المعطاة: x أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي عند قيمة

1) $4x+7=4(6)+7=31$

2) $180(x-2)=180\times(8-2)=180\times6=1080$

3) $5x^2-3x=5\times2^2-3\times2=20-6=14$

4) $\dfrac{x(x-3)}{2}=\dfrac{5(5-3)}{2}=\dfrac{5\times2}{2}=5$

5) $x+(x+1)+(x+2)=3+(3+1)+(3+2)=12$

اكتب كل تعبير لفظي مما يأتي على صورة عبارة جبرية:

6) $5x-8$

7) x^2+3

حل كل معادلة فيما يأتي:

8) $8x-10=6x$

$8x-6x-10=0$

$2x-10=0$

$2x=10$

$x=10\div2$

$x=5$

9) $918+7x=10x+39$

$18+7x-10x-39=0$

$-21-3x=0$

$-3x=21$

$x=21\div(-3)$

$x=-7$

10) $3(11x-7)=13x+25$

$33x-21-13x-25=0$

$20x-46=0$

$20x=46$

$x=46\div 20$

$x=2.3$

11) $\frac{3}{2}x+1=5-2x$

$\frac{3}{2}x+1-5+2x=0$

$3.5x-4=0$

$3.5x=4$

$x=4\div 3.5$

$x=1.14$

قراءة:

12) سعر الكتاب الواحد $=\frac{52}{x}=\frac{52}{4}=13$

استعن بالشكل المجاور في مثال3 للإجابة عما يأتي:

13) $\angle AXE$, $\angle BXD$ زاويتين منفرجتين متقابلين بالرأس:

14) $\angle CXE$, $\angle CXB$ زاويتين متتامتين:

15) $\angle AXE$, $\angle BXA$ زاويتين متجاورتين على مستقيم:

16)

بما أن $\angle AXE$, $\angle BXD$ زاويتين متقابلين بالرأس إذن فهم متساويتان.

$(3x+2)^\circ = 116^\circ$

$3x+2-116=0$

$3x-114=0$

$3x = 114$

$x = 38^\circ$

17)

بما أن $\angle DXE$, $\angle CXD$ زاويتين مجموعهما 90°

$(6x-13)^\circ+(10x+7)^\circ=90^\circ$

$6x+10x-13+7=90^\circ$

$16x-6=90^\circ$

$16x=96^\circ$

$x = 6^\circ$

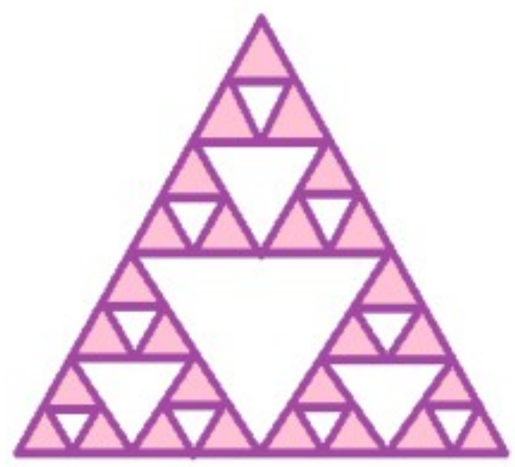
1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين
Inductive Reasoning and Conjection

1) اكتب تخميناً يصنف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

1A) الشهر التالي في المتتابعة يأتي بعد خمسة أشهر من الشهر السابق؛ شوال.

1B) يقل العدد التالي في المتتابعة بمقدار 6 من العدد السابق؛ (14-).

1C) يقسم كل مثلث مظلل في الشكل السابق إلى أربعة مثلثات أخرى في وسطها مثلث أبيض.

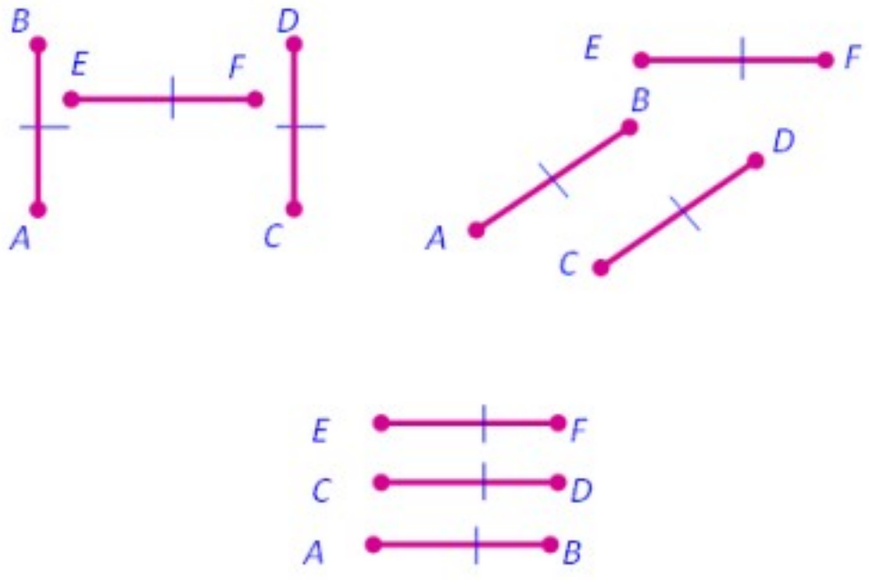


2A) ناتج جمع عددين زوجين هو عدد زوجي؛ أمثلة:

2 + 4 = 6، 8 + 10 = 18 ، 20 + 16 = 36

لاحظ أن الأعداد 6، 18، 36 جميعها زوجية

2B) العلاقة بين AB، EF:



$$AB = EF$$

2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين عدد فردي؛ أمثلة:

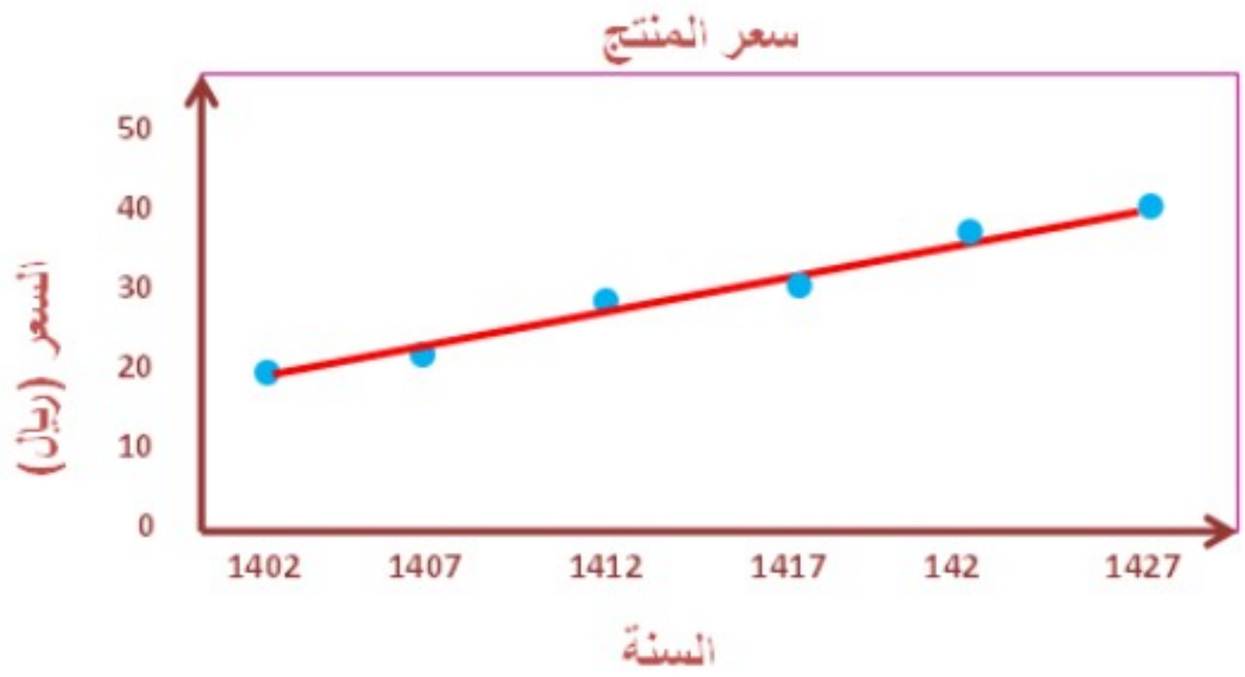
$$1^2 + 2^2 = 5$$

$$2^2 + 3^2 = 13$$

$$5^2 + 6^2 = 61$$

3) أسعار: يبين الجداول المجاور سعر منتج للسنوات من 1402 هـ إلى 1427 هـ.

3A)

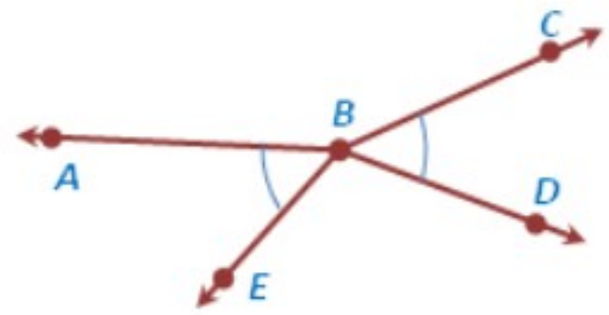


3B) 46 ريالاً.

3C) إجابة ممكنة: نعم، هذا الاتجاه المتزايد معقول؛ لأنه من المحتمل أن يستمر سعر المنتج بالزيادة على مر السنين.

4A) إجابة ممكنة: إذا كان $n = -4$ ، فإن $-n = -(-4) = 4$ وهذا عدد موجب.

4B) عندما تكون النقاط A, B, D لا تقع على استقامة واحدة، والنقاط E, B, C لا تقع على استقامة واحدة، يكون التخمين خاطئاً. في الشكل الأتي: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ولكن زاوية $\angle ABE$ ، $\angle DBC$ غير متقابلتين بالرأس.



اكتب تخميناً يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها: المثال1

1) تزيد التكلفة كل مرة بمقدار 2.25 ريال عن المرة السابقة؛ 11.25 ريالاً.

2) يأتي كل موعد بعد 45 دقيقة من الموعد السابق له؛ 12.30 مساءً.

3) ينتقل التظليل إلى الجزء التالي كل مرة مع اتجاه عقارب الساعة.

4) يحتوي كل شكل في النمط دائرة إضافية خارجية زيادة على دوائر الشكل السابق.

5) كل حد في هذا النمط يساوي مجموع الحدين السابقين له؛ 24.

6) يزيد كل حد بمقدار 2 على مثلي الحد الذي يسبقه؛ 126.

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي: المثال2

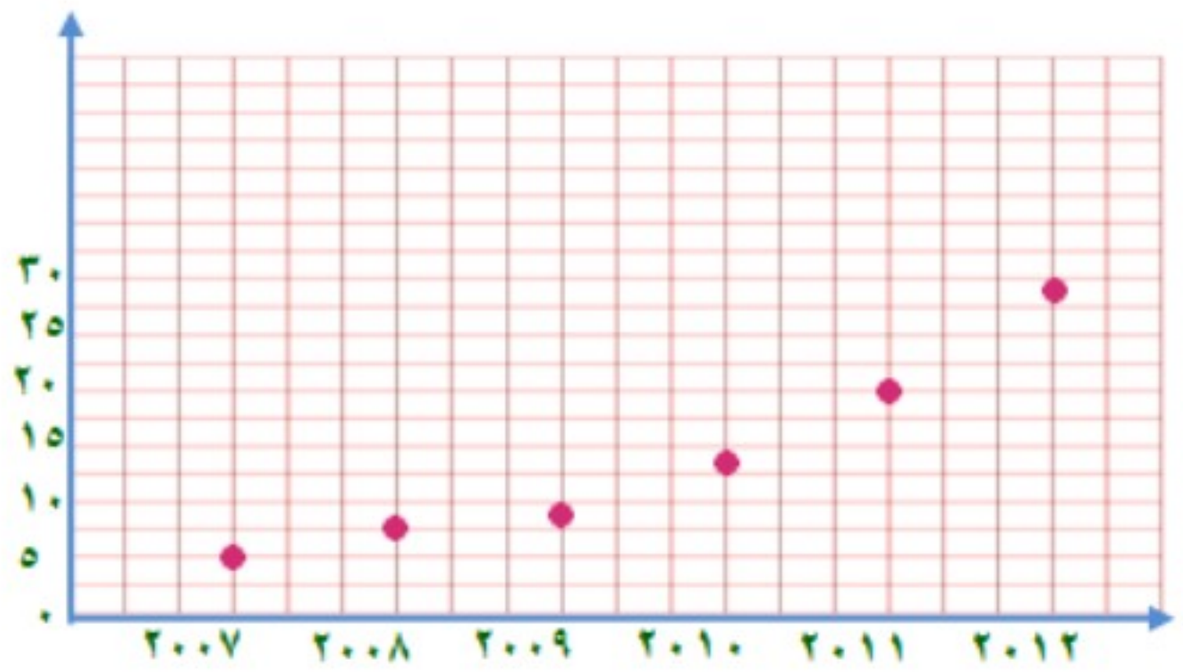
7) ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

8) كل من a وb معكوس للآخر.

9) مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد البعد نفسه عن النقطة A تكون دائرة.

10) طول $\overline{PB}$ يساوي ثلاثة أمثال طول $\overline{AP}$

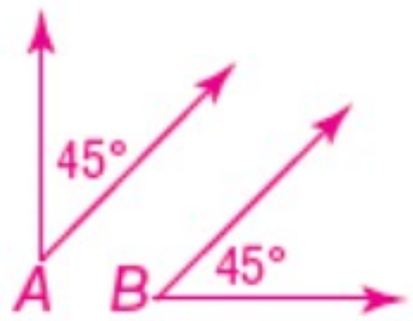
المثال3: 11a)



11b) سيكون عدد القطع عام 2017 نحو 35 قطعة.

أعط مثالاً مضاداً يبين أن كل من التخمينات الآتية خاطئة: المثال3

12)



13)

تدرب وحل المسائل

اكتب تخميناً يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها. المثال1:

14) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 2 على الحد الذي يسبقه؛ 10.

15) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 3 على الحد الذي يسبقه؛18.

16) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار4 على الحد الذي يسبقه؛ 24.

17) يحتوي كل حد في هذا النمط على الرقم 2 زيادة على أرقام الحد السابق له؛ 22222.

18) ينتج كل حد بتربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه؛ 25.

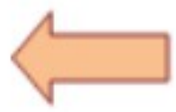
19) كل حد يساوي نصف الحد الذي يسبقه؛ $\frac{1}{16}$

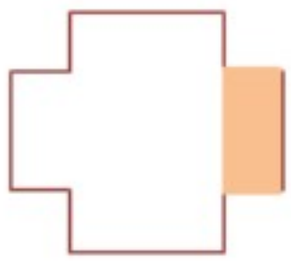
20) يأتي كل موعد بعد ساعتين ونصف الساعة من الموعد الذي يسبقه؛ 5:30 مساءً.

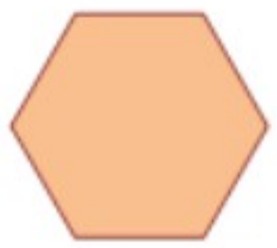
21) تقل كل نسبة مئوية عن النسبة السابقة بمقدار 7%؛ 79%.

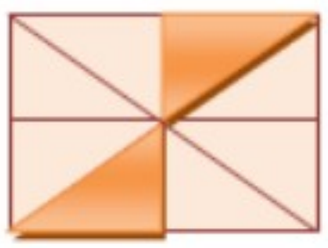
22) يأتي كل يوم عمل بعد يومين من يوم العمل السابق؛ السبت.

23) يعقد كل اجتماع بعد شهرين من الاجتماع السابق؛ رجب.

24) 

25) 

(26 

(27 

28) رياضة: 2 km.

0.5 , 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي: المثال2:

29) الناتج عدد فردي.

30) الناتج عدد فردي.

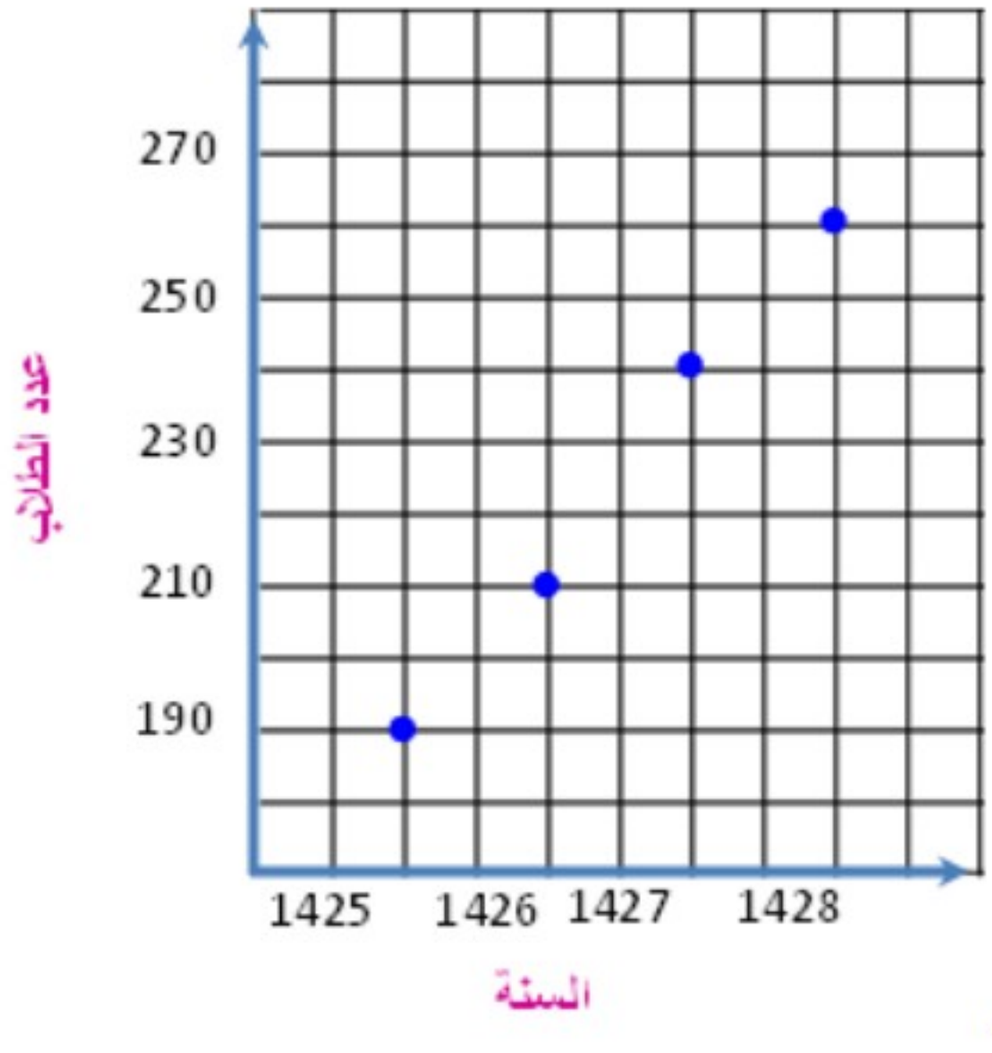
31) كل منهما مقلوب الآخر.

32) تشكل العمود المنصف لـ $\overline{AB}$

33) حجم المنشور يساوي 3 أمثال حجم الهرم.

34) مدارس: استعن بالجدول المجاور الذي يبين عدد الطلاب في مدرسة لأربع سنوات متتالية. (صـ ١٥) المثال3:

a)



b) أعداد الطلاب تزداد كل عام بمقدار ٢٠ طالب

حدد ما إذا كان أي من التخمينات الآتية صحيحاً أو خاطئاً، فإذا كلن خاطئاً، أعط مثالاً مضاداً. المثال4

35) خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان n=2، فإن n + 1= 3 ، وهذا عدد أولي.

36) خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان x = 2، فإن x = -2.

37) صحيح.

38) صحيح

سكان:

39a) النسبة المئوية لعدد السكان في منطقة مكة المكرمة وحدها يساوي 25.5% من سكان المملكة العربية السعودية.

39b) عدد سكان منطقة المدينة المنورة 1.8 مليون نسمة.

تخمين جولدباخ:

40a) $10 = 5 + 5 \ , \ 12 = 5 + 7 \ , \ 14 = 7 + 7 \ , \ 16 = 5 + 11$

$18 = 7 + 11 \ , \ 20 = 7 + 13$

40b) خاطئ؛ لا يمكن كتابة العدد 3 على صورة مجموع عددين أوليين.

هندسة:

41a) عدد القطع المستقيمة من أربع نقاط = ٦ قطعة

عدد القطع المستقيمة من ٥ نقاط = ١٠٦ قطعة

41b) عدد القطع المستقيمة يساوي مجموع الأعداد الطبيعية الأقل من n.

41c) تتكون خمس عشرة قطعة مستقيمة. فالتخمين صحيح.

مسائل مهارات التفكير العليا

صـ ١٥

42) قول علي صحيح؛ لأن العدد 2 عدد أولي زوجي.

43) مسألة مفتوحة: 2, 4, 16, 256, 65536. يمكن إيجاد كل حد بتربيع الحد السابق له، كما يمكن إيجاد كل حد باستعمال الصيغة $2^{2^{n-1}}$ ، حيث $n \geq 1$

44) **تبرير:** خطأ؛ إذا كونت النقاط الثلاثة زاوية مستقيمة يكون التخمين صحيحاً، وأما إذا لم تكن النقاط الثلاثة على استقامة واحدة فيكون التخمين خطأ.

45) **اكتب:** أود أن أجري مسحاً لأنواع الأنشطة التي يمارسها الناس في عطلة نهاية الأسبوع، وأطرح الأسئلة الآتية:

ما عمرك؟

ما نوع النشاط الذي تفضل ممارسته في عطلة نهاية الأسبوع؟

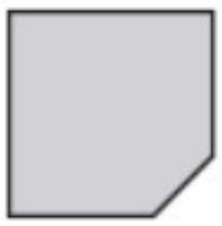
ما مدى مواظبتك على ممارسة هذا النشاط؟

ثم بعد ذلك استعمل التبرير الاستقرائي لإيجاد أنماط في الإجابات لتحيد ما إذا كان الأشخاص المتساوون في العمر يفضلون ممارسة الأنشطة نفسها أم لا.

تدريب على الاختبار المعياري

(صـ ١٦)

46) C.



47) $\frac{12}{11} = \frac{2\times1+10\times1}{10+1}$

48) B. $\angle DAC$ زاوية قائمة.

مراجعة تراكمية

49) أحواض السمك:

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة = مساحة القاعدة × الارتفاع

مساحة القاعدة $= \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times \pi$

حجم الأسطوانة $= \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times \pi \times 35 = 17180.6 \text{ cm}^3$

(50 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = 2 \text{ CM}$

$AB = \sqrt{(1-1)^2 + (2-6)^2} = 4 \text{ CM}$

$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{4+16}$

$AC = \sqrt{20} = 4.47 \text{ CM}$

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه $= 2 + 4 + 4.47 = 10.47$

(51 $BC = \sqrt{(2-0)^2 + (-9+10)^2} = 2.23 \text{ CM}$

$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (2+9)^2} = 12.08 \text{ CM}$

$AC = \sqrt{(-3-0)^2 + (2+10)^2} = 12.37 \text{ CM}$

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه $= 2.23 + 12.08 + 12.37 = 26.68$

52) جبر:

زاويتين متتامتين أي مجموعهما $= 90°$

$16z - 9 + 4z + 3 = 90$

$20z - 6 = 90$

$20z = 90 + 6$

$$20z = 96$$

$$z = 4.8$$

$$(16z - 9)^\circ = 16 \times 4.8 - 9 = 76.8$$

$$(4z + 3)^\circ = 4 \times 4.8 + 3 = 22.2$$

53) جبر:

$$= 5|x + y| - 3|2 - z|$$

$$= 5|3 - 4| - 3|2 + 5|$$

$$= 5 - 21$$

$$= -16$$

استعد للدرس اللاحق

54)

كل مربع هو مستطيل: إجابة خاطئة

55)

$5 - 2 \times 3 = 9$: إجابة صحيحة

56)

العدد 9 عدد أولي: إجابة خاطئة

1A) $p \wedge q$: عبارة صحيحة.

p وq: الشكل مثلث وفي الشكل ضلعان متطابقان. كل من p وq صحيح، إذن العبارة المركبة $p \wedge q$ صحيحة.

