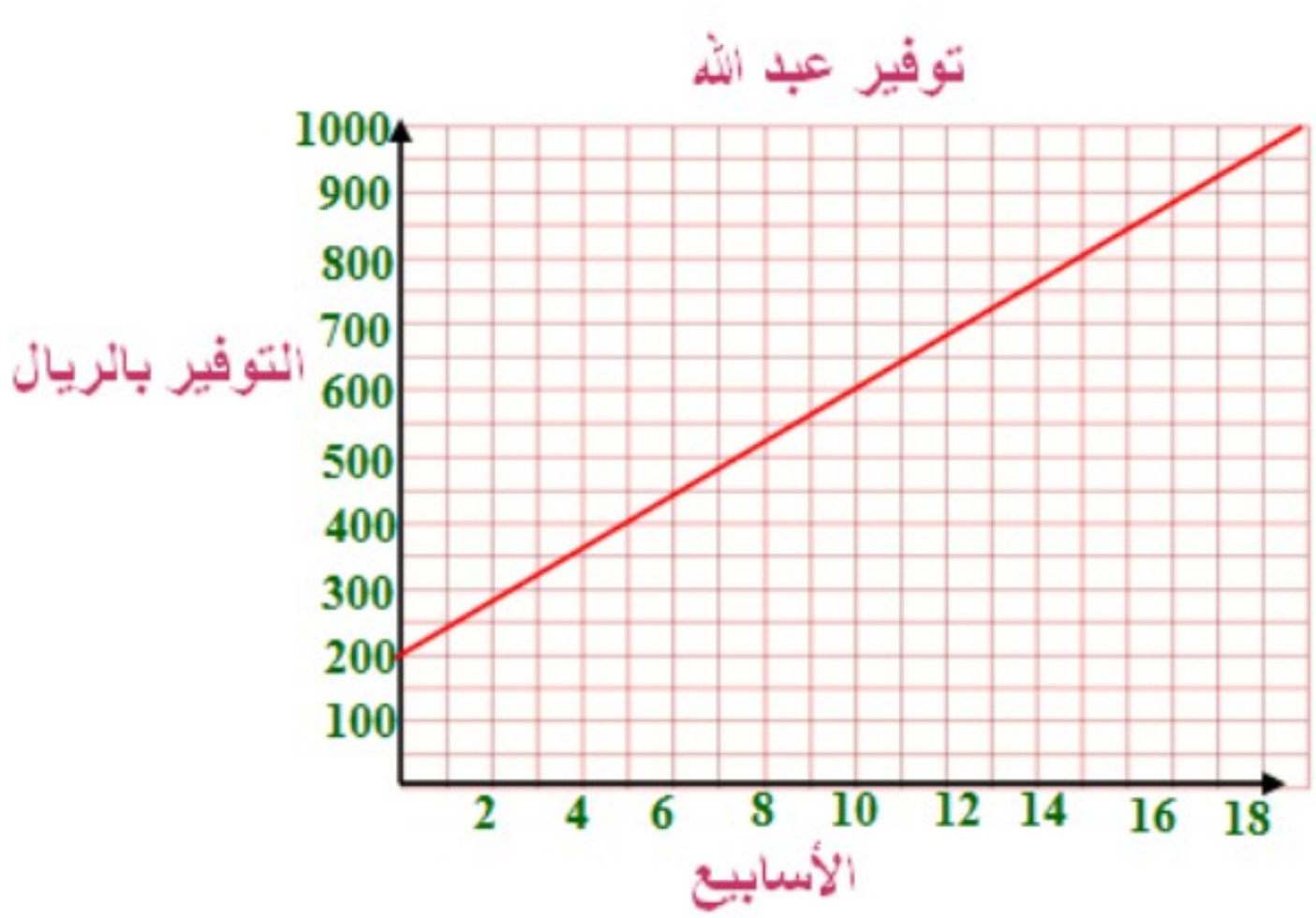
$15.5x = 4500$

$x = 290$ شخص

42)توفير:

a) $y = 40x + 200$

b)



c)

$y = 40x + 200$

$500 = 40x + 200$

$40x = 500 - 200$

$40x = 300$

$x = 7.5 \approx 8$

بعد ٨ أسابيع يستطيع أن يوفر ٥٠٠ ريال

d) 21 أسبوع ؛ إذا بدأ عبد الله التوفير قبل أسبوعين، فسيكون لديه 200 ريال + 40 ريال + 40 ريال أو 280 ريالاً. وبما أنه يحتاج إلى توفير 420 + 700 أو 1120 ريالاً، فهو ما زال في حاجة إلى 280 – 1120 أو 840 ريالاً، وبقسمة 840 ريالاً على 40 ريالاً، سيحتاج سلطان إلى 21 أسبوعاً زيادة حتى يوفر نقوداً كافية.

استعن بالشكل المجاور لتسمي أي مستقيم يحقق الوصف في كل مما يأتي:

43) p

44) l

45) n أو p أو r

حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

46) متوازيان لأن ميل كل منهما متساوي ويساوي ٢

47) متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي 1–

48) متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي 1–

49) غير ذلك لأن ميل كل منهما غير متساوي وليس حاصل ضربهما = 1–

50) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (2 , 4) ويوازي المستقيم $y-2=3(x+7)$

ميل المستقيم = ٣ لأنه يوازي المستقيم $y-2=3(x+7)$

التعويض بالنقطة (2 , 4)

$$y=mx+b \rightarrow 2=3\times 4+b$$
$$b=2-12=-10$$
$$y=mx+b \rightarrow y=3x-10$$

51) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (12 , 8–) ويعامد المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2 ,7–) , (2 , 3).

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-2}{-7-3}=\frac{0}{-10}=0$$

النقطتين $(-7,2),(3,2)$ لهما نفس الإحداثي الصادي ٢ لذا فالميل = صفر
وهذا يعني ان المستقيم افقي يوازي محور السينات والمستقيم المتعامد علية
الذي يمر بالنقطة $(-8,2)$ يكون رأسي إن معادلته هي $x = -8$

52) صناعة الفخار:

$C = 4x + 110$ أو $C = 40\ (x - 1) + 150$

53) تمثيلات متعددة:

a) جدولياً:

العرض 1	
عدد السيارات	المبلغ
20	80
50	200
100	400

العرض 2	
عدد السيارات	المبلغ
20	190
50	250
100	350

b) عددياً:

$y = 4x$

$y = 2x + 150$

c) بيانياً:

d) تحليلياً:

إذا كان عدد السيارات 35، فإنه يكسب 140 ريالاً من العرض الأول و150 + 2(35)
أو 220 ريالاً من العرض الثاني، إذن فالعرض الثاني أفضل.
إذا كان عدد السيارات ٨٠ سيارة، فإنه يكسب 320 ريالاً مع العرض الأول، ويكسب 310 ريالات من العرض الثاني، إذن العرض الأول هو الأفضل.

e) لفظياً:

إذا كان عدد السيارات أقل من 75 سيارة فإذن العرض الثاني اكثر كسباً، وإذا كان عدد السيارات أكثر من 75 سيارة فإن العرض الأول أكثر كسباً.

f) منطقياً:

إذا كان عدد السيارات ٧٥ سيارة:

150 + 2(75) = 150 + 150 = 300 العرض الأول

4(75) = ٣٠٠ العرض الثاني

العرض الأول والثاني متساويان.

54) تحد:

$$-2y = 6x + 8 - 4$$
$$-2y = 6x + 4$$
$$\frac{-2}{-2}y = \frac{6}{-2}x + \frac{4}{-2}$$
$$y = -3x - 2$$
$$m = -3$$

ميل المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8 \leftarrow -3$

ميل المستقيم المار بالنقطتين $(n,-4),(2,-8) = \frac{1}{3}$ لأنه عمودي على المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8$

$$\frac{1}{3} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8+4}{2-n}$$
$$3(-8+4) = 2-n$$
$$-24+12 = 2-n$$
$$-12 = 2-n$$
$$n = 14$$

55) تبرير:

نعم على استقامة واحدة؛ ميل المستقيم المار بالنقطتين (2 ,2–) و (2, 5) يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-5}{-2-2} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وميل المستقيم المار بالنقطتين (2, 5) و (6, 8) يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-8}{2-6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وبما أن للمستقيمين الميل نفسه، ولهما نقطة مشتركة، فإن لهما المعادلة نفسها.
لذلك فإن جميع النقاط تقع على استقامة واحدة.

56) مسألة مفتوحة:

$$-3 = x$$
$$-7 = y$$

57) اكتشف الخطأ:

الحلان صحيحان، كتب فيصل المعادلة بصيغة الميل والمقطع، على حين كتبها راكان بصيغة الميل ونقطة.

58) اكتب:

إذا أعطيت الميل ومقطع المحور y يكون استعمال صيغة الميل والمقطع أسهل، وعندما تُعطى نقطتين أو الميل ونقطة يكون استعمال صيغة الميل ونقطة أسهل.

تدريب على الاختبار المعياري

59) C

60) C

الميل $= -3$ لانة عمودي على المستقيم المعطاة

النقطة $(-2, 1)$

$$b + -2 \times -3 = 1 \leftarrow mx + b = y$$
$$1 = 6 + b$$
$$b = -5$$
$$y = mx + b \rightarrow y = -3x - 5$$

مراجعة تراكمية

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:

61) $A(4,3), B(5,-2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-3}{5-4} = \frac{-5}{1} = -5$$

62) $A(0,2), B(-3,-4)$

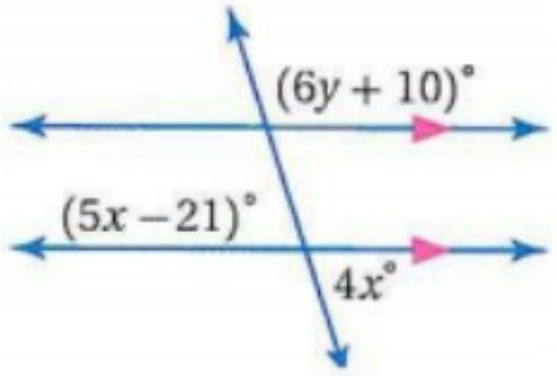
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-3-0} = \frac{-6}{-3} = 2$$

63) $A(2,5), B(5,1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{5-2} = \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$$

أوجد قيمة x, y في كل من الشكلين الآتيين:

64)



$$5x - 21 = 4x$$

نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس متساويتان:

$$5x - 4x = 21$$

$$x = 21$$

نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان:

$$180 - 4x =$$

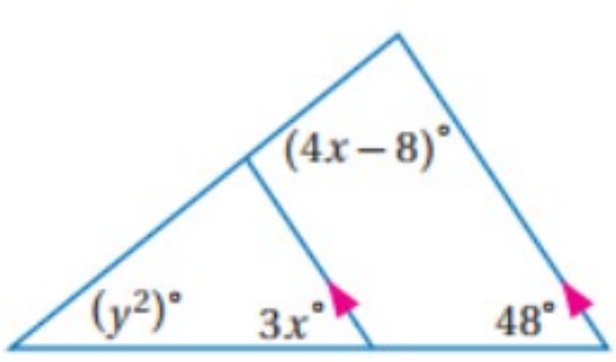
$$180 - 4 \times 21 = 84$$

$$6y + 10 = 84$$

$$6y = 74$$

$$y = 12.33$$

65)



$$3x = 48$$

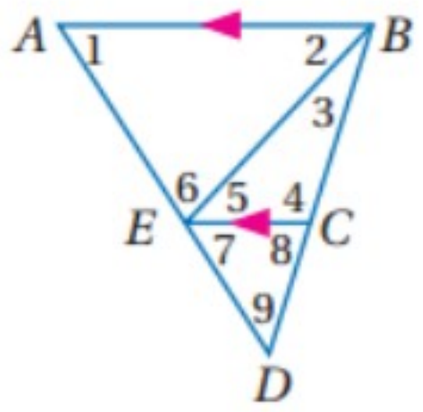
$$x = 48 \div 3$$

$$x = 16$$

نظرية الزاويتان المتناظرتان متساويتان:

$$(4x-8)^\circ = (4\times 16)-8$$
$$(4x-8)^\circ = 56^\circ$$
$$56+48+y^{\,2}=180$$
$$y^{\,2}=180-(56+48)$$
$$y^{\,2}=78^\circ$$
$$y=\sqrt{78}\approx 8.8$$

في الشكل المجاور:



66) $\angle 1=\angle 7=58^\circ$ نظريتان الزاويتان المتناظرتان متساويتان

67) $\angle 2=\angle 5=47^\circ$ نظريتان الزاويتان المتبادلتان متساويتان

68) $\angle 6=\angle 1+\angle 2-180=75^\circ$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

69) $\angle 4=\angle 3+\angle 5-180=107^\circ$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

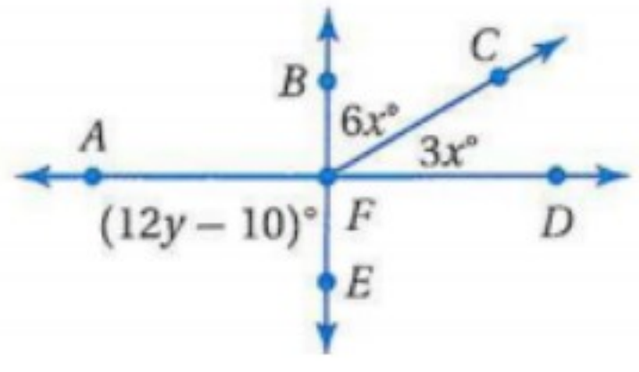
70) $\angle 8=\angle 3+\angle 2=26+47=73^\circ$ نظريتان الزاويتان المتناظرتان متساويتان

71) $\angle 9=\angle 8+\angle 7-180=73+58-180=49^\circ$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة كل من x و y:

72) متبادلتان خارجياً



$$6x + 3x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

$$12y - 10 = 90$$

$$12y = 100$$

$$y = 8.333$$

تمارين

أوجد معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ في كل مما يأتي:

1) $P(5,2), Q(7,4)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=M\left(\frac{5+7}{2},\frac{2+4}{2}\right)$$

$\overline{PQ}$ نقطة منتصف: $M(6,3)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-2}{7-5}=\frac{2}{2}=1$$: $\overline{PQ}$ ميل

ميل العمود المنصف $=-1$:

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-3=-1(x-6)$$

$$y-3=-x+6\rightarrow y=-x+6+3\rightarrow y=9-x$$

2) $P(-3,9), Q(-1,5)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=M\left(\frac{-1-3}{2},\frac{5+9}{2}\right)$$

$\overline{PQ}$ نقطة منتصف: $M(-2,7)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-9}{-1-(-3)}=\frac{-4}{2}=-2$$: $\overline{PQ}$ ميل

ميل العمود المنصف $=\frac{1}{2}$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-7=\frac{1}{2}(x-(-2))$$

$$y-7=\frac{1}{2}(x+2)\rightarrow y-7=\frac{1}{2}x+1\rightarrow y=\frac{1}{2}x+8$$

3) $P(-2,1), Q(0,-3)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=M\left(\frac{-2+0}{2},\frac{1-3}{2}\right)$$

$M(-1,-1)$: $\overline{PQ}$ نقطة منتصف

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{0-(-2)}=\frac{-4}{2}=-2$$: $\overline{PQ}$ ميل

ميل العمود المنصف $=\frac{1}{2}$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-(-1)=\frac{1}{2}(x-(-1))$$

$$y+1=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\rightarrow y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

4) $P(0,1.6), Q(0.5,2.1)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=M\left(\frac{0.5+0}{2},\frac{1.6+2.1}{2}\right)$$

$M(0.25,1.85)$ $\overline{PQ}$ نقطة منتصف

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2.1-1.6}{0.5-0}=\frac{0.5}{0.5}=1$$: $\overline{PQ}$ ميل

ميل العمود المنصف $=-1$

$$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-1.85=-1(x-0.25)$$

$$y=-x+0.25+1.85\rightarrow y=-x+2.1$$

استعمل ماتعلمته لإيجاد معادلات المستقيمات التي تحوي أضلاع المثلث XYZ $X\left(-2,0\right),Y\left(1,3\right),Z\left(3,-1\right)$.

$Y\left(1,3\right),X\left(-2,0\right)$

ميل $\overline{YX}$: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-3}{-2-1}=\frac{-3}{-3}=1$

معادلة $\overline{YX}$: $y=mx+b\rightarrow y=1x+3\rightarrow y=x+3$

$Z\left(3,-1\right),Y\left(1,3\right)$

ميل $\overline{ZY}$: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-\left(-1\right)}{1-3}=\frac{4}{-2}=-2$

معادلة $\overline{ZY}$: $y=mx+b\rightarrow y=-2x-1$

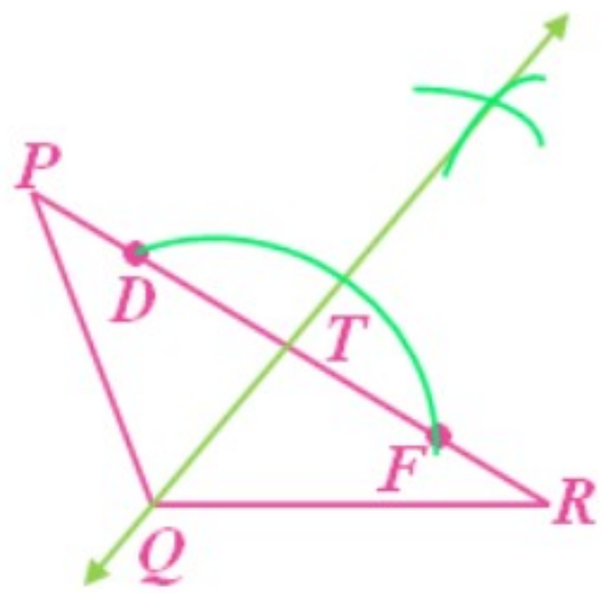
$Z\left(3,-1\right),X\left(-2,0\right)$

ميل $\overline{ZX}$: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\left(-1\right)}{-2-3}=\frac{1}{-5}$

معادلة $\overline{ZX}$: $y=mx+b\rightarrow y=-\frac{1}{5}x-1$

6-2 الأعمدة و المسافة

١) $\overline{QT}$ تمثل البعد بين Q و $\overline{PR}$.



2)

$$(1,2)\ ,(5,4)$$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-2}{5-1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$(5,4)\rightarrow$$

$$y=mx+b\rightarrow 4=\frac{1}{2}\times 5+b$$

$$b=4-\frac{5}{2}=1.5$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+1.5$

ميل المستقيم العمودي على l $=-2$ لأن $-1=\frac{1}{2}\times-2$ ، $P\left(1,7\right)$

$$y=mx+b\rightarrow 7=-2\times 1+b$$
$$b=7+2$$
$$b=9$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P\left(1,7\right)$ هي:

$$y=-2x+9$$

بضرب المعادلة $y=-2x+9$ في $-1\leftarrow -y=2x-9$

$$y=\frac{1}{2}x+1.5$$
$$+\ -y=2x-9$$
$$0=2.5x-7.5$$

$$2.5x=7.5$$
$$x=3$$

$$-y=2\times 3-9$$
$$-y=-3$$
$$y=3$$

$$P\left(1,7\right),\ \left(3,3\right)$$

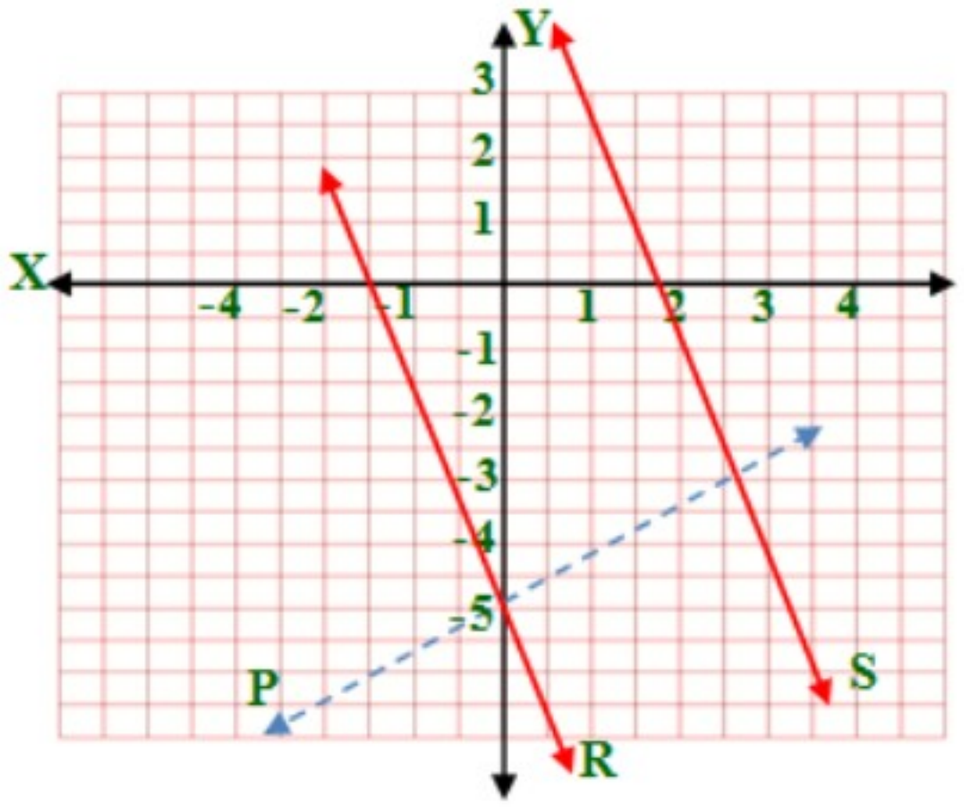
$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}=\sqrt{\left(3-1\right)^2+\left(3-7\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(2\right)^2+\left(-4\right)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}\approx 4.47$$

البعد بين p,l ≈ 4.47

(3A

رسم النقطة $P\,(0,-5)$



المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $=-3$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $=\frac{1}{3}$

$$(y-y_1)=m\,(x-x_1)\rightarrow(y-(-5))=\frac{1}{3}(x-0)\rightarrow y=\frac{1}{3}x-5$$

$$-3x+6=\frac{1}{3}x-5$$

$$-3x-\frac{1}{3}x=-5-6$$

$$-3\frac{1}{3}x=-11$$

$$x=3.3$$

$$y=-3x+6$$

$$y=-3\times 3.3+6$$

$$y=-3.9$$

إذن نقطة تقاطع المستقيمين p,s: $(0,-5),\ (3.3,-3.9)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-3.3)^2+(-5-(-3.9))^2}$$

$$\sqrt{10.89+1.21}=\sqrt{12.1}\approx 3.47$$

البعد بين المستقيمين ≈ 3.47

(3B

$$\overleftarrow{a} = x + 3y = 6 \rightarrow 3y = -x + 6 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x + 2$$

$$\overleftarrow{b} = x + 3y = -14 \rightarrow 3y = -x - 14 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x - \frac{14}{3}$$

النقطة $P\,(0,2)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= \frac{-1}{3}$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $= ٣$

$$(y - y_1) = m\,(x - x_1) \rightarrow (y - 2) = 3(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 2 = 3x \rightarrow y = 3x + 2$$

$$y = 3x + 2$$

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$$

$$3x + 2 = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$$

$$3x + \frac{1}{3}x = -\frac{14}{3} - 2$$

$$\frac{10}{3}x = -\frac{20}{3}$$

$$x = -2$$

$$y = 3 \times -2 + 2$$

$$y = -4$$

نقطة تقاطع المستقيمين p, b : $(-2,-4),\ (0,2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - (-2))^2 + (2 - (-4))^2}$$

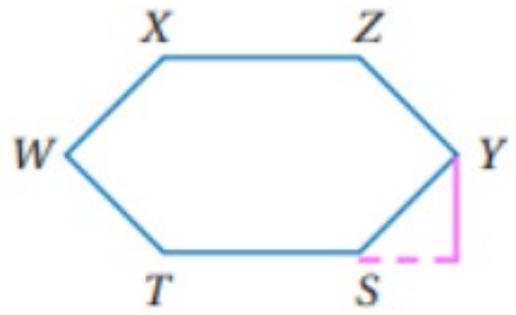
$$\sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} \approx 6.32$$

البعد بين المستقيمين ≈ 6.32

تأكـد

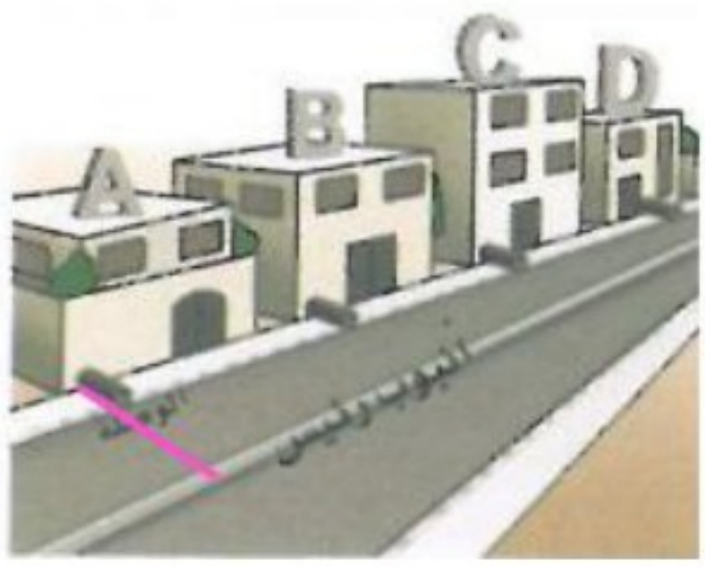
أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:

١) البعد بين y و $\overleftrightarrow{TS}$



٢)

٣) أنابيب:



هندسية إحداثية: أوجد البعد بين المستقيمين p , l في كل مما يأتي: المثال٢

4)

$(4,3)\ ,(-2,0)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-3}{-2-4}=\frac{-3}{-6}=\frac{1}{2}$$

$(-2,0)\rightarrow P$

$$y=mx+b\rightarrow 0=\frac{1}{2}\times -2+b$$

$$b=1$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+1$

ميل المستقيم العمودي على $l=-2$ لأن $-1=\frac{1}{2}\times -2$ ، $P(3,10)$

$$y=mx+b\rightarrow 10=-2\times 3+b$$

$$b=10+6$$

$$b=16$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$$y=-2x+16$$

بضرب المعادلة $y=-2x+16$ في $-1\leftarrow -y=2x-16$

$$\begin{array}{r} y=\frac{1}{2}x+1 \\ +\ (-y=2x-16) \\ \hline 0=2.5x-15 \end{array}$$

$$2.5x=15$$

$$x=6$$

$$-y=2x-16$$

$$-y=2\times 6-16$$

$$y=4$$

$$P\,(3,10),\ (6,4)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(6-3)^2+(4-10)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2+(-6)^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