1B) ليس p وليس r: عبارة خاطئة

الشكل ليس مثلثاً، و ليست جميع زوايا الشكل حادة. ليس p *عبارة خاطئة، و ليس r عبارة صحيحة، إذن العبارة المركبة ليس p ، و ليس r عبارة خاطئة.*

تحقق من فهمك:

2A) يناير هو أول شهر في السنة الميلادية أو يناير من أشهر فصل الربيع. بما أن r صحيحة فإن r أو p صحيحة.

2B) عدد أيام يناير 30 يوماً فقط أو يناير ليس أول شهر في السنة الميلادية. بما أن كلتا العبارتين q، r– خاطئة فإن $q \vee \sim r$ خاطئة.

2C) يناير من أشهر فصل الربيع، وعدد أيام شهر يناير ليس 30 يوماً. بما أن q □ صحيحة فإن $p \vee \sim q$ صحيحة.

(3

p	Q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

4) **اختبارات:** يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.

A) 4 طلاب.

B) 46 طالباً.

C) طالبان

D) 55 طالباً

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسراً تبريرك: المثال 1,2

1) في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وفي الساعة الواحدة 60 دقيقة. بما أن كلاً من p و r صحيحة؛ إذن كل من p وr صحيحة.

2) في الأسبوع الواحد سبعة أيام وفي اليوم الواحد 20 ساعة، p صحيحة لكن q خاطئة إذن $p \wedge q$ عبارة خاطئة

3) في اليوم الواحد ٢٠ ساعة، أو في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة. $q \vee r$ عبارة صحيحة؛ لأن q خاطئة ، و r صحيحة

4) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام، أو في اليوم الواحد ٢٠ ساعة $\sim p$ أو q عبارة خاطئة لأن كلاً من $\sim p$ أو q خاطئة.

5) في الأسبوع الواحد سبعة أيام أو في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة. $p \vee r$ عبارة صحيحة لأن كلاً من p و r صحيحة.

6) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام ، وليس في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة

$p \wedge \sqcup r$ ⊔ عبارة خاطئة لأن $\sim p$ خاطئة و $\sim r$ خاطئة.

7) أكمل جدول الصواب: المثال3

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

$p \wedge q$ (8

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

$\sqcup p \vee \sqcup q$ (9

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

10) **لغات:** مثال4

a) 8

b) 3

c) عدد الطلاب الذين يدرسون اللغة الفرنسية ولا يدرسون اللغة الايطالية.

تدرب وحل المسائل

(ص ٢١): المثالان1,2

١١) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتوجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق. r و p صحيحة لأن r صحيحة و p صحيحة.

١٢) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتقع مكة المكرمة على الخليج العربي. $p \wedge q$ خاطئة، لأن p صحيحة و q خاطئة.

١٣) المملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق، أو المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر. $s \vee \sim r$ خاطئة لأن $\sim r$ خاطئة و s خاطئة.

١٤) المملكة العربية السعودية لها حدود مشتركة مع العراق، أو تقع مكة المكرمة على الخليج العربي $r \vee q$ صحيحة لأن r صحيحة و q خاطئة.

١٥) الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية، والمملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق

$\sim p$ و $\sim r$ خاطئة لأن $\sim p$ خاطئة و $\sim r$ خاطئة

١٦) المملكة العربية السعودية لا تقع غربي البحر الأحمر، أو الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية

$p \vee \sim s \sim$ صحيحة لأن $\sim s$ صحيحة و $\sim p$ خاطئة

أكمل جدولي الصواب الآتيين: مثال3

17)

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

18) $\sim(\sim p)$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
T	F	T
F	T	F
F	T	F

19) $\sim(\sim r \wedge q)$

r	q	$\sim r$	$(\sim r \wedge q)$	$\sim(\sim r \wedge q)$
T	T	F	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

(20

r	P	$\sim p$	$\sim p \wedge r$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

21) مكافئات

a)

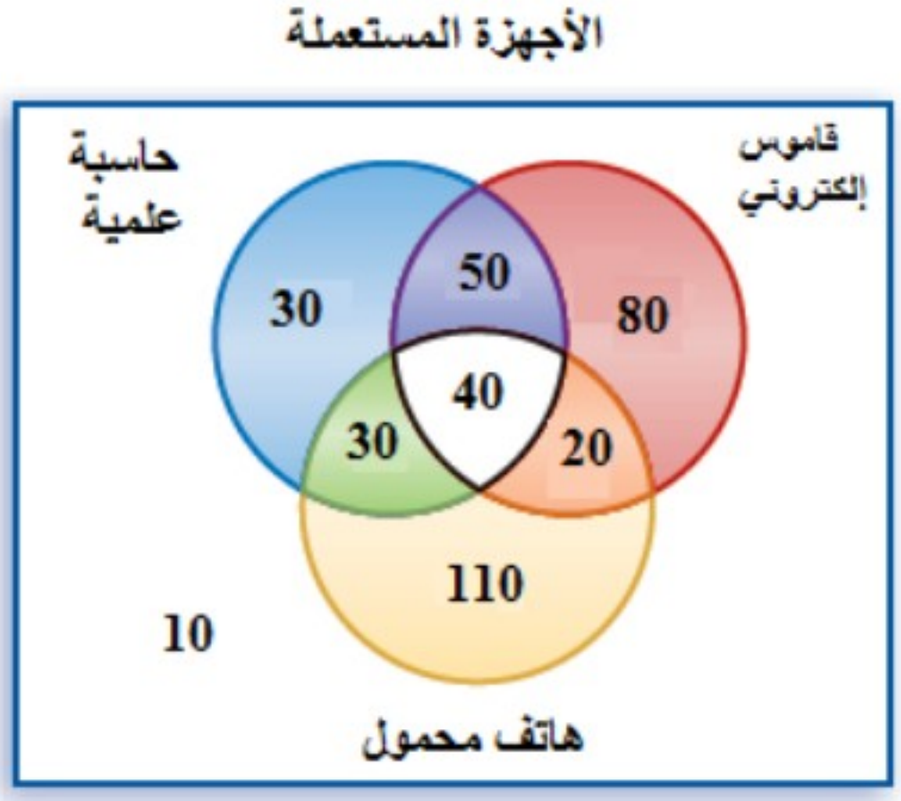
الاختبار الأول	الاختبار الثاني	يسمح له بالذهاب
تفوق	تفوق	T
تفوق	لم يتفوق	T
لم يتفوق	تفوق	T
لم يتفوق	لم يتفوق	F

b) نعم

c) نعم

22) المثال4 **الكترونيات:**

a)



26) إلكترونيات.

a) 50

b) 40

c) 110

d) 20

e) عدد الأشخاص الذين لا يستعملون أياً من الأجهزة الثلاثة.

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

23) إذا كانت p, q صحيحة، فإن $p \wedge (q \wedge r)$ صحيحة

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

24) إذا كانت p,r صحيحتين فإن $p \wedge (\sim q \vee r)$ صحيحة بغض النظر عن كون q صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim q$	r	$\sim q \vee r$	$p \wedge (\sim q \vee r)$
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	F

25) إذا كانت q, r صحيحتين فإن $(\sim p \vee q) \wedge r$ صحيحة بغض النظر عن كون p صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	r	$(\sim p \vee q) \wedge r$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F

26) إذا كانت p, r, q صحيحة فإن $p \vee (\sim q \wedge \sim r)$ صحيحة.

p	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$p \vee (\sim q \wedge \sim r)$
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T
T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	F	T	T	T

27) إذا كانت p, q, r صحيحة فإن $\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$ صحيحة .

p	$\sim p$	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$
T	F	T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T	T

28) إذا كانت p, q صحيحة فإن $(\sim p \vee q) \vee \sim r$ صحيحة .

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim p \vee q) \vee \sim r$
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T

مسائل مهارات التفكير العليا

تحد:

29) يوجد مربع واحد على الأقل ليس مستطيلاً.

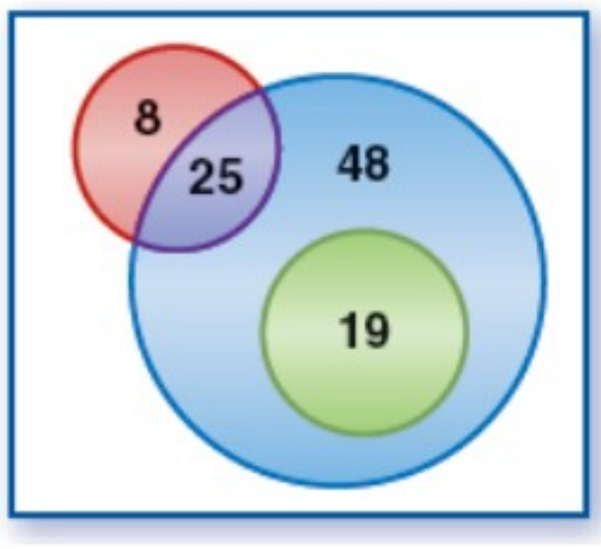
30) لا يدرس أي طالب اللغة الفرنسية.

31) يوجد على الأقل عدد حقيقي واحد ليس له جذر تربيعي حقيقي.

32) كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف.

33) تبرير: غير صحيح أبداً، الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية وليست غير نسبية.

34) اكتب: إجابة ممكنة.أجري استطلاع شمل 100 شخص لمعرفة ما إذا كانوا يفضلون المثلجات بنكهة الفانيليا أو الفراولة أو الشيكولاته، فوجد أن 8 أشخاص يفضلون نكهة الفراولة فقط ، و25 شخص يفضلون نكهتي الفانيلا والفراولة، و48 شخصاً يفضلون نكهة الفانيليا فقط، و19 يفضلون نكهة الشيكولاته و الفانيليا.



35) مسألة مفتوحة: للمثلث ثلاث أضلاع وللمربع أربعة أضلاع ، كلتا العبارتين صحيحة ، ولذلك تكون العبارة المركبة صحيحة.

تدريب على الاختبار المعياري

36) A $m\angle A = m\angle C$

37) C $\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3, \frac{11}{3}$

في هذا النمط نجد أن العدد في كل مرة بمقدار $\frac{2}{3}$

إذن $\frac{2}{3} + 3 =$ توحيد المقامات

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{1} = \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}$$

مراجعة تراكمية

38) طعام: إجابة ممكنة، لاحظ جميل تقديم سلطة الفواكه يوم الثلاثاء وافترض أن هذا النمط سوف يستمر، ولذا فقد استعمل التبرير الاستقرائي.

خمن الحد التالي في كل من المتتابعات الآتية:

39) 11 ، نلاحظ أن العدد في كل مرة يزيد بمقدار 2

40) 81 ، كل عدد يُضرب في 3 إذن $3 \times 27 = 81$

41) $\frac{3}{8}$ ، اقسم كل عدد على 2 إذن $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

جبر: حل كل من المعادلات الآتية:

42)

$$\frac{y}{2} - 7 = 5$$
$$\frac{y}{2} = 5 + 7$$
$$\frac{y}{2} = 12$$
$$y = 2 \times 12 = 24$$

(43

$$3x + 9 = 6$$
$$3x = 6 - 9$$
$$3x = -3$$
$$x = \frac{-3}{3} = -1$$

(44

$$4(m-5)=12$$
$$m-5=12\div 4$$
$$m-5=3$$
$$m=3+5$$
$$m=8$$

(45

$$6(w+7)=0$$
$$w+7=0\div 6$$
$$w+7=0$$
$$w=-7$$

(46

$$2x-7=11$$
$$2x=11+7$$
$$2x=18$$
$$x=18\div 2$$
$$x=9$$

(47

$$\frac{y}{5}+4=9$$
$$\frac{y}{5}=9-4$$
$$\frac{y}{5}=5$$
$$y=5\times 5=25$$

استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة كل من التعابير الجبرية الآتية للقيم المعطاة:

(48 $2y+3x$

$$2\times 3+3\times -1=6-3=3$$

$2d - c$ (49

$4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

$m^2 + 7n$ (50

$4^2 + 7 \times -2 = 16 - 14 = 2$

$ab - 2a$ (51

$(-2 \times -3) - (2 \times -2) = 6 + 4 = 10$

1A) الفرض: للمضلع ستة أضلاع

النتيجة: المضلع سداسي.

1B) الفرض: بيعت جميع نسخ الطبعة الأولى

النتيجة: ستنجز طبعة ثانية من الكتاب.

2A) الفرض: لديك ٥أوراق نقدية من فئة الريال

النتيجة: يمكن أن تبادلها بورقة واحدة من فئة إل ٥ ريالات

أذا كانت لديك ٥ أوراق نقدية من فئة الريال فإنه يمكنك أن تبدلها بورقة واحدة من فئة الخمس ريالات.

2B) الفرض:الزاويتان متتامتان

النتيجة:مجموع قياسهما يساوي 90°

إذا كانت الزاويتان متتامتان فإن مجموع قياسهما يساوي 90°

3A) العبارة الشرطية **خاطئة** إذا كان $m\angle A = 55$ فأن $\angle A$ حادة أيضاً ولكن قياسها ليس 35°.

3B) العبارة الشرطية: **صحيحة**، الفرض $\sqrt{x} = -1$ خاطئ لأن الجذر التربيعي لا يكون سالباً لأي عدد وكذلك النتيجة خاطئة وعليه تكون العبارة الشرطية صحيحة.

4A)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim(p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q)$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T

العبارتين $\sim(p \vee q)$ و $(\sim p \wedge \sim q)$ متكافئتين منطقيا

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:

5A) العكس: إذا كانت الزاويتان متطابقتان فإن لهما القياس نفسه. صحيحة

المعكوس: إذا لم يكن لزاويتين القياس نفسه فإنهما غير متطابقتين. صحيحة

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان، فلا يكون لهما القياس نفسه.

5B) العكس: إذا كان الحيوان من القوارض فإنه فأر. خاطئة، السنجاب من القوارض لكنه ليس فأراً

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان فأراً فإنه لا يكون من القوارض. خاطئة السنجاب ليس فأراً ولكنه من القوارض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من القوارض فإنه ليس فأراً. صحيحة.

مثال مضاد:

العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان خفاشاً ، فإنه ثديي يستطيع الطيران

العكس: إذا كان الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران، فأنه يكون خفاشاً.خاطئة هناك ثدييات أخرى تستطيع الطيران مثل الليمور.

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان خفاشاً، فإنه ليس من الثدييات التي تستطيع الطيران، خاطئة، الليمور من الثدييات وهو يستطيع الطيران.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران فإنه ليس خفاشاً، صحيحة.

حدد الفرض و النتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: مثال1

1) الفرض: اليوم هو الجمعة **النتيجة:** غداً هو السبت.

2) الفرض: $x2 + 5 > 7$ **النتيجة:** $x > 1$

3) الفرض: الزاويتان متكاملتين. **النتيجة:** مجموع الزاويتان يساوي 180°

4) الفرض: نتج عن تقاطع مستقيمان زوايا قائمة. **النتيجة:** المستقيمان متعامدان.

اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي علي صورة(إذا كان فإن): مثال2

5) إذا تجاوز عمر الشخص 18 عاماً، فإنه يمكنه استخراج رخصة القيادة.

6) إذا كانت هذه جبنه، فإنها تحتوي على عنصر الكالسيوم.

7) إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها بين 0° و 90°.

8) إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإنه يكون متطابق الزوايا.

9a) مطر: إذا تكاثف بخار الماء الموجود في الغلاف الجوي، فإنه يسقط على شكل أمطار.

9b) إذا تجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية، فإنه يسقط على شكل برد.

9c) إذا كانت درجة الحرارة متدنية جداً إلى حد التجمد في الغلاف الجوي، فإن الهطل يكون على شكل ثلوج.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت العبارة صحيحة ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعط مثالاً مضاداً: مثال3

10) إذا كانت $x = -4$ فإن $(-4)^2 = 16$ الفرض في العبارة الشرطية صحيح لكن النتيجة خاطئة، وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

11) الفرض صحيح، أما النتيجة فهي خاطئة، لأن الرياض لا تقع في الأردن.أذن العبارة الشرطية خاطئة.

12) عندما يكون الفرض صحيحاً و النتيجة صحيحة أيضا، لأن يوم الجمعة بعد يوم الخميس فالعبارة الشرطية صحيحة.

13) يمكن أن يكون الحيوان ثوراً. الفرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

14) صحيحة، الفرض خاطئ لأن قياس الزاوية القائمة 90° والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون دائماً صحيحة لذا، فهذه العبارة الشرطية صحيحة.

أوجد قيمة الصواب لكل عبارتين فيما يأتي:

15)

p	q	$(p \wedge q)$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

P	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

العبارتين $\sim(p \wedge q)$ و $\sim p \wedge q$ غير متكافئتين

16)

P	q	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

العبارتين $\sim(p \vee q)$ و $\sim p \vee \sim q$ غير متكافئتين

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيين ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحاً أو خاطئاً وأعط مثال مضاد إذا كان خاطئاً: مثال4

17) العكس: إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2 صحيحة.

المعكوس: إذا كان العدد لا يقبل القسمة على 2 فإنه لا يقبل القسمة على 4 صحيحة.

المعاكس الإيجابي: أذا لم يكن العدد يقبل القسمة على 4 فإنه لا يقبل القسمة على 2 خاطئة

مثال مضاد: العدد 6 لا يقبل القسمة على ٤ ولكنه يقبل القسمة على 2.

18) العكس: إذا كان العدد صحيحاً فإنه عدداً كلياً، خاطئة. مثال مضاد:3 -

المعكوس: إذا لم يكن العدد كلياً فإنه ليس عدداً صحيحاً، خاطئة. مثال مضاد:3 -

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن العدد صحيحاً، فإنه ليس عدداً كلياً ، صحيحة.

تدرب وحل المسائل

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: مثال1

19) الفرض: الزاويتان متجاورتان. النتيجة: للزاويتان ضلع مشترك.

20) الفرض: أنت قائد. النتيجة: سوف اتبعك.

21) الفرض $3x - 4 = 11$ ؛ النتيجة: $x = 5$

22) الفرض: الزاويتان متقابلتان بالرأس. النتيجة: الزاويتان متطابقتين.

اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي على صورة(إذا كان...فإن....): مثال2

23) إذا اشتريت خمس قوارير، فإنك تحصل على قارورة مجانية.

24) إذا حضرت الحفل، فإنك تحصل على هدية.

25) إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما مستقيم.

26) إذا كان الشكل دائرة فإن مساحته تساوي πr^2

27) إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها 90°

28) كيمياء: إذا كانت المادة فسفور، فإنها تنصهر عند 44° سيليزية.

29a) أحياء: إذا جرى الماء على سطح الأرض فإنه يصب في المسطحات المائية.

29b) إذا أعادت النباتات الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق النتح.

29c) إذا أعادت المسطحات المائية الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق التبخر.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي: مثال3

30) خاطئة، العدد 9 فردي ولكنه لا يقبل القسمة على 5.الفرض في العبارة الشرطية صحيح، لكن النتيجة خاطئة. وهذا المثال المضاد يثبت أن هذه العبارة الشرطية خاطئة.

31) صحيحة، الفرض خاطئ، لأن الأرنب ليس حيواناً برمائياً ، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

32) صحيحة، الفرض خاطئ لأن جدة لا تقع في اليمن، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

33) صحيحة، الفرض خاطئ. لأن مزج اللونين الأحمر بالأزرق ينتج اللون البنفسجي. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

34) خاطئة، الزاويتان متطابقتان غير إنهما غير متقابلتان بالرأس

الفرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة الشرطية.

35) خاطئة، يمكن أن يكون الحيوان صقراً.الفرض في العبارة الشرطية صحيح، ولكن النتيجة خاطئة، لذا فالعبارة الشرطية خاطئة، والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة.

36) صحيحة، الفرض خاطئ، لأن لون الموز لا يمكن أن يكون أزرق. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

طبيعة: استعمل العبارة أدناه لكتابة كل من العبارات الشرطية الآتية:

37) عبارة شرطية: إذا ظهرت على جسم الحيوان خطوط ، فإنه يكون حماراً وحشياً.خاطئة، ظباء الدكدك على أجسامها خطوط.

38) عكس العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان حماراً وحشياً فإنه تظهر على أجسامه خطوط ، صحيحة.

39) معكوس العبارة الشرطية: إذا لم تظهر على جسم الحيوان خطوط فإنه ليس حمارا وحشياً، صحيحة. مثال مضاد: الدكدك

40)المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية: إذا لم يكن الحيوان حماراً وحشياً، فلا تظهر على جسمه خطوط، خاطئة.

41)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

(42

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	F

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F

F	F	T	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

(43

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F
F	F	F	F	F

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	T
F	F	F	F	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارات الشرطية الآتية: مثال4

44) العكس: إذا كنت تعيش في السعودية فإنك تعيش في الدمام، خاطئة. يمكن أن تكون في جدة.

المعكوس: إذا لم تكن تعيش في الدمام فإنك لا تعيش في السعودية، خاطيء:يمكن أن تعيش في الرياض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن تعيش في السعودية فإنك لا تعيش في الدمام، صحيح.

45) العكس: إذا كان الطائر لا يستطيع الطيران فإنه نعامة، خطأ.يمكن أن يكون الطائر بطريقاً.

المعكوس: إذا لم يكن الطائر نعامة فإنه يستطيع الطيران ، خطأ يمكن أن يكون الطائر بطريقاً.

المعاكس الإيجابي: إذا أستطاع الطائر الطيران، فإنه لا يكون نعامة.صحيح

46) العكس: إذا كان مستطيلاً فإنه مربع .خاطئة، فالمستطيل لا تكون جميع أضلاعه متطابقة.

المعكوس: إذا لم يكن الشكل مربع فإنه لا يكون مستطيل.خطأ، يمكن أن يكون الشكل مستطيل حتى إن لم يكن مربع.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل مستطيل فلا يمكن أن يكون مربعا، صحيح.

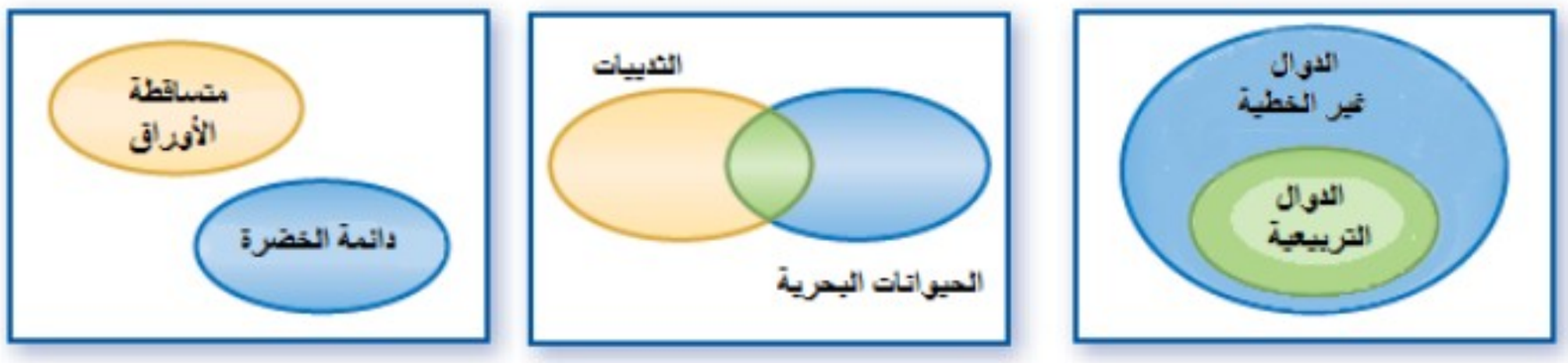
47) العكس: إذا كان للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة.صحيح

المعكوس: إذا لم تكن القطع المستقيمة متطابقة فإنها لا يكون لها الطول نفسه.صحيحة.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإن هذه القطع لاتكون متطابقة.صحيح.