البعد بين p,l $3\sqrt{5}$ وحدة

5)

$$(-6,1)\ ,(9,-4)$$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-1}{9-(-6)}=\frac{-5}{15}=\frac{-1}{3}$$

$$(-6,1)\rightarrow P$$

$$y=mx+b\rightarrow 1=\frac{-1}{3}\times -6+b$$

$$1=\frac{6}{3}+b$$

$$b=1-2$$

$$b=-1$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{-1}{3}x-1$

ميل المستقيم العمودي على l = 3 لأن $-1=\frac{-1}{3}\times 3$ ، $P\,(4,1)$

$$y=mx+b\rightarrow 1=3\times 4+b$$

$$b=1-12$$

$$b=-11$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P\,(4,1)$ هي:

$$y=3x-11$$

بضرب المعادلة $y=3x-11$ في $-1\leftarrow -y=-3x+11$

$$y = \frac{-1}{3}x - 1$$
$$+\ \left(-y = -3x + 11\right)$$
$$0 = -\frac{10}{3}x + 10$$

$$\frac{10}{3}x = 10$$
$$x = 3$$

$$-y = -3x + 11$$
$$-y = -3 \times 3 + 11$$
$$y = -2$$

$$P\,(4,1),\ (3,-2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-4)^2 + (-2-1)^2}$$

$$\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \approx 3.2$$

البعد بين p, l $\sqrt{10}$ وحدة

6)

$$(4,18)\ ,(-2,9)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-18}{-2-4} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$$(4,18) \rightarrow P$$

$$y = mx + b \rightarrow 18 = \frac{3}{2} \times 4 + b$$

$$18 = 6 + b$$
$$b = 18 - 6$$
$$b = 12$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{3}{2}x+12$

ميل المستقيم العمودي على $l=\frac{-2}{3}$ لأن $-1=\frac{-2}{3}\times\frac{3}{2}$ ، $P(-9,5)$

$$y=mx+b \rightarrow 5=\frac{-2}{3}\times -9+b$$
$$b=5-6$$
$$b=-1$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(-9,5)$ هي:

$$y=\frac{-2}{3}x-1$$

بضرب المعادلة $y=\frac{-2}{3}x-1$ في $-1 \leftarrow -y=\frac{2}{3}x+1$

$$y=\frac{3}{2}x+12$$
$$+\left(-y=\frac{2}{3}x+1\right)$$
$$0=\frac{13}{6}x+13$$

$$\frac{13}{6}x=-13$$
$$x=-6$$

$$-y=\frac{2}{3}x+1$$
$$-y=\frac{2}{3}\times -6+1=-4+1=-3$$
$$y=3$$

$P(-9,5),\ (-6,3)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-6-(-9))^2+(3-5)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2+(-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}\approx 3.6$$

البعد بين p , l $\sqrt{13}$ وحدة

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي: المثال٣

7)

$y = -2x + 4$

$y = -2x + 14$

النقطة $P(0,4)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= -2$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $= \frac{1}{2}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 4) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$y = -2x + 14$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$-2x + 14 = \frac{1}{2}x + 4$$

$$-2x - \frac{1}{2}x = 4 - 14$$

$$-2.5x = -10$$

$$x = 4$$

$$y = -2x + 14$$

$$y = -2 \times 4 + 14$$

$$y = 6$$

نقطة تقاطع المستقيمين p ,b : $(4,6)$, $(0,4)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (4-6)^2}$$

$$\sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين $\approx 2\sqrt{5}$ وحدة

8)

$y = 7$

$y = -3$

$(0,7),\ (0,-3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (-3-7)^2}$$

$$\sqrt{100} = 10$$

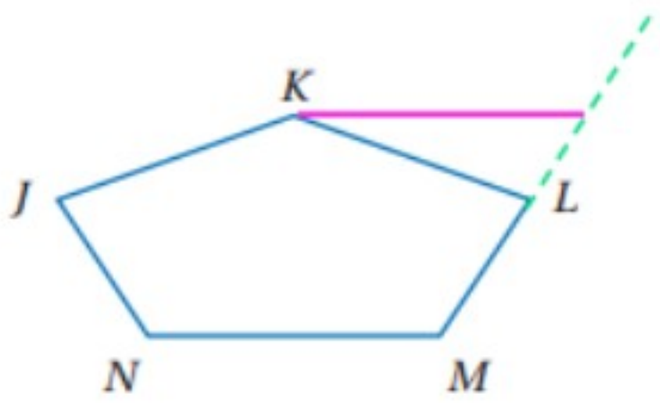
البعد بين المستقيمين ≈ ١٠ وحدات

تدرب وحل المسائل

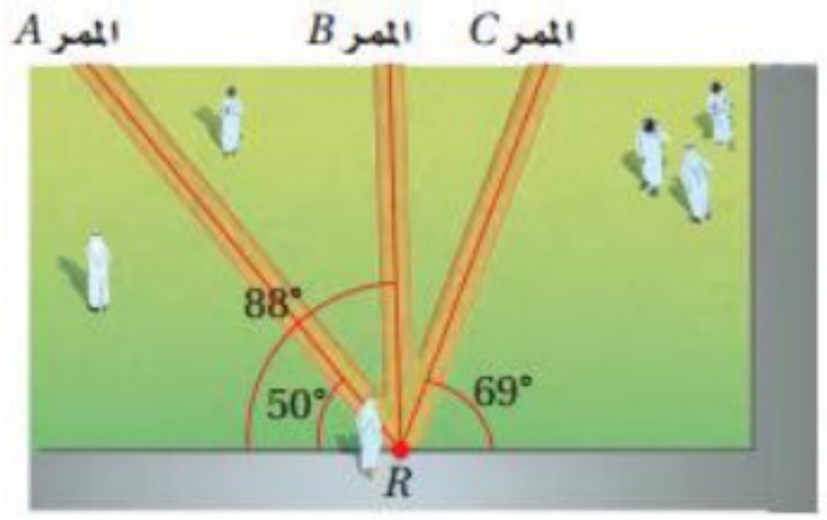
أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي :

٩)

١٠)



١١) مدرسة:



الممر B هو أقصر هذه الممرات الثلاثة، إذ إن المسافة العمودية هي أقصر مسافة من أحد جانبي الساحة إلى الجانب الآخر. وبما أن الزاوية التي يصنعها الممر B هي الأقرب إلى °90، فإن الممر B هو أقصرها.

هندسية إحداثية: أوجد البعد بين المستقيمين p , l في كل مما يأتي: المثال٢

12)

$(0,-3)$,$(7,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-3)}{7-0}=\frac{7}{7}=1$$

$(7,4)$

$$y=mx+b \rightarrow 4=1\times 7+b$$
$$b=-3$$

معادلة المستقيم l: $y=x-3$

ميل المستقيم العمودي على l هو -1 لأن $-1=1\times -1$ ، $P(4,3)$

$$y=mx+b \rightarrow 3=-1\times 4+b$$
$$b=3+4$$
$$b=7$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$$y=-x+7$$

$$\begin{array}{r} y = x - 3 \\ + \; y = -x + 7 \\ \hline 2y = 0 + 4 \end{array}$$

$$2y = 4$$
$$y = 2$$

$$y = x - 3$$
$$2 = x - 3$$
$$x = 5$$

$$P(4,3),\ (5,2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-4)^2 + (2-3)^2}$$

$$\sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

البعد بين p, l: $\sqrt{2}$ وحدة

13)

$$(-2,1)\ ,(4,1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{4-(-2)} = \frac{0}{6} = 0$$

$$(4,1)$$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = 0 \times 4 + b$$
$$b = 1$$

معادلة المستقيم l: $y = 1$

$$P(5,7)$$

$$y = mx + b \rightarrow 7 = 0 \times 5 + b$$
$$b = 7$$
$$y = 7$$

$$P\,(0,1),\ (0,7)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(7-1)^2}$$

$$\sqrt{36}=6$$

البعد بين p, l: ٦ وحدات

14)

$$(-8,1)\ ,(3,1)$$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-1}{3-(-8)}=\frac{0}{11}=0$$

$$(3,1)$$

$$y=mx+b\ \rightarrow 1=0\times 3+b$$

$$b=1$$

$y=1$ معادلة المستقيم l:

$$P\,(-2,4)$$

$$y=mx+b\ \rightarrow 4=0\times -2+b$$

$$b=4$$

$$y=4$$

$$P\,(0,1),\ (0,4)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(4-1)^2}$$

$$\sqrt{0+9}=3$$

البعد بين p, l: ٣ وحدة

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

15)

$y = -2$

$y = 4$

$(0,-2),\ (0,4)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (4-(-2))^2}$$

$$\sqrt{0+36} = 6$$

16)

$x = 3$

$x = 7$

$(3,0),\ (7,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (0-0)^2}$$

$$\sqrt{16+0} = 4$$

17)

$y = \frac{1}{3}x - 3$

$y = \frac{1}{3}x + 2$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= \frac{1}{3}$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما

$= -3$ والنقطة $P(0,-3)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - (-3)) = -3(x - 0) \rightarrow$$

$$y + 3 = -3x \rightarrow y = -3x - 3$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$
$$y = -3x - 3$$
$$-3x - 3 = \frac{1}{3}x + 2$$
$$-3x - \frac{1}{3}x = 2 + 3$$
$$-\frac{10}{3}x = 5$$
$$x = -1.5$$

$$y = -3x - 3$$
$$y = -3 \times 1.5 - 3$$
$$y = -7.5$$
$$(0,-3),\ (-1.5,-7.5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1.5 - 0)^2 + (-7.5 - (-3))^2}$$

$$\sqrt{(-1.5)^2 + (-4.5)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$$

18)

$$y = 15$$
$$y = -4$$
$$(0,15),\ (0,-4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (-4 - 15)^2}$$

$$\sqrt{(19)^2} = 19$$

19)

$$3x + y = 3 \rightarrow y = -3x + 3$$
$$y + 17 = -3x \rightarrow y = -3x - 17$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $=$ -3 وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $=$ $\frac{1}{3}$ والنقطة $P\left(0,3\right)$

$$\left(y-y_1\right)=m\left(x-x_1\right)\rightarrow\left(y-3\right)=\frac{1}{3}\left(x-0\right)\rightarrow$$

$$y-3=\frac{1}{3}x\rightarrow y=\frac{1}{3}x+3$$

$$y=\frac{1}{3}x+3$$

$$y=-3x-17$$

$$-3x-17=\frac{1}{3}x+3$$

$$-3x-\frac{1}{3}x=3+17$$

$$-\frac{10}{3}x=20$$

$$x=-6$$

$$y=-3x-17$$

$$y=-3\times-6-17$$

$$y=1$$

$$\left(0,3\right),\ \left(-6,1\right)$$

$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}=\sqrt{\left(-6-0\right)^2+\left(1-3\right)^2}$$

$$\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

20)

$$y = \frac{-5}{4}x + 3.5$$

$$4y + 10.6 = -5x \rightarrow y = \frac{-5}{4}x - \frac{10.6}{4} \rightarrow y = \frac{-5}{4}x - 2.65$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= \frac{-5}{4}$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $= \frac{4}{5}$ والنقطة $P\left(0,3.5\right)$

$$\left(y - y_1\right) = m\left(x - x_1\right) \rightarrow \left(y - 3.5\right) = \frac{4}{5}\left(x - 0\right) \rightarrow$$

$$y - 3.5 = \frac{4}{5}x \rightarrow y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$y = \frac{-5}{4}x - 2.65$$

$$y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$\frac{4}{5}x + 3.5 = \frac{-5}{4}x - 2.65$$

$$\frac{4}{5}x + \frac{5}{4}x = -2.65 - 3.5$$

$$2.05x = -6.15$$

$$x = -3$$

$$y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$y = \frac{4}{5} \times \left(-3\right) + 3.5$$

$$y = 1.1$$

$$\left(0,3.5\right),\ \left(3,1.1\right)$$

$$d = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2} = \sqrt{\left(3-0\right)^2 + \left(1.1-3.5\right)^2}$$

$$\sqrt{9 + 5.76} = \frac{3\sqrt{41}}{5} \approx 3.8$$

٢١) برهان:

المعطيات: l متساوي البعد عن m، وn متساوي البعد عن m.

المطلوب: $l \parallel n$

البرهان:

١) l متساوي البعد عن m، وn متساوي البعد عن m (معطيات)

٢) $l \perp m$ و $n \perp m$ (تعريف تساوي البعد).

٣) ميل l يساوي ميل m (تعريف توازي مستقيمين) ميل m يساوي ميل n.

٤) ميل l يساوي ميل n (بالتعويض).

٥) $l \parallel n$ (تعريف توازي مستقيمين).

أوجد البعد بين المستقيم والنقطة في كل مما يأتي :

22)

$$y = -3$$

$$m = 0,\ (5,2)$$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = 0 \times 5 + b$$

$$b = 2$$

$$y = 2$$

$$(0,-3),(0,2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (2-(-3))^2}$$

$$\sqrt{0+25} = \sqrt{25} = 5$$

23)

$$y = \frac{1}{6}x + 6,\ (-6,5)$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 5 = -6(x + 6) \rightarrow$$
$$y - 5 = -6x - 36 \rightarrow y = -6x - 31$$

$$\frac{1}{6}x + 6 = -6x - 31$$

$$\frac{1}{6}x + 6x = -31 - 6$$

$$\frac{37}{6}x = -37$$
$$x = -6$$
$$y = -6x - 31$$
$$y = 36 - 31$$
$$y = 5$$
$$(-6,5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-6-(-6))^2 + (5-5)^2}$$

$$\sqrt{0+0} = 0$$

24)

ميل معادلة العمودي على المستقيم $x = 4$ من النقطة $(-2,5)$ هي $y = 5$. لذا نقطة التقاطع بين المستقيم $x = 4$ و $y = 5$ هي $(4,5)$.

باستخدام قانون المسافة بين النقطتين $(-2,5)$ و $(4,5)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2-4)^2 + (5-5)^2}$$

$$= \sqrt{36+0}$$

$$= 6$$

٢٥) ملصقات:

يمكن أن يقيس شاكر المسافة العمودية بين الملصقين في مكانين مختلفين. ويكون الملصقان متوازيين، إذا كانت المسافات بينهما متساوية.

إنشاءات هندسية:

٢٦) المستقيمان متعامدان، وميل l يساوي $1-$ وميل $\overleftrightarrow{PQ}$ يساوي 1. ويما أن ناتج ضرب الميلين يساوي $1-$ ؛ فالمستقيمان متعامدان.