48) العكس: إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90°، فإن المثلث قائم الزاوية صحيح
المعكوس: إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية فإنه لا يحوي زاوية قياسها 90° .صحيح.
المعاكس الإيجابي: إذا كان المثلث لا يحوي زاوية قياسها 90° فإنه لا يكون مثلث قائم الزاوية.صحيح.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك:



49) خاطئة، المنطقة الزرقاء في شكل فن تحتوي الدوال غير الخطية وغير التربيعية.

50) خاطئة، تحتوي المنطقة الخضراء في شكل فن حيوانات ثديية وبحرية في الوقت نفسه.

51) صحيحة، لا توجد منطقة مشتركة بين المنطقتين اللتين تمثلان الأشجار المتساقطة الأوراق والأشجار الدائمة الخضرة.

52a) تمثيلات متعددة: منطقياً

إجابة ممكنة، إذا كنت تسكن مدينة جدة فأنت تسكن منطقة مكة المكرمة، وإذا كنت تسكن منطقة مكة المكرمة، فإنك تسكن المملكة العربية، وإذا كنت تسكن المملكة العربية فإنك تسكن في قارة أسيا.

52b) بيانياً

52c) منطقياً: إذا كنت تسكن في مدينة جدة، فإنك تسكن في قارة آسيا.نعم صحيح.

52d) إذا كانت a صحيحة فإن c صحيحة.

إذا كنا نعلم أن a صحيحة فإننا نعلم أن b صحيحة، وإذا كنا نعلم أن b صحيحة فإن c صحيحة أيضاً، إذاً عندما تكون a صحيحة فإن c تكون صحيحة.

53) اكتشف الخطأ: إجابة ممكنة، ماجد، عندما يكون الفرض خاطئاً في العبارة الشرطية تكون العبارة دائماً صحيحة.

54) تبرير:

نعم، بما أن النتيجة خاطئة، فيجب أن يكون عكس العبارة صحيح، والعكس والمعكوس متكافئان منطقياً، وعليه يكون المعكوس صحيحاً.

55) مسألة مفتوحة:

إجابة ممكنة ، إذا كان العدد ٤يقبل القسمة على ٢ فإن للطيور ريشاً، حتى يكون العاكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي جميعها صحيحة، يجب أن يكون الفرض والنتيجة صحيحين أو خاطئين معاً.

56) تحد:

الفرض للمعكوس هو $\sim p$: لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الأمام

النتيجة للمعكوس هي $\sim q$: ذهبت إلى المسجد متأخراً

إذن العبارة الشرطية A هي: $p \rightarrow q$

إذا أدركت تكبيرة الإحرام مع الأمام، فإنك ذهبت إلى المسجد مبكراً

وعكس العبارة Aهو $q \rightarrow p$ إذا ذهبت إلى المسجد مبكراً فإنك ستدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام،

والمعاكس الايجابي للعبارة A هو $\sim q \rightarrow \sim p$ إذا لم تذهب إلى المسجد مبكراً فإنك لن تدرك تكبيرة الإحرام مع الأمام.

57) اكتب:

بما أن العبارة الشرطية والمعاكس الايجابي، متكافئتان منطقياً، فإن لهما قيمة الصواب نفسها.

العكس والمعكوس للعبارة الشرطية متكافئان منطقياً ، ولهما قيمة الصواب نفسها،

ويكون للعبارة الشرطية ومعاكسها الايجابي نفسها قيمة صواب العكس والمعكوس، أو يكون لهما عكس قيمة صواب العكس والمعكوس.

تدريب على الاختبار المعياري

58) A

59) جبر: B

$$\frac{10a^2 - 15ab}{4a^2 - 9b^2} = \frac{5a\,(2a - 3b)}{(2a - 3b)\,(2a + 3b)} = \frac{5a}{(2a + 3b)}$$

مراجعة تراكمية

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

(60

p	Q	$q \wedge p$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(61

p	Q	$\sqcup q$	$\sqcup q \vee p$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

(62

p	Q	$\sqcup p$	$\sqcup p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

(63

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sqcup p \wedge \sqcup q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

اكتب تخميناً معتمداً على المعلومات المعطاة في كل مما يأتي:

64) النقاط J,H,K ليست على استقامة واحدة.

65) T ,S ,R تقع على استقامة واحدة.

66) $ABCD$ مستطيل.

67) طائرة ورقية: $BC\cong CD\ ,BD\cong CA,BA\cong DA$

استعد للدرس اللاحق

جبر:حدد العملية التي استعملتها لتحويل المعادلة 1 إلي المعادلة 2

68) قسمة كلا الطرفين على 8

69) إضافة $3x$ لكل من الطرفين.

70) ضرب كلا الطرفين في 3

1-3 العبارات الشرطية الثنائية
Biconditinal Statments

تمارين

اكتب كل عبارة شرطية ثنائية مما يأتي على صورة عبارة شرطية وعكسها. ثم حدد ما إذا كانت العبارة الشرطية الثنائية صحيحة أم خاطئة.

1) العبارة الشرطية: إذا كانت مجموع قياس زاويتين $90°$ فإن الزاويتان متتامتان صحيحة.

العكس: إذا كان الزاويتان متتامتان فإن مجموع قياسهما $90°$ ، صحيحة.

2) العبارة الشرطية: إذا كان اليوم هو الجمعة فإنه لا يوجد دوام في المدارس ، صحيحة.

العكس: إذا لم يكن هناك دوام في المدارس، فإن اليوم هو الجمعة. خاطئة، لأنه لا دوام في المدارس يوم الخميس أيضا.

3) العبارة الشرطية: إذا كان المستقيمين غير أفقيين فإنهما مستقيمان متقاطعان صحيحة.

العكس: إذا كان المستقيمان متقاطعان فإنهما غير أفقيين. خاطئة، المستقيمان الرأسيان المتوازيان لا يتقاطعان.

4) العبارة الشرطية: إذا كان $x = 2$ فإن $|2x| = 4$

العكس: إذا كان $|2x| = 4$ فإن $x = 2$. صحيحة

1-4 التبرير الاستنتاجي

1A) التبرير الاستقرائي.

1B) التبرير الأستنتاجي.

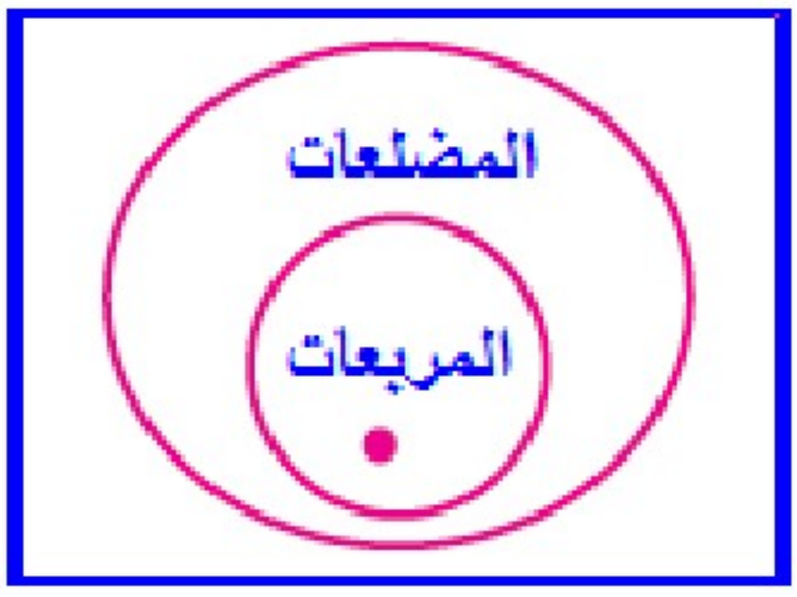
2A) غير صحيحة، قد تقع النقاط A,B,C في المستوى G وتكون على استقامة واحدة.

2B) صحيحة.قانون الفصل المنطقي.

تحقق من فهمك:

3) صحيحة، يقع هذا الشكل في دائرة المربعات، والتي تقع داخل دائرة المضلعات

لذا تكون النتيجة صحيحة.



مثالان إضافيان:

2) خاطئة، يمكن أن يكون الشكل مستطيل.

3) من المعطيات، جميع المثلثات متطابقة الأضلاع تكون حادة الزوايا، فالنتيجة صحيحة.

تحقق من فهمك(ص٣٦):

4) G

5) قانون القياس المنطقي AM = MB

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة الأستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي: مثال1

١) التبرير الأستنتاجي.

٢) التبرير الاستقرائي.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادا على المعطيات فسر تبريرك:

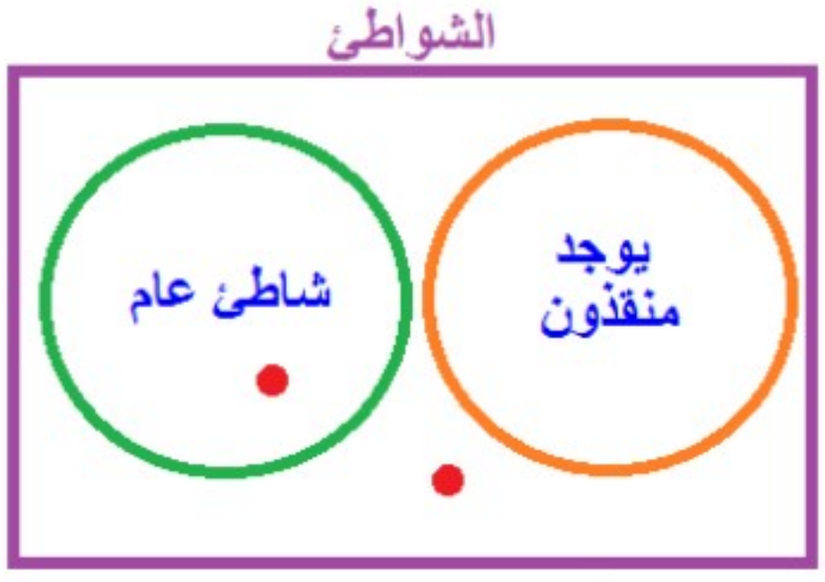
مثال2

٣) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

٤) غير صحيحة، قد يكون فيصل مرهقاً بسبب تمرين رياضي شاق.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادا على المعطيات فسر تبريرك باستعمال أشكال فن: مثال3

٥) غير صحيحة، يمكن أن يكون الشاطئ الجنوبي داخل دائرة الشاطئ العام أو خارجها.



٦) صحيحة، يقع عبد الله ضمن مجموعة الطلاب الذين اجتازوا اختبارات القبول، وتقع هذه الدائرة داخل الدائرة التي تمثل الطلاب الذين قبلوا في الكلية لذا فسوف يقبل عبد الله في الكلية.

اختيار من متعدد: مثال4

٧) C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتيه الحادتين متتامتين.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل علي نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. مثال5

٨) إذا أنهى كمال عمله، فسوف يشتري مذياعاً، قانون القياس المنطقي.

٩) لا نتيجة، ليس شرطاً أن تكون ∠1 و∠2 متقابلتين بالرأس كي تكونا متطابقتين.

تدرب وحل المسائل

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الأستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي: مثال1

١٠) التبرير استنتاجي.

١١) التبرير استقرائي.

١٢) التبرير الأستنتاجي.

١٣) التبرير الأستقرائي.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات: مثال2

١٤) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

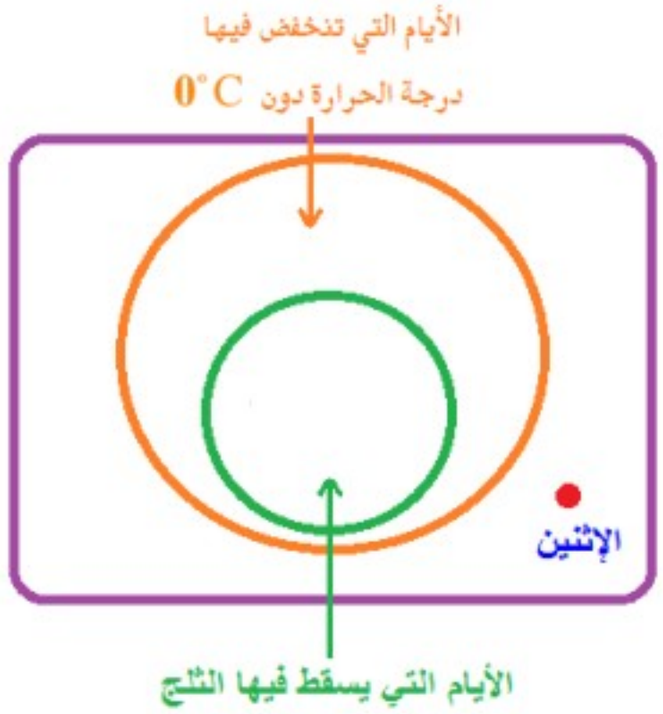
١٥) غير صحيحة، قد يكون الشكل مستطيلاً

١٦) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

١٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي

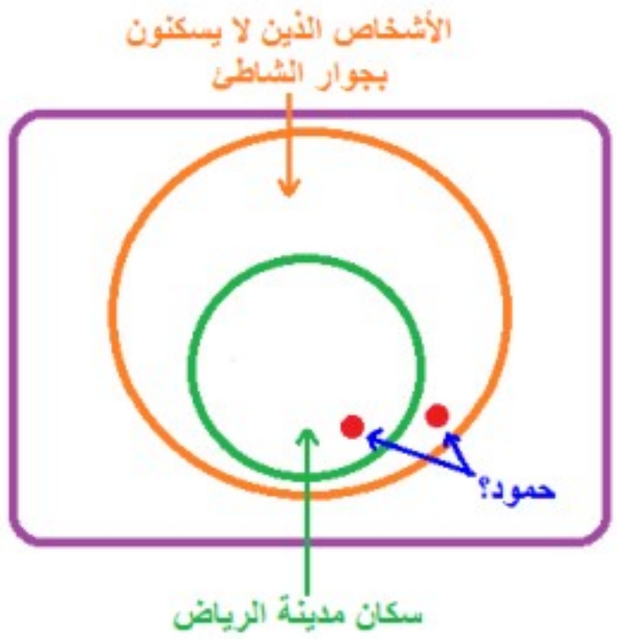
حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتماداً علي المعطيات وفسر تبريرك باستعمال أشكال فن. مثال3

١٨) صحيحة، يقع يوم الاثنين خارج الأيام التي تنخفض فيها درجة الحرارة عن الصفر السيليزية، إذا لا يمكن أن يقع ضمن الأيام التي يسقط فيها الثلج، إذا فا النتيجة صحيحة.

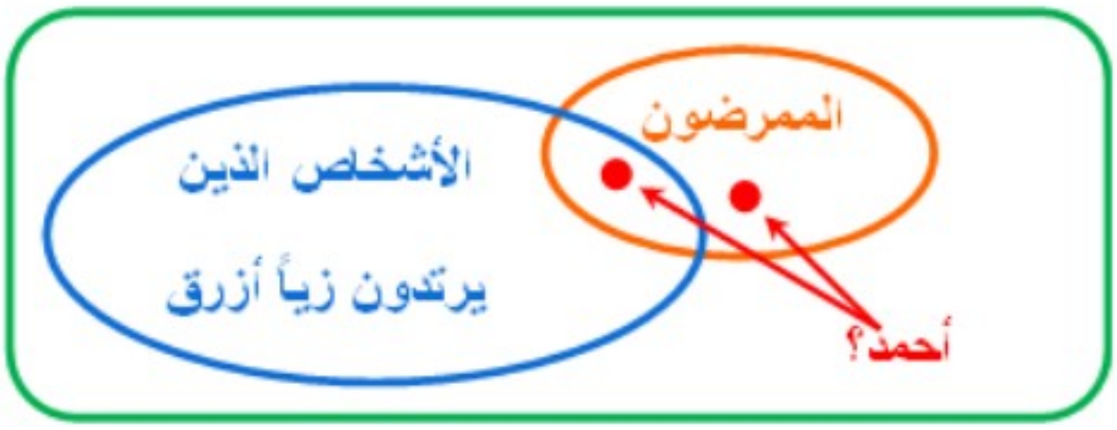


19)

غير صحيحة، يمكن أن يكون حمود ضمن الدائرة التي تمثل مدينة الرياض، أو ضمن الدائرة التي تمثل الأشخاص الذين لا يسكنون قرب الشاطئ وخارج الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض.



20) غير صحيحة، يمكن أن يقع احمد ضمن دائرة الممرضين أو ضمن منطقة تقاطع الدائرتين، إذاً النتيجة غير صحيحة.



21) الألعاب الأولمبية: إذا وصل هادي صوعان خط النهاية بعد صاحب المركز الأول مباشرة فسيحصل على الميدالية الفضية.

استعمل قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

22) إجابة ممكنة، إذا حصلت شيماء على معدل 98% أو أكثر فإنه سيتم تكريمها.

23) لا نتيجة صحيحة.

24) إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

استعمل قانون القياس المنطقي أو الفصل المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

25) مجموع قياسي ∠1 و∠2 يساوي 90° ؛ قانون الفصل المنطقي.

26) إذا كنت مثقفاً فأنت من زوار المكتبة العامة، قانون القياس المنطقي.

27) لا نتيجة صحيحة.

28) اكتب:

لا يمكننا استعمال قانون القياس المنطقي؛ لأن الفرض في العبارة الشرطية الثانية هو نفي نتيجة العبارة الشرطية الأولى. وإذا ما أردنا أن نطبق قانون القياس المنطقي، يجب أن تكون نتيجة العبارة الأولى هي الفرض في العبارة الشرطية الثانية.

29) تحد:

قانون الفصل المنطقي

$$[(p \to q) \wedge p] \to q$$

قانون القياس المنطقي

$$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$$

30) مسألة مفتوحة:

(١) إذا حصل طالب الثانوية العامة على معدل 95% فما فوق، فإنه يكون متميزاً

(٢) إذا كان الطالب متميزاً في الثانوية العامة، فإنه سيبعث للدراسة في الخارج.

النتيجة: إذا حصل طالب الثانوية العامة على 95% فما فوق، فإنه سيبعث للدراسة في الخارج.

31) تحد: صحيحة، إجابة ممكنة: إذا حقق المثلث الخاصية B فإنه يحقق نظرية فيثاغورث، وإذا حقق نظرية فيثاغورث فإنه قائم الزاوية.

وبا ستعمال قانون القياس المنطقي نستنتج العبارة الشرطية الآتية:

إذا حقق المثلث الخاصية B يكون قائم الزاوية، والمعاكس الإيجابي لهذه العبارة هي الجملة المعطاة في السؤال.وله نفس قيمة صواب العبارة الأصلية وهي صحيحة.

32) اكتب:

وجه الشبه بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة أن كليهما يوظفان مفهوم أن كلاً من القيمتين المتكافئتين لنفس القيمة تكونان متكافئتين.والاختلاف بينهما أن قانون القياس المنطقي يستعمل للحصول على نتيجة من عبارتين شرطيتين، في حين تستعمل خاصية التعدي للمساواة لتحديد علاقة عددية بين قيمتين.

تدريب على الاختبار المعياري

33) D حصل خليل على علبة عصير مجاناً

34) إجابة شبكية: D

أخذ نقطتين يمر بهم المستقيم وليكن (2،1-) و (2-،0)

ميل المستقيم = فرق الصادات على فرق السينات

$$\text{إذن الميل} = -4 = \frac{-4}{1} = \frac{-2-(2)}{0-(-1)}$$

مراجعة تراكمية

تسويق:

35) إذا زرت محل النجوم لصيانة الحواسيب، فإنك تبحث عن السرعة والأمان.

36) هناك تميز بالسرعة والأمان.

أنشئ جدول صواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

37) a و b

a	b	a و b
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

38) $p \sim$ أو $\sim q$

p	$\sqcup p$	q	$\sqcup q$	$\sqcap q$ أو $\sqcap p$
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T

39) $\sim m$ و k

k	m	$\sqcup m$	$\sqcap m \quad k$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

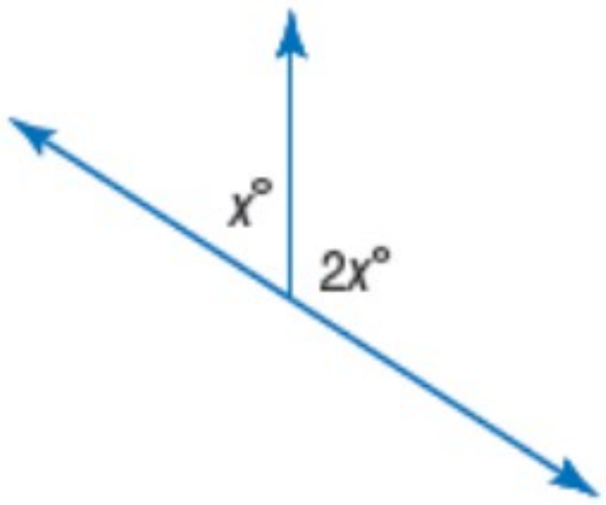
40) $y \sim$ أو z

y	$\sqcup y$	z	z أ $\sqcap y$
T	F	T	T
T	F	F	F

F	T	T	T
F	T	F	T

جبر: أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية:

41)

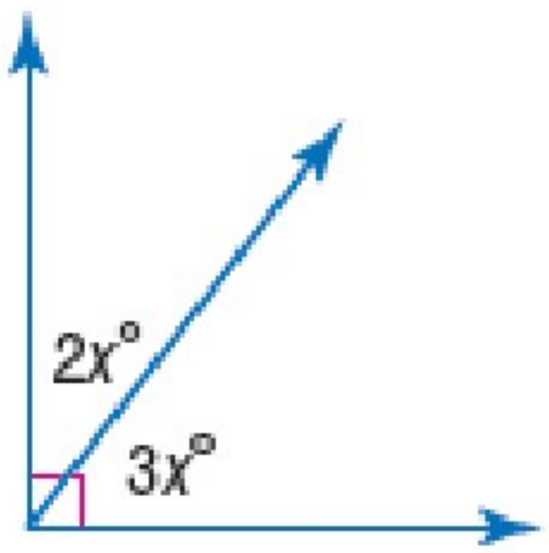


$$x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$$

$$3x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

(42

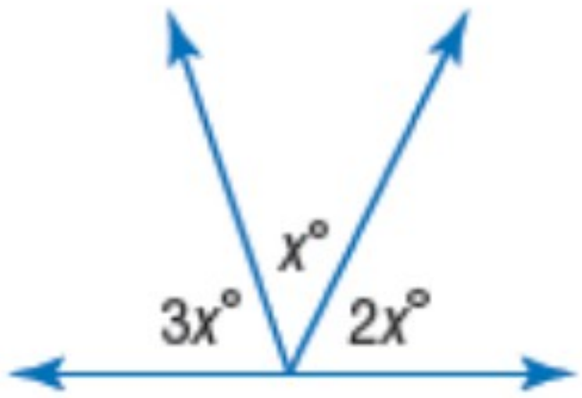


$$2x^\circ + 3x = 90^\circ$$

$$5x^\circ = 90^\circ$$

$$x^\circ = \frac{90}{5} = 18^\circ$$

(43



$$x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ = 180^\circ$$

$$6x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180}{6} = 30^\circ$$

استعد للدرس اللاحق

هل يمكن افتراض صحة أي العبارات الآتية اعتماداً على الشكل المجاور؟ فسر إجابتك:

44) نعم، يشير الرمز ⌙ إلى أن $\angle DAB$ قائمة.