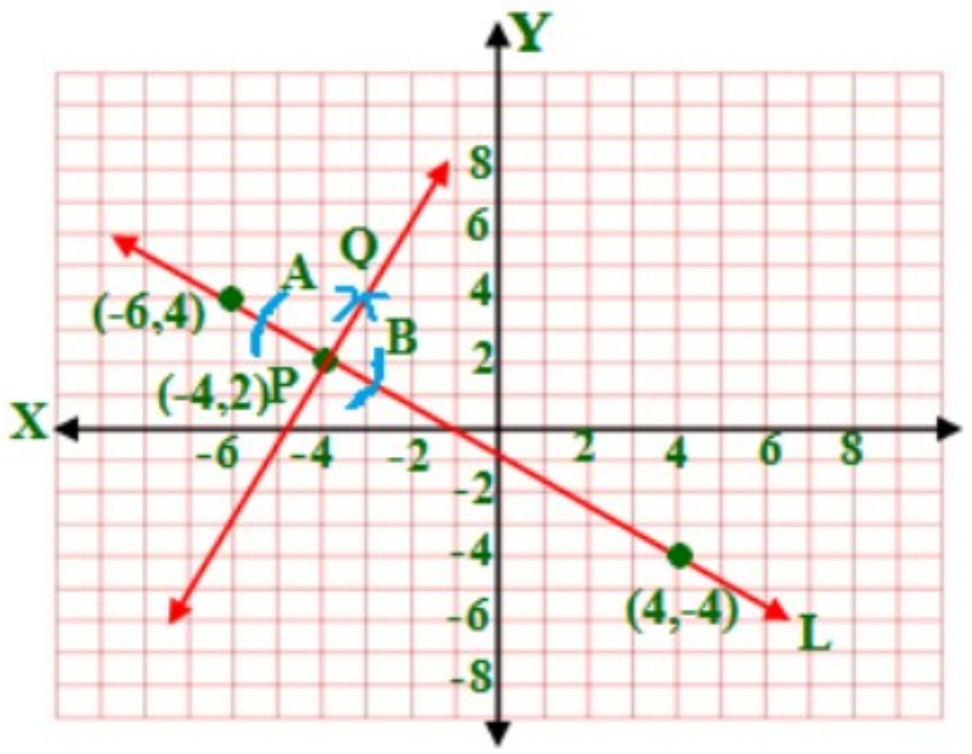
$$(-4,3),(2,-3)$$

$$\overleftrightarrow{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-3}{2-(-4)} = \frac{-6}{6} = -1$$

$$(-2,1),(-1,2)$$

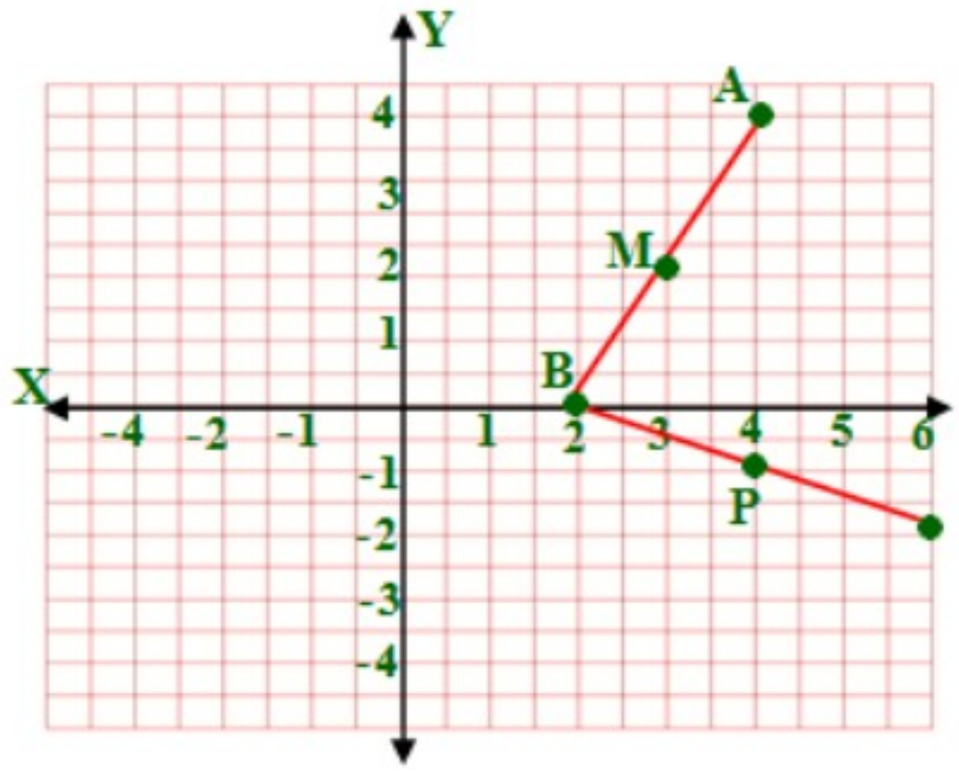
$$\overleftrightarrow{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{-1-(-2)} = \frac{1}{1} = 1$$

٢٧) الرسمة



٢٨) هندسية إحداثية:

a)



b) $A(4,4),\ B(2,0)$

٢٩) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً:

b) لفظياً:

ضع نقطة C عند أي مكان على المستقيم m. فمساحة المثلث تساوي نصف طول القاعدة مضروباً في الارتفاع. ويبقى هذان العددان ثابتين أينما كان موقع النقطة C.

c) تحليلياً:

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$ الأرتفاع

$$16.5cm^2 = 3 \times 11 \times \frac{1}{2}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٠) اكتشف الخطأ:

ادّعاء زيد صحيح؛ إذ أن البعد بين النقطتين A و C يساوي $1.2cm$ تقريباً. على حين أن البعد بين B و D يساوي $1.35\ cm$ تقريباً. وبما ان البعد بين المستقيمين غير ثابت فسيلتقيان عندما يمدان على استقامتيهما.

٣١) اكتب: ايجاد المستقيم العمودي من B إلى D و ايجاد المستقيم العمودي من A إلى C ثم إيجاد منتصف كل عمود منهما والتوصيل بين منتصفيهما لإيجاد مستقيم يوازي المستقيمين الأخرين.

٣٢) تحدّ:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(0-a)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{5}$$

$$(0-a)^2 + (6-4)^2 = 5$$

$$a^2 + 4 = 5$$

$$a^2 = 5 - 4$$

$$a = \pm 1$$

إذا كانت $a = 1$ والنقطتين $(0,6),\ (1,4)$

ميل المستقيم العمودي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-4}{0-1} = \frac{2}{-1} = -2$

ميل المستقيمين المتوازين: $m = \frac{1}{2}$

$(1,4)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-4=\frac{1}{2}(x-1)\rightarrow y-4=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$$

$(0,6)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=\frac{1}{2}(x-0)$$

$$y=\frac{1}{2}x+6$$

إذا كانت $a=-1$ والنقطتين $(0,6)$ ، $(-1,4)$

ميل المستقيم العمودي: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-4}{0+1}=\frac{2}{1}=2$

ميل المستقيمين المتوازين: $m=-\frac{1}{2}$

$(-1,4)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-4=\frac{-1}{2}(x-(-1))\rightarrow$$

$$y-4=\frac{-1}{2}x-\frac{1}{2}\rightarrow y=\frac{-1}{2}x+\frac{7}{2}$$

$(0,6)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=\frac{-1}{2}(x-0)$$

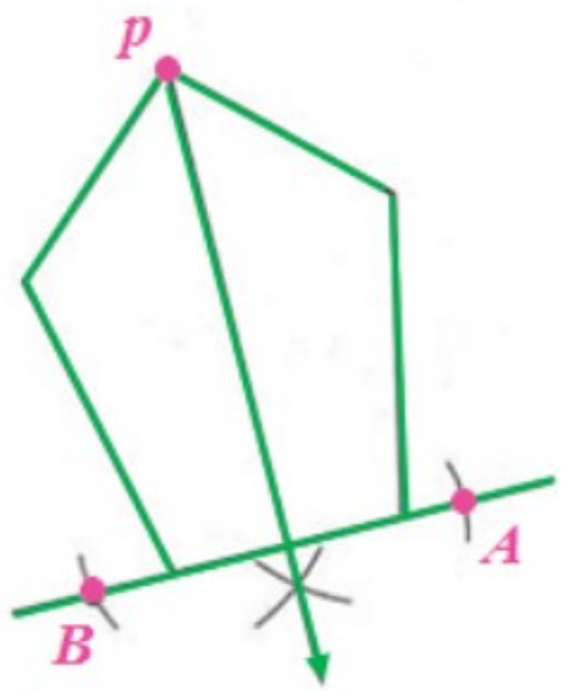
$$y=\frac{-1}{2}x+6$$

٣٣) تبرير:

صحيحة أحياناً؛ إذ يمكن إيجاد هذا البعد عندنا يكون المستقيم يوازي المستوى فقط.

٣٤) مسألة مفتوحة:

a)

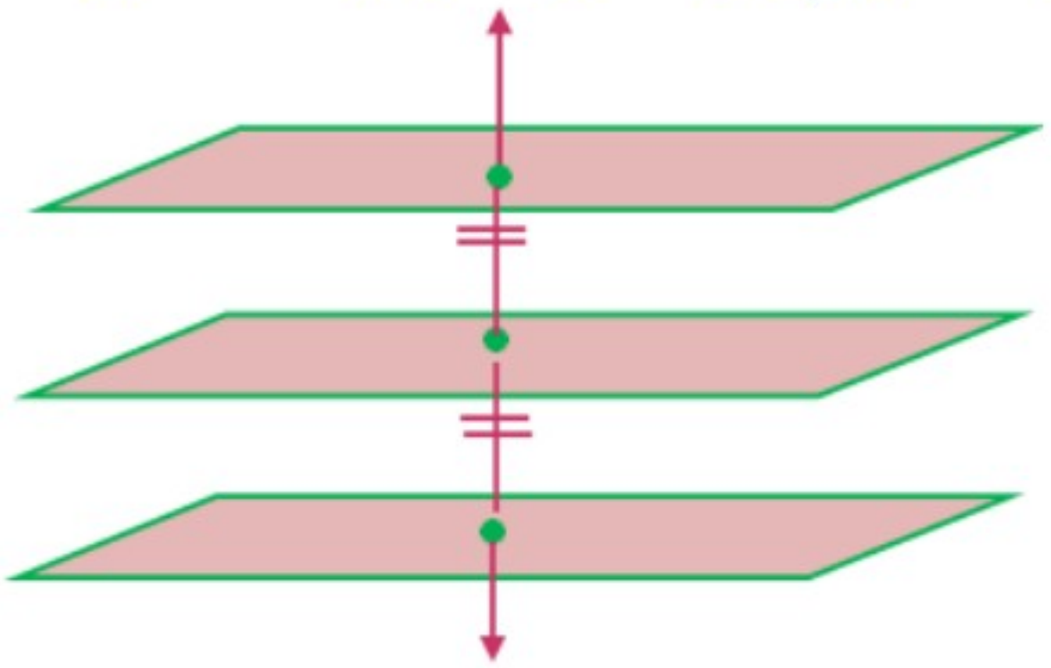


b)

باستعمال المنقلة، نجد أن قياس الزاوية التي أُنشئت يساوي 90°. لذا فالمستقيم الذي أنشئ من الرأس P عمودي على الضلع المختار غير المجاور.

35) تحدّ:

إذا كان المستويان متساويي البعد عن مستوى ثالث، فإن المستويين متوازيان.

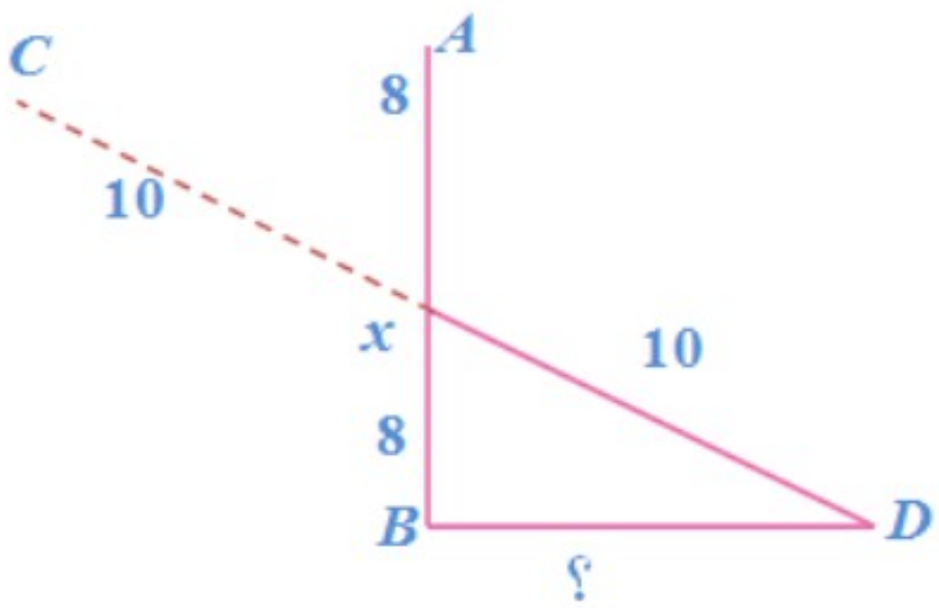


36) اكتب:

نختار نقطة على أحد المستقيمين، ونجد معادلة المستقيم الذي يعامد المستقيمين المتوازيين ويمر في هذه النقطة، ثم نجد نقطة تقاطع هذا العمودي مع المستقيم الآخر الذي لم يستعمل في الخطوة الأولى، وبعد ذلك نستعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لإيجاد المسافة بين النقطة المفروضة على المستقيم الأول، ونقطة التقاطع على المستقيم الثاني، فيكون الناتج هو البعد بين المستقيمين المتوازيين.