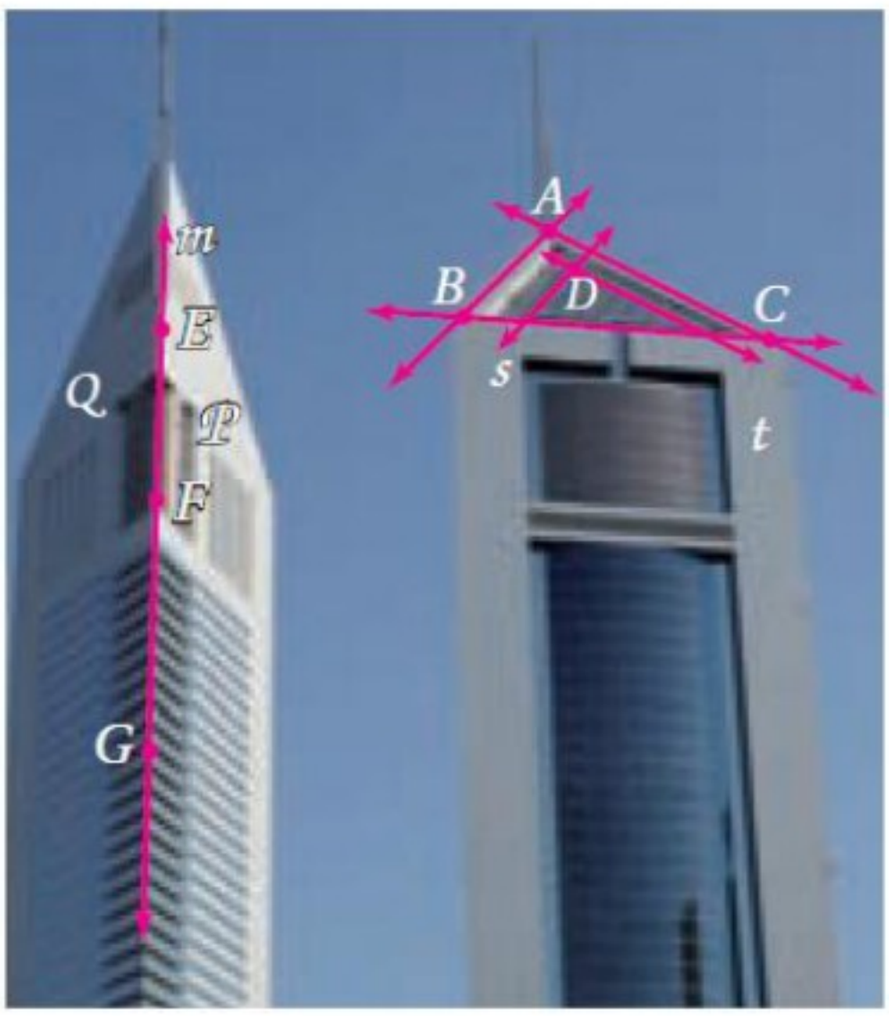
45) نعم، زاويتان متقابلتان بالرأس.

46) لا، لا يوجد ما يدل على قياسي هاتين الزاويتين.

47)لا، لا نعلم شيء عن $m\angle ABC$

1-5 المسلمات والبراهين الحرة

تحقق

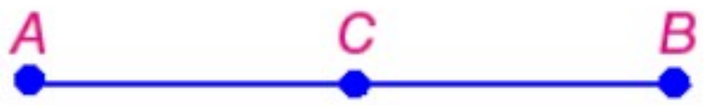


1A) تشكل النقاط A,B,C الرؤوس الثلاثة للسقف، وبحسب المسلمة **1.2** فإن هناك مستوى واحد فقط يمر بها.

1B) يتقاطع وجهي البناية في الحافة التي تمثل المستقيم m فيتقاطع المستويان P,Q اللذان يحتويان وجهي البناية في المستقيم m بحسب المسلمة **1.7**

2A) صحيحة، دائماً، هناك على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تحدد مستقيمين متقاطعين.

2B) غير صحيحة أبداً، لكي تتقاطع ثلاث مستقيمات في نقطتين يجب ان يكون اثنان منهما متوازيان.



المعطيات: C تقع بين A , B

$\overline{AC} \cong \overline{CB}$

المطلوب: أثبات أن C نقطة منتصف $\overline{AB}$

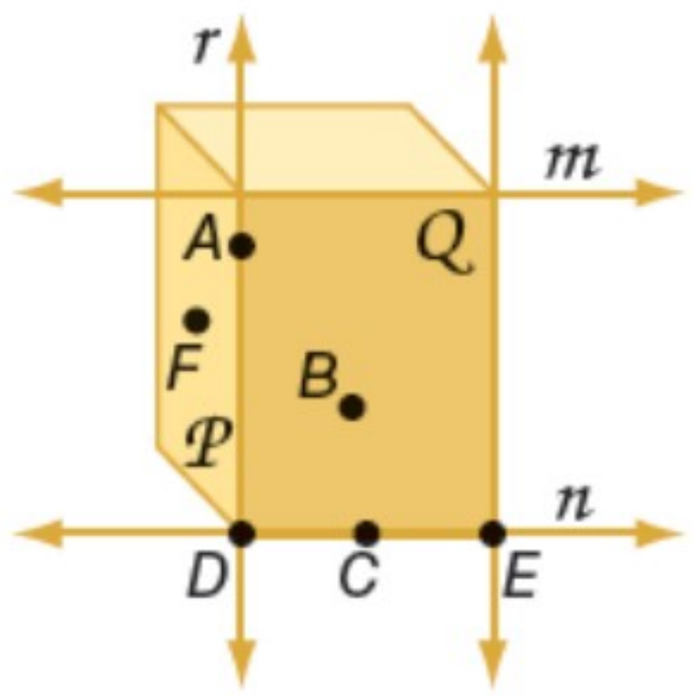
البرهان:

من المعطيات $\overline{AC} \cong \overline{CB}$

ومن تعريف القطع المستقيمة المتطابقة فإن طول $\overline{AC}$ يساوي طول $\overline{CB}$

ومن تعريف نقطة المنتصف فإن C نقطة منتصف $\overline{AB}$

اشرح كيف توضح الصورة صحة كل من العبارات الآتية، ثم اذكر المسلمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة: مثال1



1) يشترك الوجهان الأمامي والأيسر في الحرف الذي يمثل المستقيم r ، يتقاطع المستقيمان Q,P في المستقيم r فقط بحسب المسلمة 1.7

2) أحرف الشكل تمثل مستقيمات متقاطعة.المستقيمان n,r يتقاطعان في موقع واحد هو النقطة D.المسلمة 1.6 تنص على انه إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

3) الحرف السفلي للشكل من الجهة الأمامية هو المستقيم n الذي يحتوي النقاط C,D,E .والمسلمة 1.7 تنص على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

4) الجانب الأيسر من الشكل أو المستوىP يحتوي النقاط A,F,D .والمسلمة 1.4 تنص على أن المستوى يحتوي على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

5) النقطتان E,D واقعتان على المستقيم n ، وكذلك في المستوىQ والمسلمة 1.5 تنص على انه إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن المستقيم الذي يحويهما يقع بكامله في هذا المستوى.

6) المستقيم r يحتوي النقطتين A,D المسلمة1.1 تنص على انه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وفسر تبريرك. المثال2

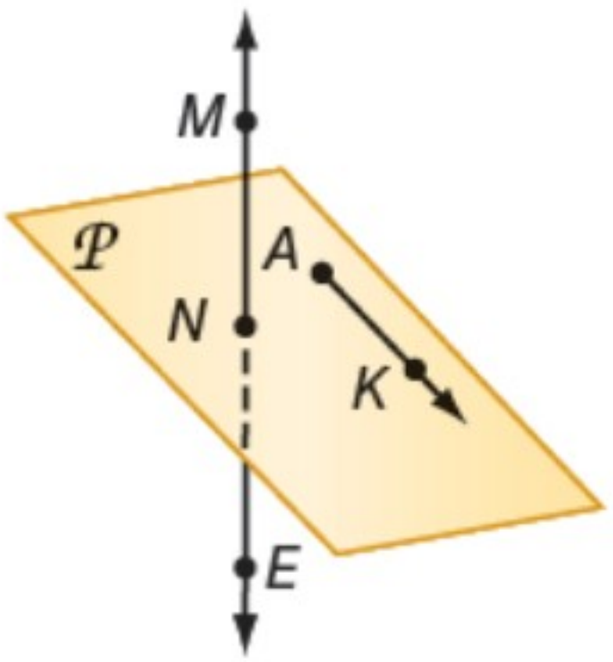
7) صحيحة أحياناً، إذا تقاطعت ثلاث مستويات فيمكن أن يكون تقاطعهما نقطة أو مستقيم.

8)غير صحيحة أبداً، بسبب المسلّمة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

9) صحيحة دائماً، بحسب المسلّمة1.1 يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

في الشكل المجاور:

اذكر المسلّمة التي تثبت صحة كل من العبارات الآتية:

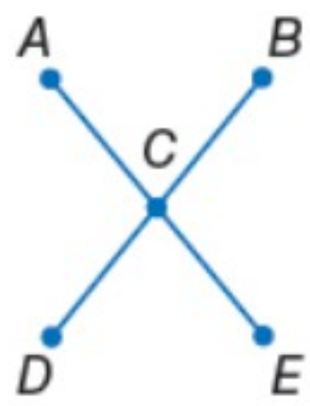


10) المسلّمة 1.2 أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، يمر بها مستوى واحد فقط.

11) المسلّمة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

12) المسلّمة 1.4 يحتوي المستوى ثلاث نقاط على الأقل.

13) برهان: المثال3



بما أن C نقطة منتصف كل من $\overline{AE}, \overline{DB}$

فإن $AC = CE = \frac{1}{2}AE$ وأيضاً $DC = CB = \frac{1}{2}DB$

وذلك بتعريف نقطة المنتصف.

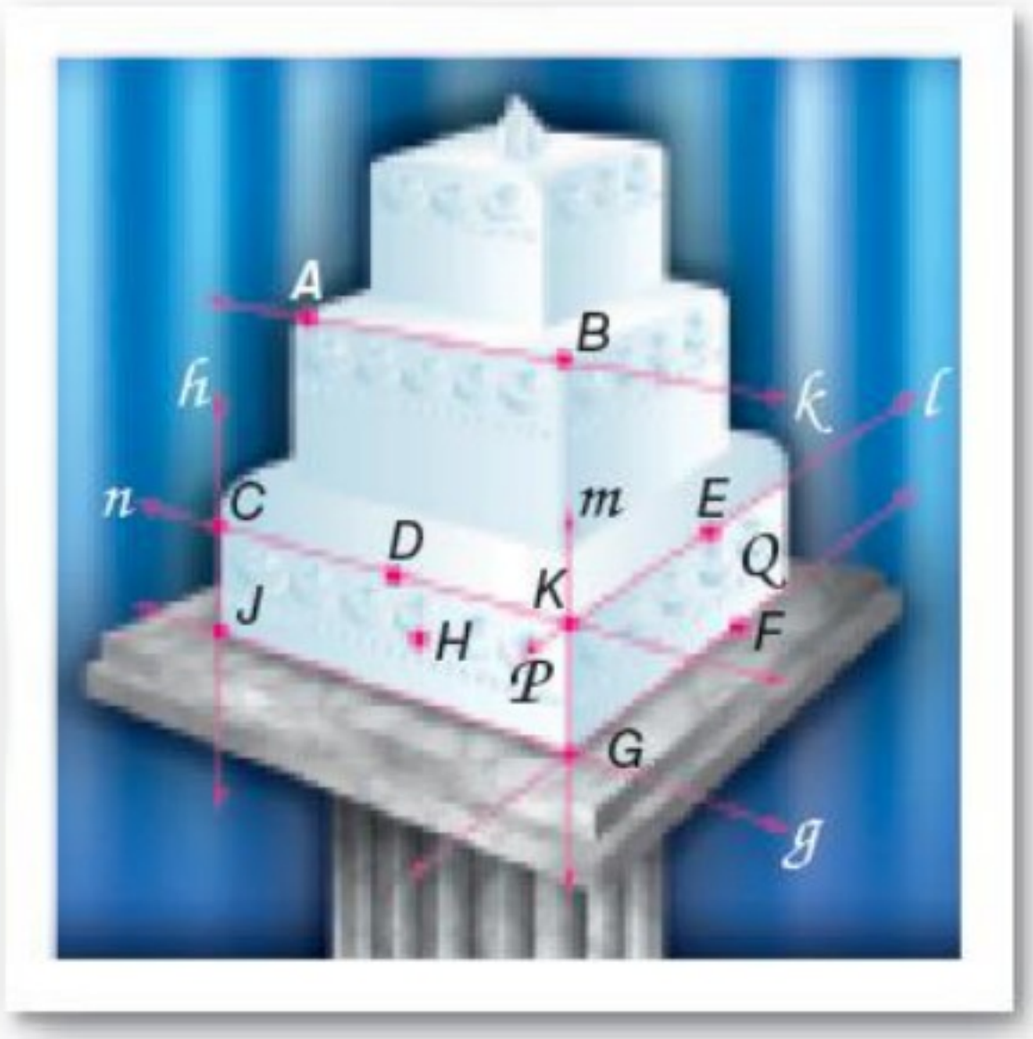
من المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ ، ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة

$\overline{AE} = \overline{DB}$ ، ومن خاصية الضرب للمساواة $\frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}DB$

وبالتعويض ينتج أن $AC = CB$.