تدريب على الاختبار المعياري

37) A



$$\overline{BD} = \sqrt{(10)^2 - (8)^2}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{36} = 6$$

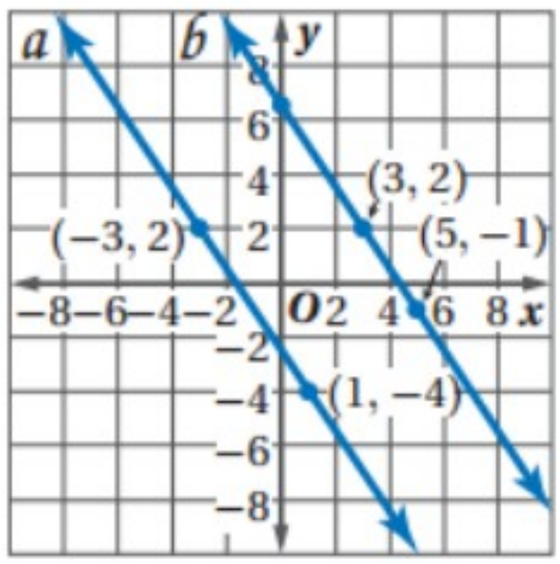
38) H

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$$300 \approx 284.6 = \sqrt{8100}$$

مراجعة تراكمية

39) استعن بالشكل المجاور لتحدد ما إذا كان $b \square a$. برر إجابتك



$$m\left(\overleftrightarrow{a}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1+3}=\frac{-3}{2}$$

$$m\left(\overleftrightarrow{b}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-2}{5-3}=\frac{-3}{2}$$

بما أن الميلين متساويان فإن $a \parallel b$.

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

40) $m=\frac{1}{4},(3,-1)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-1)=\frac{1}{4}(x-3)\rightarrow y+1=\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}$$

$$y=\frac{1}{4}x-\frac{7}{4}$$

41) $m=0,(-2,6)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=0(x+2)$$

$$y=6$$

42) $m=-2,(-6,-7)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-7)=-2(x-(-6))\rightarrow y+7=-2x-12$$

$$y=-2x-19$$

43) حاسوب:

بما أن النسبة بعد عام ١٤٢٦ بسنتين أصبحت 20٪ هذا يعني انها زدت بنسبة 9٪ خلال السنتين لأن $20-11=9$

٩ × عدد السنين = ٥٠

عدد السنين ≈ 6

إذن السنة التي تكون فيها نسبة المشتركين $50\% \approx 6+1428=1434$ هـ

استعد للدرس اللاحق

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

44) $O\left(-12,0\right),\ P\left(-8,3\right)$

$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}\rightarrow\sqrt{\left(-8-\left(-12\right)\right)^2+\left(3-0\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(4\right)^2+\left(3\right)^2}=\sqrt{25}=5$$

46) $R\left(-2,3\right),\ S\left(3,15\right)$

$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}\rightarrow\sqrt{\left(3-\left(-2\right)\right)^2+\left(15-3\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(5\right)^2+\left(12\right)^2}=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$$

47) $Q\left(-12,2\right),\ T\left(-9,6\right)$

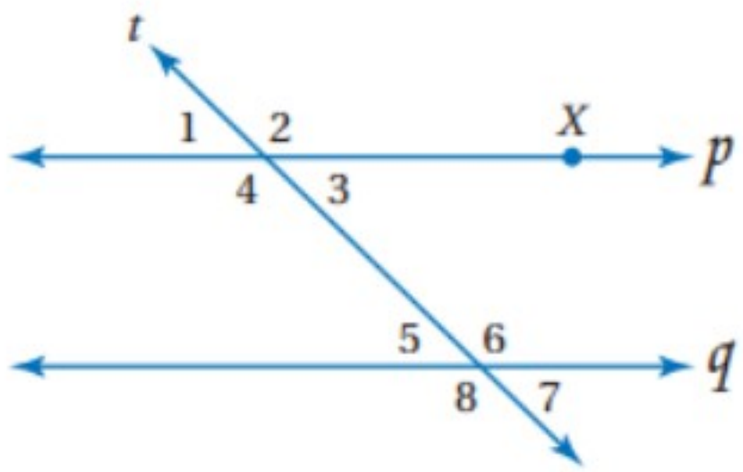
$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}\rightarrow\sqrt{\left(-9-\left(-12\right)\right)^2+\left(6-2\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(3\right)^2+\left(4\right)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

الفصل 2 دليل الدراسة والمراجعة

اختبر مفرداتتك:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة:



١) خاطئة، متوازيان.

٢) صحيحة.

٣) صحيحة.

٤) خاطئة، متكاملتان.

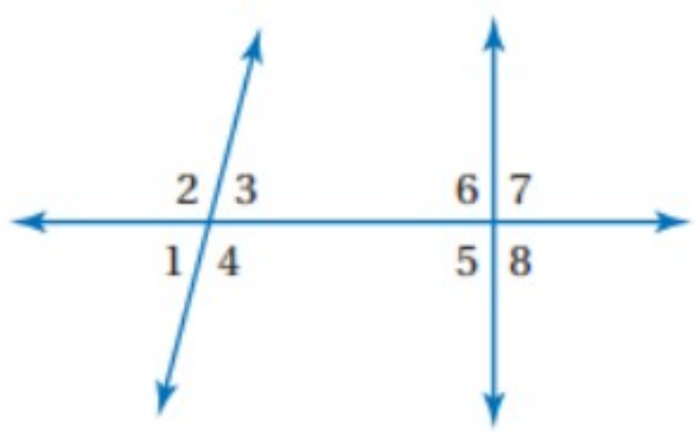
٥) صحيحة.

٦) صحيحة.

٧) خاطئة، متطابقتان.

٨) صحيحة.

2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع



صنف كل زوج من الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخلياً أو متبادلتين خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين مستعملاً الشكل أدناه.

٩) متناظرتان.

١٠) متبادلتان داخلياً.

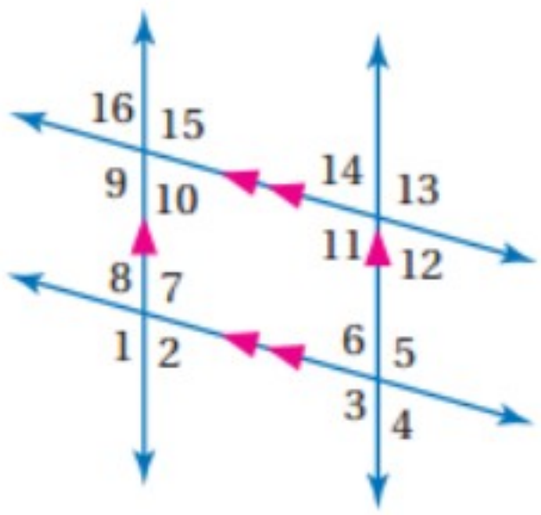
١١) متبادلتان خارجياً.

١٢) متحالفتان.

١٣) جسور المشاة: مستقيمان متخالفان.

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل أدناه أوجد قياس كل من الزوايا الآتية وأذكر المسلمات والنظريات:



14)

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً:

$$\angle 5 = \angle 1 = 123^\circ$$

15)

$\angle 13 = \angle 5 = 123^\circ$

$\angle 14 = 180 - 123$

$\angle 14 = 57^\circ$

نظرية الزاويتين المتناظرتين والمتجاورتين على مستقيم:

16)

$\angle 16 = \angle 14 = 57^\circ$

نظرية الزاويتين المتناظرتين:

17)

$\angle 11 = \angle 5 = 123^\circ$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً:

18)

$\angle 4 = 180 - \angle 5$

$\angle 4 = 180 - 123 = 57^\circ$

نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان:

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس متساويتان:

19)

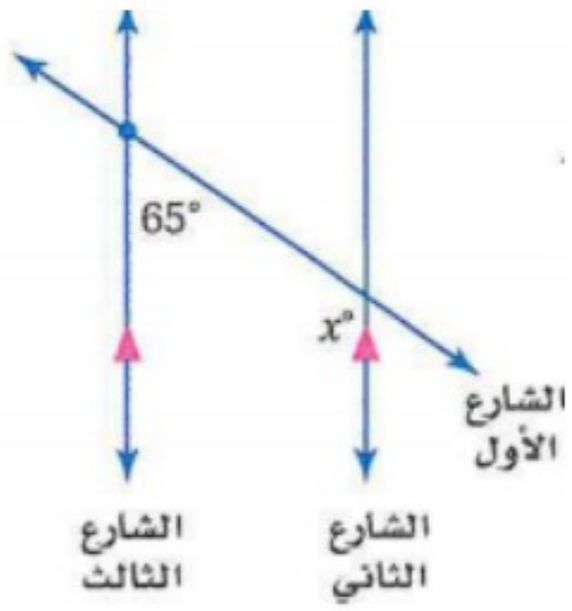
$\angle 6 = \angle 4 = 57^\circ$

20) خرائط:

$x + 55 = 180$

$x = 180 - 55$

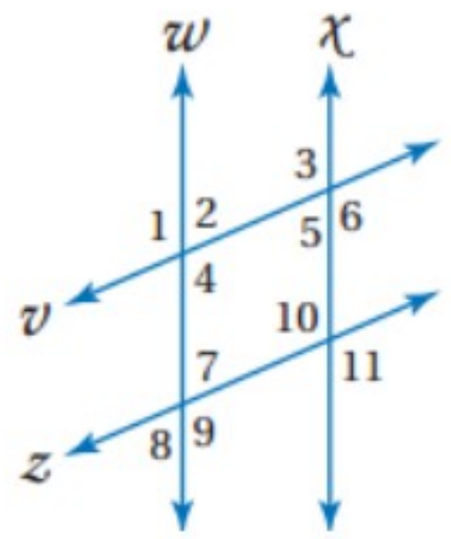
$x = 125$



نظرية الزاويتان المتحالفتان:

2-3 إثبات توازي مستقيمين (ص: 107–102)

هل يمكن إثبات أن أياً من مستقيمات الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي:



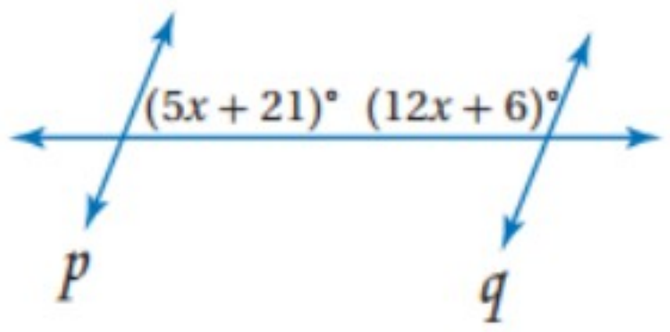
٢١) $W \square X$ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

٢٢) لا يوجد مستقيمات متوازية.

٢٣) $W \square X$ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

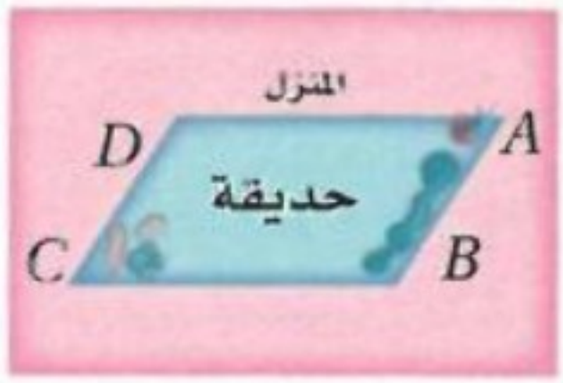
٢٤) $V \square Z$ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

٢٥) أوجد قيمة x:



$$(5x+21)+(12x+6)=180^\circ$$
$$17x+27=180$$
$$17x=180-27$$
$$17x=153$$
$$x=9$$

٢٦) هندسة المواقع:



$$\overline{AB} \square \overline{CD}$$
$$m\angle BAD + m\angle ADC = 180$$
$$45 + \angle ADC = 180$$
$$\angle ADC = 180 - 45$$
$$\angle ADC = 135^\circ$$

2-4 ميل المستقيم (ص. 109-116)

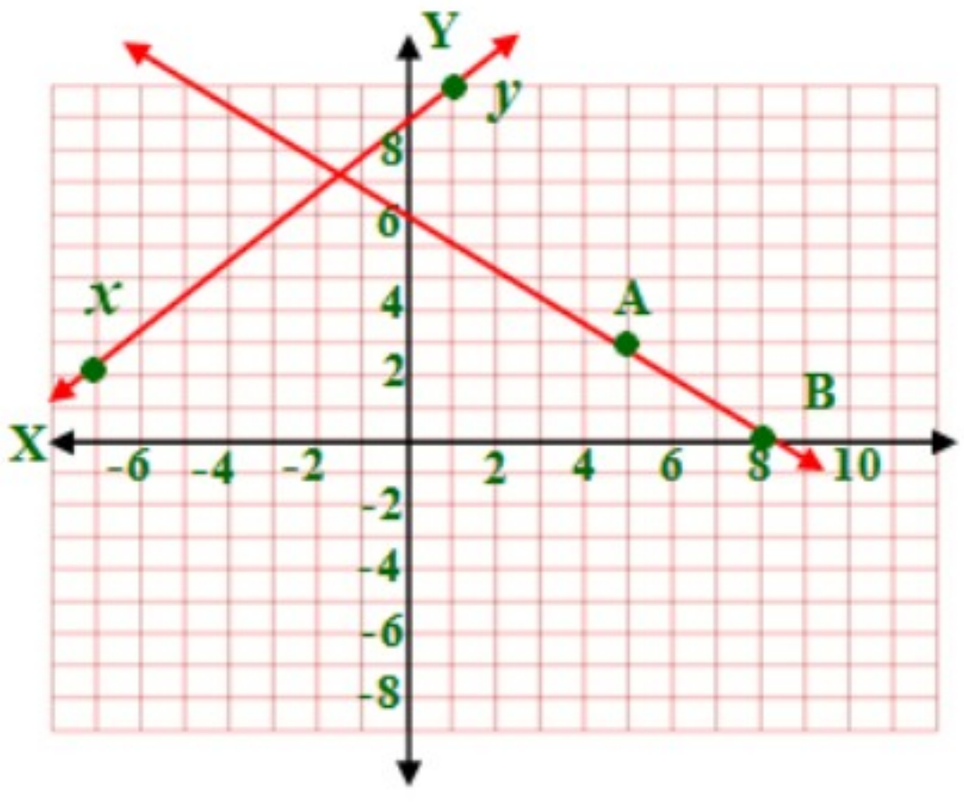
حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

27)

$$m\left(\overleftrightarrow{XY}\right) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-2}{1-(-7)} = \frac{8}{8} = 1$$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-3}{8-5} = \frac{-3}{3} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميل كل من $\overleftrightarrow{XY}$ و $\overleftrightarrow{AB}$ $=-1$ إذن المستقيمان متعامدان

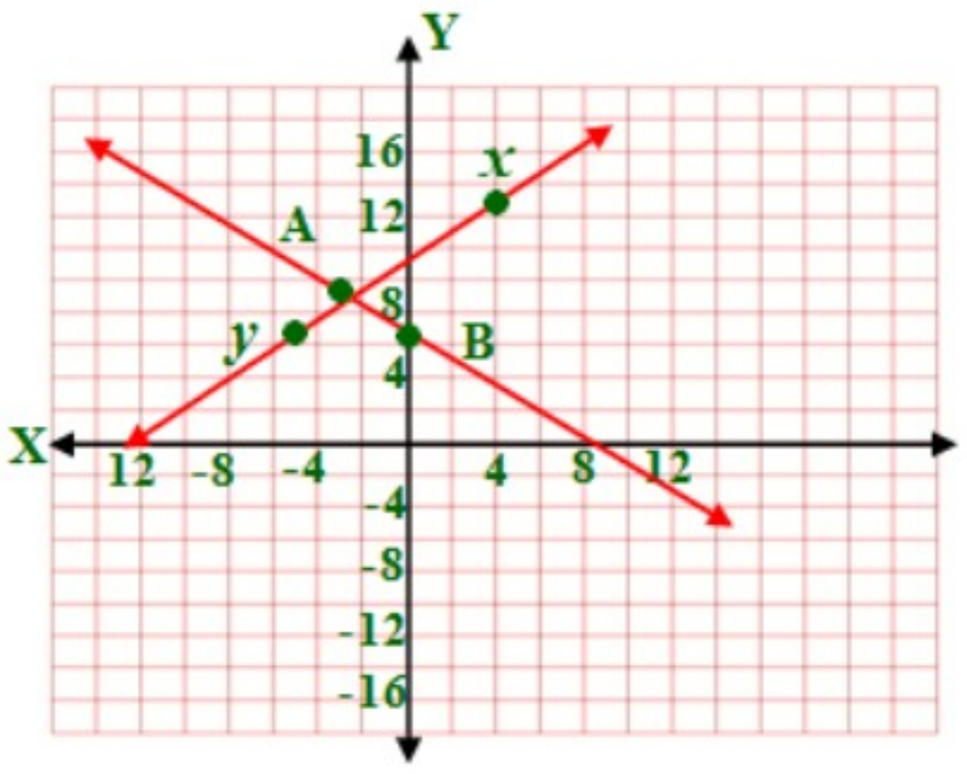


28)

$$m\left(\overleftrightarrow{XY}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-13}{-5-4}=\frac{-6}{-9}=\frac{2}{3}$$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-9}{0-(-3)}=\frac{-2}{3}$$

المستقيمان غير ذلك لأن حاصل ضربهما $-1 \neq$ وغير متساويان.

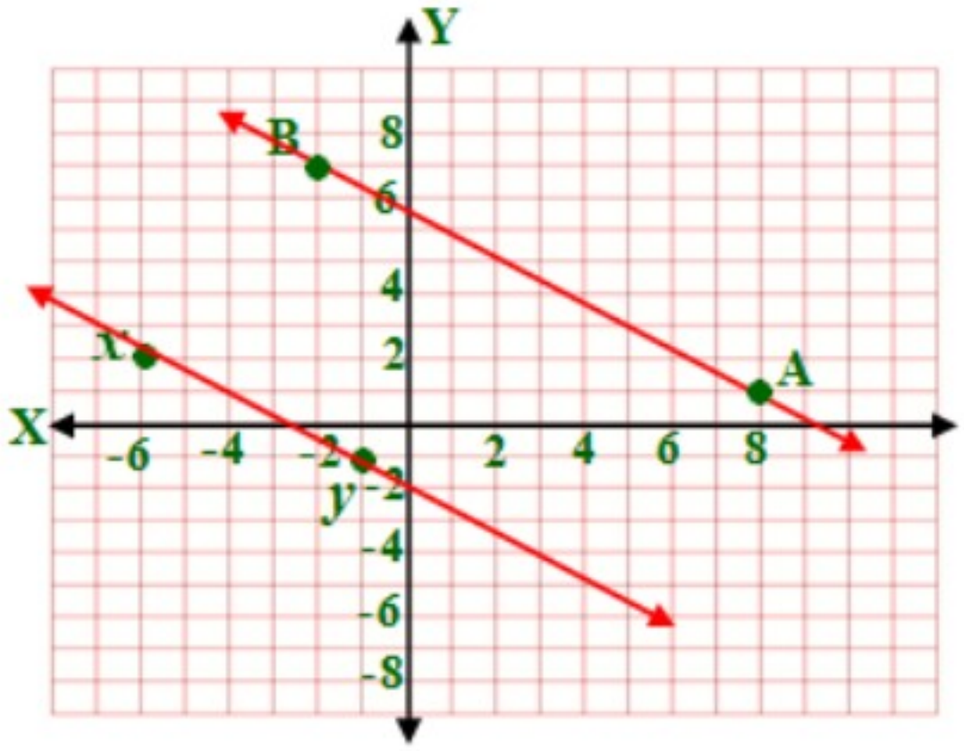


29)

$$m\left(\overleftrightarrow{XY}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-2}{-1-(-6)}=\frac{-3}{5}$$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-1}{-2-8}=\frac{6}{-10}=\frac{3}{-5}$$

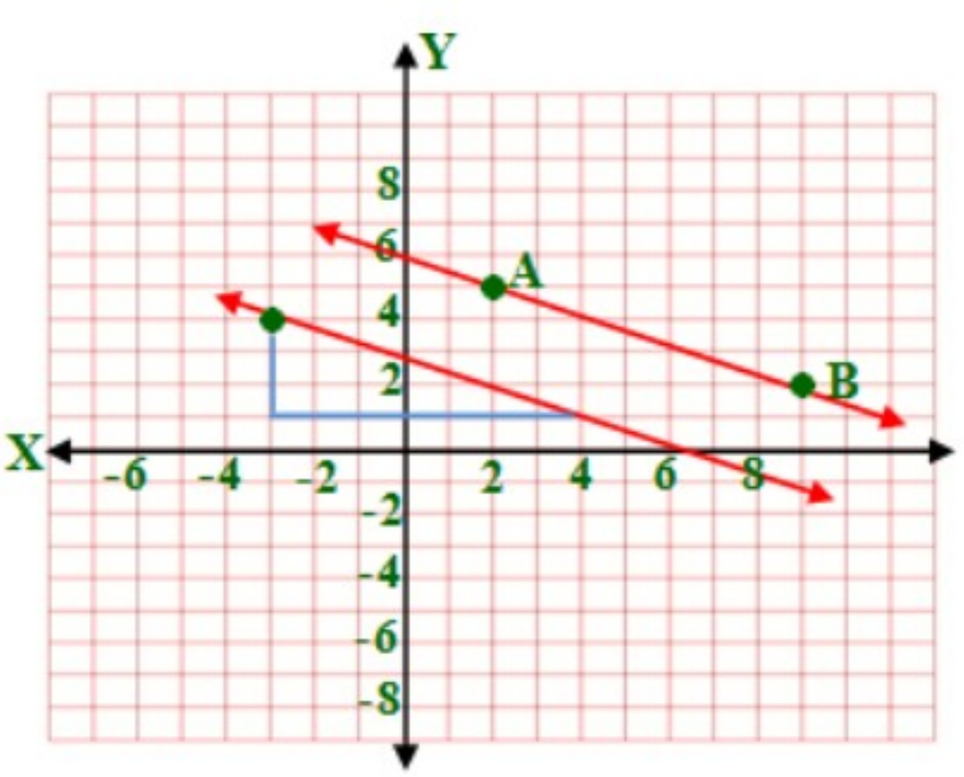
المستقيمان متوازيان لأن ميل كل منهما متساويان.



30)

$(2,5)(9,2)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-5}{9-2}=\frac{-3}{7}$$

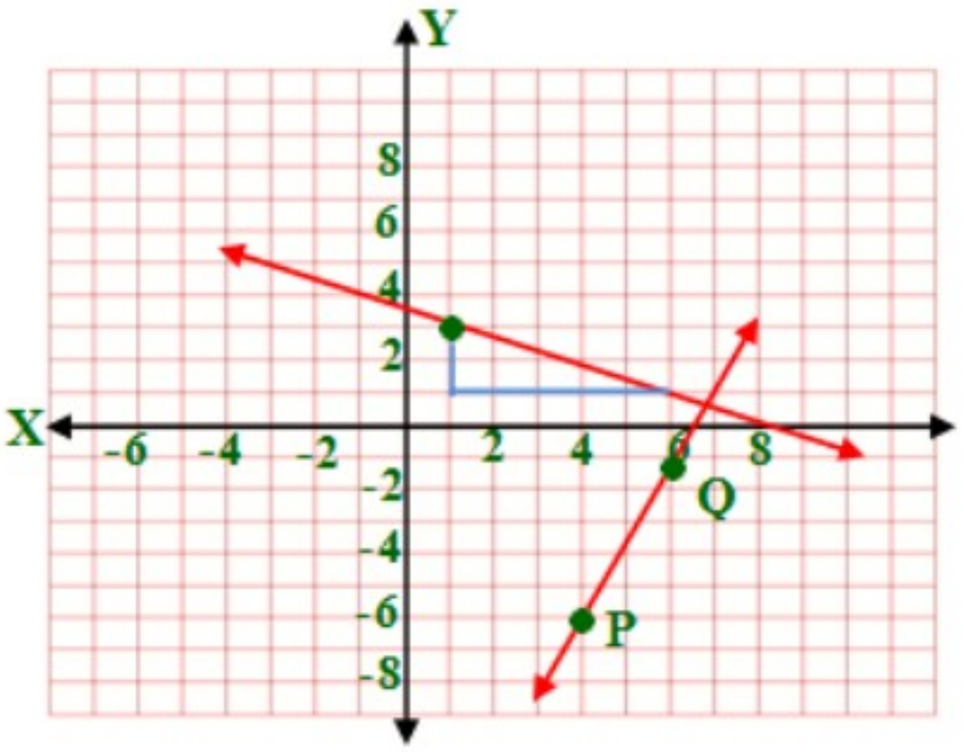


31)

$(4,-6)(6,-1)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-(-6)}{6-4}=\frac{5}{2}$$

وميل العمودي $\frac{-2}{5}$



32) طائرات:

$$(23,17),(5,11)$$

$$m\left(\overleftrightarrow{A}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{11-17}{5-23}=\frac{-6}{-18}=\frac{1}{3}$$

$$(3,15),(9,17)$$

$$m\left(\overleftrightarrow{B}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{17-15}{9-3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

بما أن ميل كل من A,B إن الطائرتين متوازيين.

2-5 صيغ معادلة المستقيم (ص. 124–117)

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

33) $m=2,(4,-9)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-9)=2(x-4)\rightarrow y+9=2x-8$$

$$y=2x-17$$

34) $m=\frac{-3}{4},(8,-1)$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-1)=\frac{-3}{4}(x-8)\rightarrow y+1=\frac{-3}{4}x+\frac{24}{4}$

$y=\frac{-3}{4}x+5$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله:

35) $m=5,b=-3$

$y=mx+b\rightarrow y=5x-3$

36) $m=\frac{1}{4},b=4$

$y=mx+b\rightarrow y=\frac{1}{2}x+4$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله الذي أعطيت نقطتان يمر بهما فيما يأتي:

37) $(-3,12),(15,0)$

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-12}{15-(-3)}=\frac{-12}{18}=\frac{-2}{3}$

$y=mx+b$

$12=\frac{-2}{3}\times-3+b$

$12=2+b$

$b=12-12=10$

$y=mx+b\rightarrow y=\frac{-2}{3}x+10$

38) $(-7,2),(5,8)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-2}{5-(-7)}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$y=mx+b$$
$$2=\frac{1}{2}\times -7+b$$

$$2=\frac{-7}{2}+b$$

$$2+\frac{7}{2}=b$$
$$b=5.5$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{1}{2}x+5.5$$

39) فيزياء:

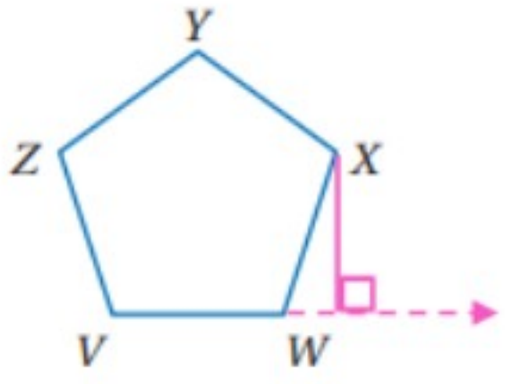
المعادلة: $v=7t+30$

$$30=7t$$
$$t=30\div 7$$
$$t\approx 4.3s$$

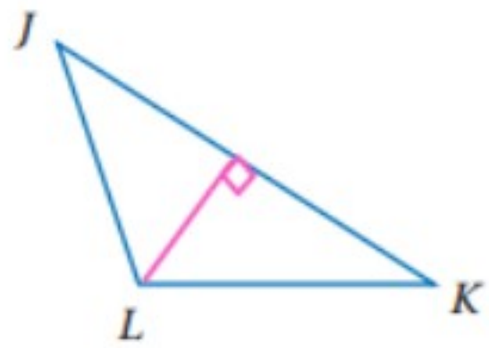
2-6 الأعمدة والمسافة (ص: 134-

أنشئ القطعة المستقيمة التي تبين البعد في كل مما يأتي:

(40



41)

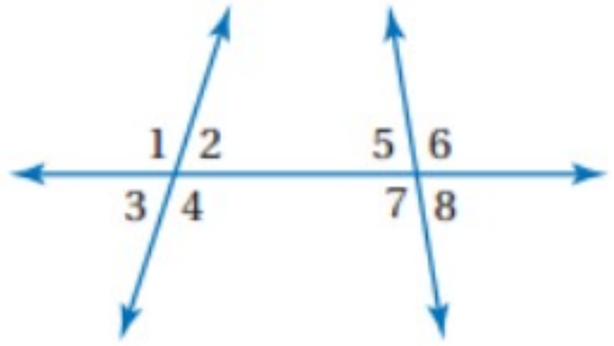


42) قياس:

صف المسامير الثاني متساوي البعد عند جميع نقاط الصف الأول.

الفصل 2 اختبار الفصل

صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه:



١) متبادلتان خارجياً.

٢) متحالفتان.

٣) متبادلتان داخلياً.

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:

4)

$(8,1),(8,-6)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-6-1}{8-8}=\frac{-7}{0}$$

الميل غير معرف

5)

$(0,6),(4,0)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-6}{4-0}=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}$$

6)

$(6,3),(-6,3)$

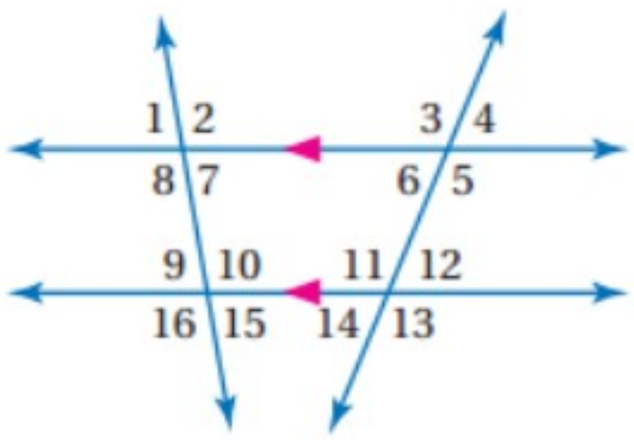
$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-3}{-6-6}=\frac{0}{-12}=0$$

7)

$(5,4),(8,1)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-4}{8-5}=\frac{-3}{3}=-1$$

في الشكل أدناه أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها:



8)

$\angle 8+\angle 9=180$

$96+\angle 9=180$ نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$\angle 9=180-96$

$\angle 9=84^\circ$

9)

$\angle 11+\angle 12=180$

$\angle 11+42=180$ نظرية الزاويتين المتكاملتين:

$\angle 11=180-42$

$\angle 11=138^\circ$

10)

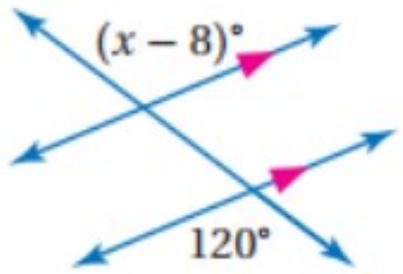
$\angle 6+\angle 11=180$

$\angle 6+138=180$ نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$\angle 6=180-138$

$\angle 6=42^\circ$

11) أوجد قيمة x في الشكل الأتي:

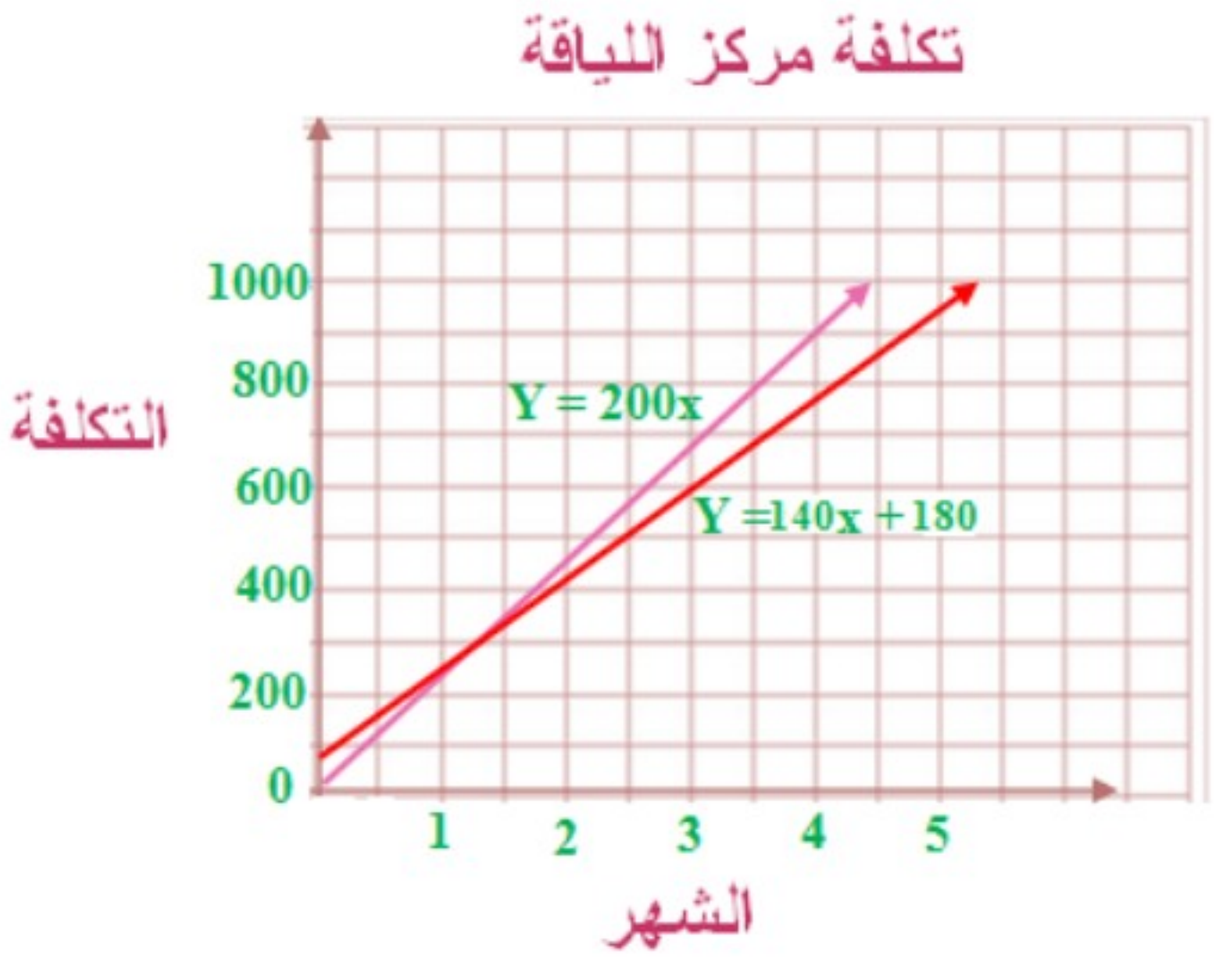


$$x-8=120$$
$$x=120+8$$
$$x=128$$

نظرية الزاويتان المتبادلتين خارجياً:

12) ناد رياضي:

a)
$$y=200x$$
$$y=140x+180$$



b) ليسا متوازيين، يتقاطع المستقيمان لأن ميليهما غير متساويان.

c) العرض الاول دائماً هو الأفضل، فعلى سبيل المثال إذا فرضنا أن عدد الشهور= ٢

$$y=200\times 2$$
$$y=400$$

$$y=140x+180$$
$$y=140\times 2+180$$
$$y=460$$

نجد أن تكلفة العرض الأول أقل من الثاني وإذا افترضت أي عدد من الأشهر سيكون تكلفة العرض الأول دائماً أقل.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كل من الحالات الآتية:

13)

$\because 2\times\frac{-1}{2}=-1$

$\therefore m=\frac{-1}{2},\ (-8,1)$

$y=mx+b$

$1=\frac{-1}{2}\times-8+b$

$b=-3$

$y=mx+b$

$y=\frac{-1}{1}x-3$

14)

$m=4,\ (0,7)$

$y=mx+b$

$7=4\times0+b$

$b=7$

$y=mx+b$

$y=4x+7$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

15) $y=x-11,\ y=x-7$

النقطة $P\ (0,-7)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $=1$ وميل العمودي $=-1$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow(y-(-7))=-1(x-0)\rightarrow$

$y+7=-x\rightarrow y=-x-7$

$$y = -x - 7$$
$$y = x - 11$$
$$-x - 7 = x - 11$$
$$-2x = -11 + 7$$
$$-2x = -4$$
$$x = 2$$
$$y = x - 11$$
$$y = 2 - 11$$
$$y = -9$$

نقطة تقاطع المستقيمين: $(2,-9),\ (0,-7)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-2)^2 + (-7-(-9))^2} = \sqrt{8} \approx 2\sqrt{2}$$

البعد بين المستقيمين $= 2\sqrt{2}$ وحدة

16) $y = -2x + 1,\ y = -2x + 16$

النقطة $P(0,1)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= -2$ وميل العمودي $= \frac{1}{2}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 1) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$
$$y - 1 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$
$$y = -2x + 16$$
$$-2x + 16 = \frac{1}{2}x + 1$$
$$-2.5x = 1 - 16$$
$$-2.5x = -15$$
$$x = 6$$
$$y = -2x + 16$$
$$y = -2 \times 6 + 16$$
$$y = 4$$

نقطة تقاطع المستقيمين: $(6,4),\ (0,1)$

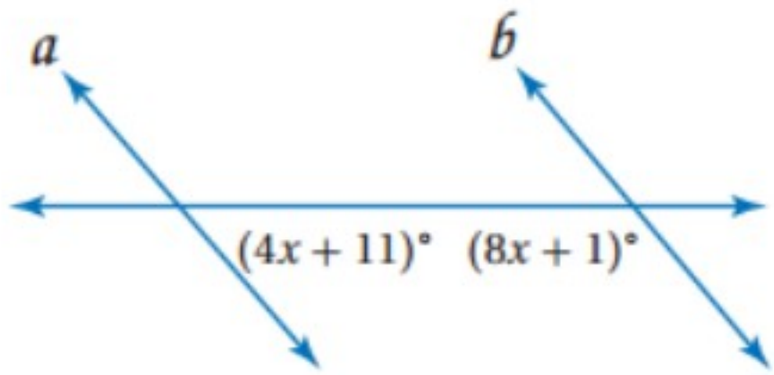
$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-6)^2+(1-4)^2}=$$
$$\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين $=3\sqrt{5}$ وحدة

اختيار من متعدد:

١٧) D: $\overline{VZ}$

١٨) أوجد قيمة x:



عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$$(4x+11)+(8x+1)=180$$
$$12x+12=180$$
$$12x=180-12$$
$$x=14$$

هندسة إحداثية:

19)

$(-4,2)\ ,(3,-5)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-2}{3-(-4)}=\frac{-7}{7}=-1$$

$(3,-5)$

$$y=mx+b\rightarrow -5=-1\times 3+b$$
$$b=-2$$

معادلة المستقيم l: $y = -x - 2$

ميل المستقيم العمودي على l هو 1 لأن $-1 = 1 \times -1$ ، $P(2,1)$

$y = mx + b \rightarrow 1 = 1 \times 2 + b$

$b = 1 - 2$

$b = -1$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2,1)$ هي:

$y = x - 1$

$$\begin{array}{r} y = -x - 2 \\ +y = x - 1 \\ \hline 2y = -3 \end{array}$$

$y = -1.5$

$y = -x - 2$

$-1.5 = -x - 2$

$x = 1.5 - 2$

$x = -0.5$

$P(-0.5,-1.5),\ (2,1)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2-(-0.5))^2 + (1-(-1.5))^2}$$

$$\sqrt{6.25 + 6.25} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

البعد بين p, l: $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ وحدة

20)

$(6,5)\ ,(2,3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-5}{2-6} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$(2,3)$

$y = mx + b \rightarrow 3 = \frac{1}{2} \times 2 + b$

$b = 2$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+2$

ميل المستقيم العمودي على $l=-2$ لأن $-1=-2\times\frac{1}{2}$ ، $P(2,6)$

$y=mx+b \rightarrow 6=2\times-2+b$

$b=6+4$

$b=10$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2,6)$ هي:

$y=-2x+10$

ضرب المعادلة l في ٤: $y=\frac{1}{2}x+2 \rightarrow 4y=2x+8$

$$\begin{array}{r} y=-2x+10 \\ +4y=2x+8 \\ \hline 5y=18 \end{array}$$

$y=3.6$

$y=-2x+10$

$3.6=-2x+10$

$-2x=3.6-10$

$-2x=-6.4$

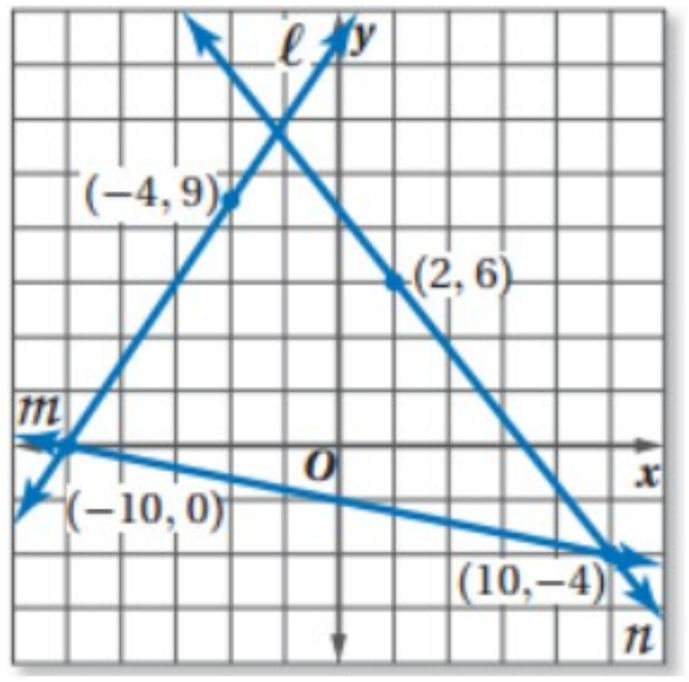
$x=3.2$

$P(3.2,3.6),\ (2,6)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(2-(3.2))^2+(6-3.6)^2}$$

$$\sqrt{1.44+5.76}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$$

استعمل الشكل أدناه لتجد ميل كل مستقيم:



21)

$(-10, 0)\ ,\ (-4\ ,\ 9\ )$

$$\overleftrightarrow{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-0}{-4-(-10)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

22)

$(-10, 0)\ ,\ (10, -4)$

$$\overleftrightarrow{M} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-0}{10-(-10)} = \frac{-4}{20} = \frac{-1}{5}$$

$\frac{-1}{5} = m$ ميل مستقيم يوازي

23)

$(10, -4)\ ,\ (2, 6\ )$

$$\overleftrightarrow{N} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-4)}{2-10} = \frac{10}{-8} = \frac{5}{-4}$$

$\frac{4}{5} = n$ ميل مستقيم يعامد

٢٤) أعمال:

مقدار العمولة الزائدة التي يتقاضاها $= 200 \times \frac{15}{100} = 300$

إذن المعادلة هي: $y = 12x + 300$

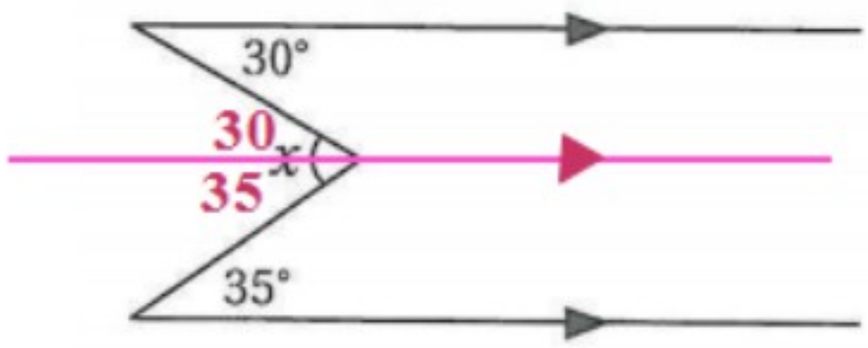
حيث x عدد ساعات العمل.

الفصل 2 الإعداد للاختبارات المعيارية

تمارين ومسائل

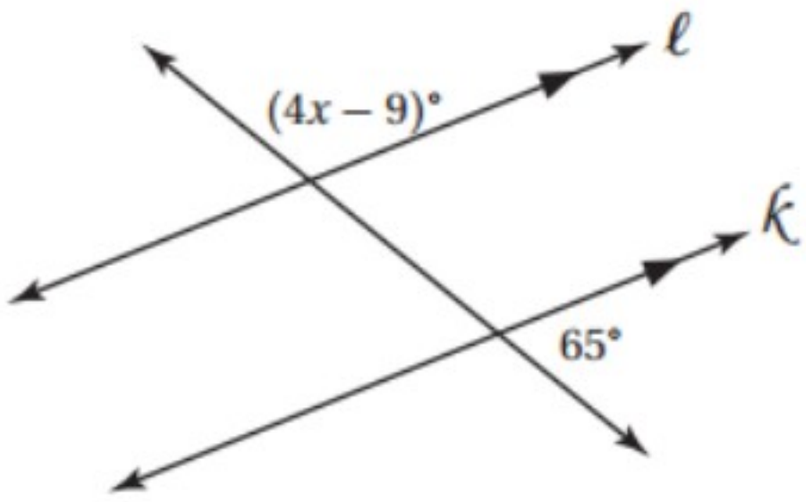
اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة:

1) ما قيمة x في الشكل أدناه:



$x = 30 + 35$
$x = 75$

2) ما قيمة x في الشكل أدناه:



مكملة $(4x - 9) = 65^\circ$ حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$$(4x-9)+65=180$$
$$4x+56=180$$
$$4x=180-56$$
$$4x=124$$
$$x=31$$

أسئلة الاختيار من متعدد

(1 $D: \angle 8 \cong \angle 2$

(2 $A: 3+3=6$

(3 A

$$(0,4)\ ,(6,0)$$
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-4}{6-0}=\frac{-4}{6}=\frac{-2}{3}$$

(4 B

$$(-5,-5)\ ,(4,1)$$
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-(-5)}{4-(-5)}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$
$$(4,1)$$
$$y=mx+b \rightarrow 1=\frac{2}{3}\times 4+b$$
$$b=1-\frac{8}{3}$$
$$b=-\frac{5}{3}$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

ميل المستقيم العمودي على l $\frac{-3}{2}=$ لأن $-1=\frac{-3}{2}\times\frac{2}{3}$ ، $F\left(-4,0\right)$

$$y=mx+b\rightarrow 0=\frac{-3}{2}\times -4+b$$

$$b=-6$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $F\left(-4,0\right)$ هي:

$$y=\frac{-3}{2}x-6$$ ← ضرب المعادلة في -1

$$-y=\frac{3}{2}x+6$$

$$-y=\frac{3}{2}x+6$$

$$+y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$0=\frac{13}{6}x+\frac{13}{3}$$

$$x=-2$$

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$y=\frac{2}{3}\times -2-\frac{5}{3}$$

$$y=-3$$

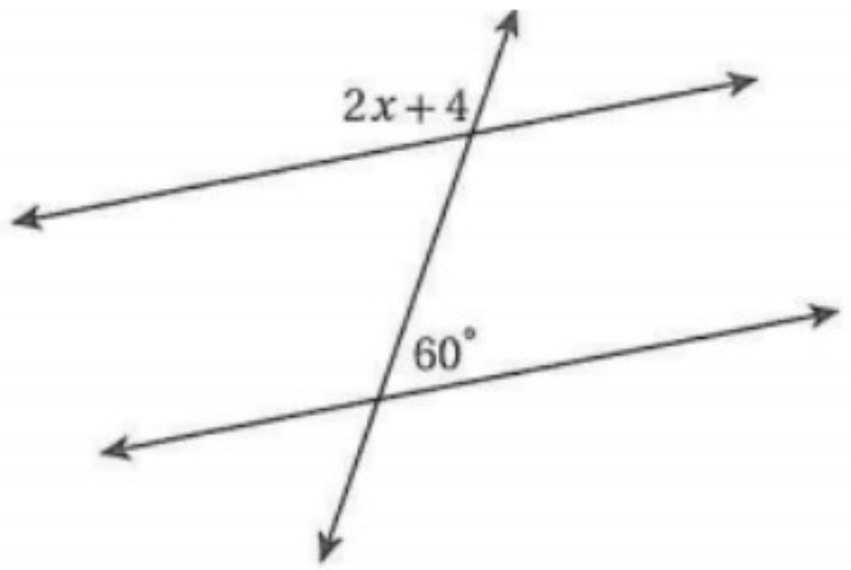
$$F\left(-2,-3\right),\ \left(-4,0\right)$$

$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}=\sqrt{\left(-4-\left(-2\right)\right)^2+\left(0-\left(-3\right)\right)^2}$$

$$\sqrt{4+9}=\sqrt{13}\approx 3.6$$

البعد بين F,K: ≈ 3.6 وحدة

C (5



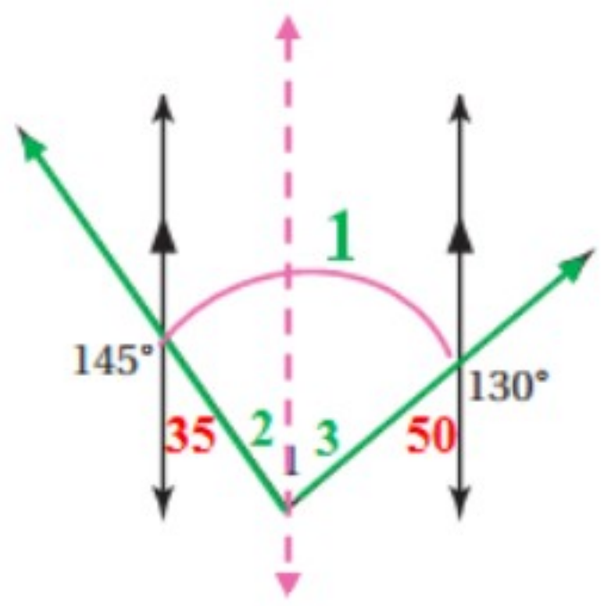
مكملة ٦٠ = ١٢٠

$$2x + 4 = 120$$

$$2x = 116$$

$$x = 58$$

A (6



نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: $\angle 2 = 35$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: $\angle 3 = 50$

$$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$$

$$\angle 1 = 35 + 50$$

$$\angle 1 = 85^\circ$$

$$580 = 140 + 40x$$
$$40x = 580 - 140$$
$$40x = 440$$
$$x = 11$$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

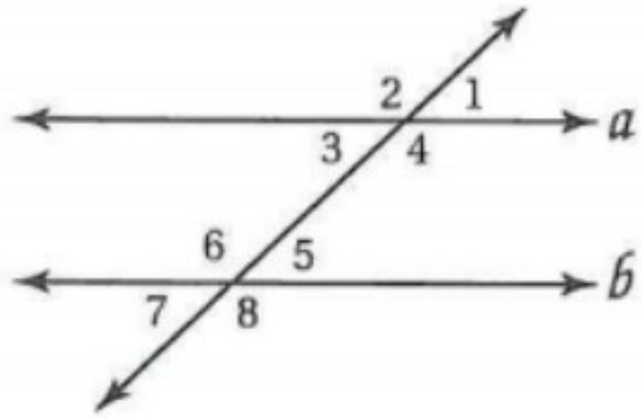
8) إجابة شبكية:

مستقيم واحد يمر بتلك النقطة ويوازي المستقين المعلوم.

9) إجابة شبكية: أوجد ميل المستقيم:

$$(4,3)\ ,(-2,-5)$$
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-3}{-2-4} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$$

10) أكمل البرهان الأتي:



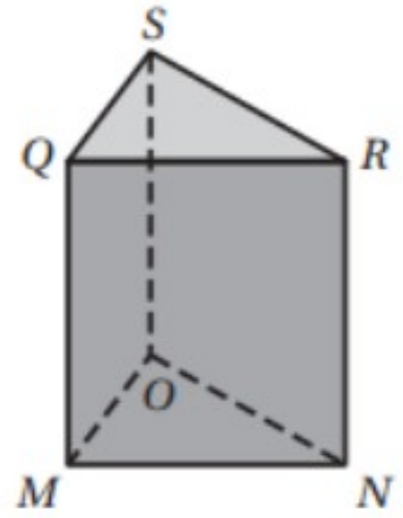
العبارات	المبررات
1) $\angle 1 + \angle 8 = 180$	1) معطى
2) $m\angle 1 = 180 - m\angle 8$	2) خاصية الطرح للمساواة
3) $\angle 5 + \angle 8 = 180$	3) زاويتان متجاورتان وخاصية الجمع
4) $m\angle 5 = 180 - m\angle 8$	4) خاصية الطرح للمساواة
5) $\angle 1 \cong \angle 5$	5) خاصية التعدي
6) $a \square b$	6) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين

11) أكتب المعاكس الإيجابي للعبارة.

إذا لم يكن الشكل متوازي أضلاع،فإنه ليس مربعاً.

أسئلة ذات إجابات مطولة

12) استعن بالشكل أدناه لتحدد كل ما يأتي:

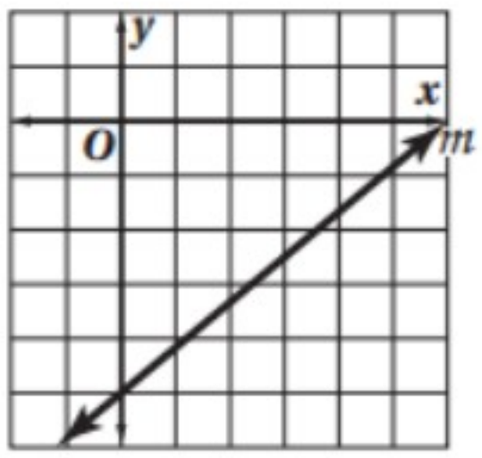


a) القطعتان المستقيمتان: $\overline{NR}, \overline{OS}$

b) المستويات: OMN, QRS, SOM, QMN

c) $\overline{MQ}$

13) استعن بالتمثيل البياني المجاور للإجابة عن كل من الأسئلة الآتية:



a) $y = 0.8x - 5$

b) 0.8

c) -1.25

****