تدرب وحل المسائل

كعك:



14) تشكل الحواف العلوية للطبقة السفلية مستقيمات متقاطعة.

يتقاطع المستقيمان l,n في نقطة واحدة هي K المسلمة 1.6

15) يشترك الوجهان الأماميان في الحرف الذي يمثل المستقيم m ، ويتقاطع المستقيمان P,Q في المستقيم m فقط بحسب المسلمة 1.7

16) الوجه الأمامي الأيسر من الطبقة السفلية من الكعكة يحتوي النقاط H,K,D

ويكون مستوى، وبحسب المسلمة 1.2 يمر مستوى واحد فقط في ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

17) الحرف العلوي للطبقة السفلية هو المستقيم n ، تقع النقاط C,D,K على هذا الحرف، لذا فإنها تقع على المستقيم n تنص المسلّمة 1.3 على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

18) الوجه الأمامي الأيمن من الطبقة السفلية للكعكة، يحتوي النقاط G,K,E,F

والتي تمثل مستوى.تنص المسلمة1.2 على انه يوجد مستوى واحد يمر في أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

19) الوجه الأمامي الأيمن يحتوي النقطتين E,F وأي مستقيم يمر بهما يقع في المستوى الذي يمثله هذا الوجه وهذا بحسب المسلمة 1.5

20) أحرف الطبقة السفلية تشكل مستقيمين متقاطعين. يتقاطع المستقيمان g, h في النقطة j وبحسب المسلمة 1.6، إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك

21) صحيحة دائماً.تنص المسلّمة 1.2على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

22) غير صحيحة أبداً، تنص المسلمة1.1 على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

23) صحيحة أحياناً، لا يشترط أن تكون النقاط على استقامة واحدة حتى تقع في المستوى نفسه.

24) صحيحة دائماً، تنص المسلمة 1.5 على انه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فأن جميع نقاط المستقيم المار بهما تقع في هذا المستوى.

25) صحيحة أحياناً، يجب أن تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

26) برهان: المثال3

المعطيات: Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$

Z نقطة منتصف $\overline{YW}$

المطلوب: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

البرهان: تعلم أن Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$ و Z نقطة منتصف $\overline{YW}$، وبتعريف نقطة المنتصف $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZW}$ ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة $XY = YZ$ و $YZ = ZW$، باستعمال خاصية التعدي للمساواة $XY = ZW$

إذن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

27) برهان:

المعطيات: L نقطة منتصف $\overline{JK}$

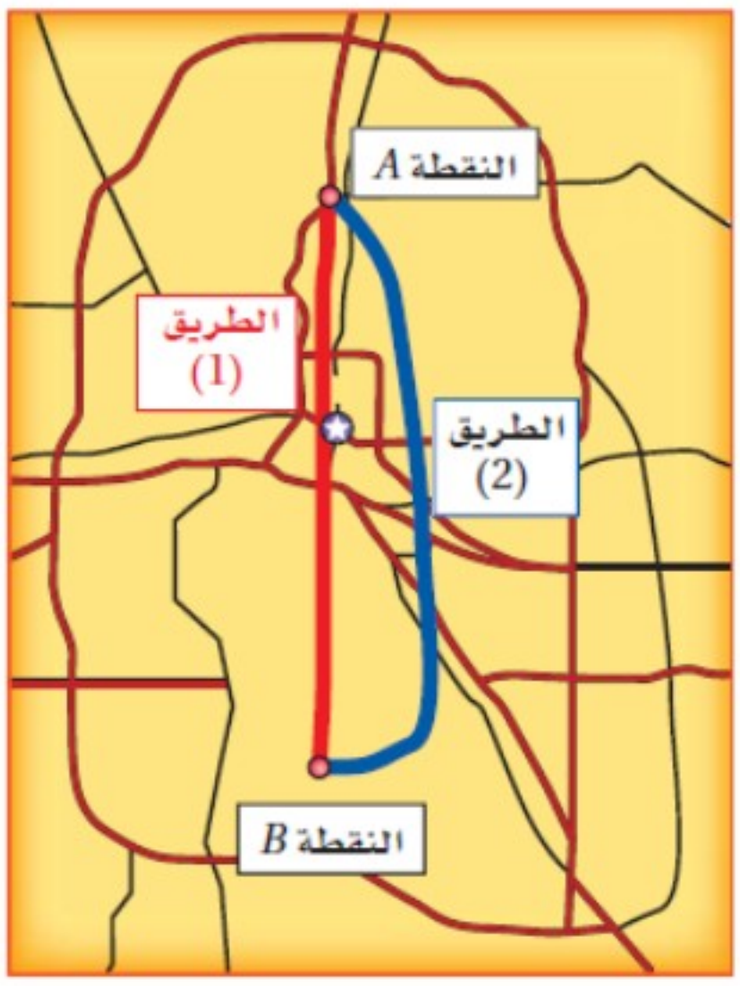
$\overline{JK}$ تتقاطع مع $\overline{MK}$ في K و $\overline{MK} \cong \overline{JL}$

المطلوب: $\overline{LK} \cong \overline{MK}$

البرهان: تعلم أن L نقطة منتصف $\overline{JK}$ و أن $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ من نظرية نقطة المنتصف ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{LK}$

وبما أن $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ إذن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$

28) خرائط



28a) إجابة ممكنة، بما انه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين

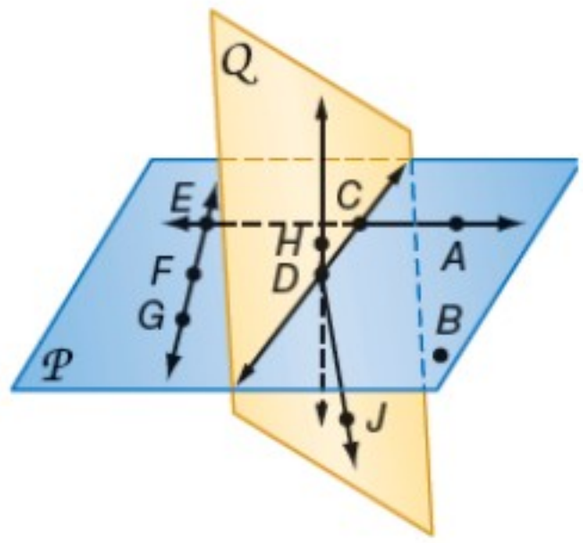
وان الطريق (1) يبدوا مستقيماً يمر بالنقطتين A,B

فإنه اقصر الطريقين.

28b) الطريق 2 هو الأسرع

في الشكل المجاور:

اذكر المسلّمة التي يمكن استعمالها لإثبات صحة كل عبارة مما يأتي:



29) المسلّمة1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

30) المسلّمة 1.3 كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

31) المسلّمة1.1 اي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

32) المسلّمة 1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

33) المسلّمة 1.4 كل مستوى يحتوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

34) المسلّمة 1.7 إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

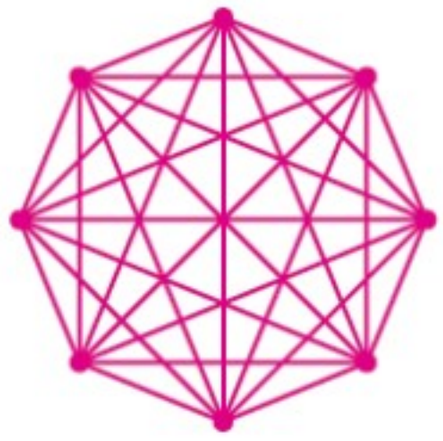
هندسة عمارة:

35) صمم احمد سطح منزله بحيث يكون مائلاً ويجب أن يكون ميل السطح على الأقل 4 بوصات لكل قدم، إلا أن ميل سطح منزل احمد هو 2 بوصة لكل قدم وهي اقل من 4 بوصات لكل قدم مما يعني أن الميل في التصميم غير كافي.

رياضة:

36a) مباراة $7+6+5+4+3+2+1=28$

36b)

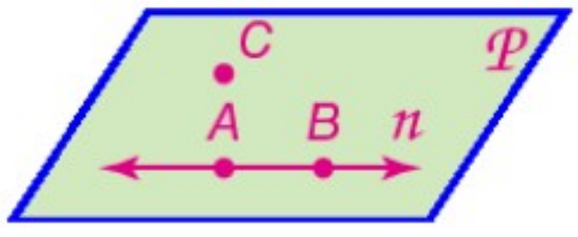


المسلّمة 1.1

36c) إذا كان هناك n فريق مشارك في البطولة، فإن عدد مباريات الدور الأول يساوي: $1+\cdots+(n-2)+(n-1)$

مسائل مهارات التفكير العليا

37) مسألة مفتوحة:



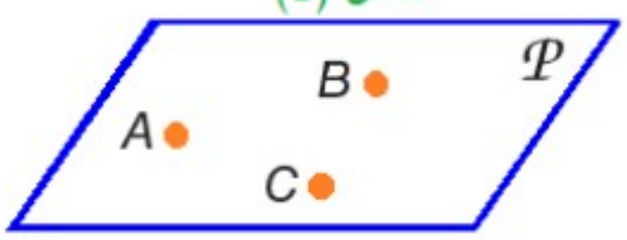
هذا الشكل يحقق المسلّمتين1.1 و1.3 لأن النقطتين A,B يمر بهما مستقيم واحد فقط.
وأيضاً يحقق المسلّمتين 1.2 و1.4 لأن ثلاث نقاط تقع في مستوى واحد ، وكذلك يحقق المسلّمة 1.5 لأنه توجد نقطتين A,B تقعان في المستوى، والمستقيم n الذي يمر بهما أيضاً يقع في المستوى P

38) اكتشف الخطأ:

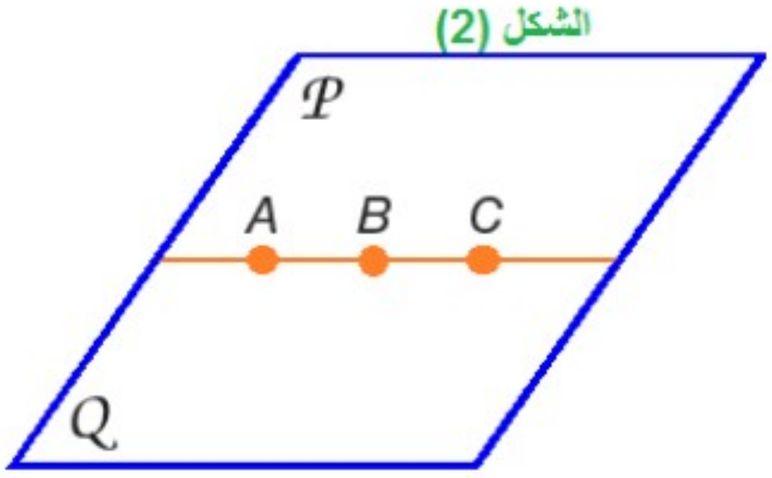
سعيد؛ يجب أن يبدأ البرهان بالمعطيات، و هي أن $\overline{AB}$ تطابق $\overline{BD}$، و النقاط A,B,D تقع على إستقامة واحدة.

39) تبرير:

الشكل (1)



الشكل (2)



صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط لا تقع على استقامة واحدة فهناك مستوى واحد فقط يمر في هذه النقاط بحسب المسلمة 1.2 والشكل (1) يوضح ذلك.

أما إذا كانت النقاط تقع على استقامة واحدة، فإنه يوجد عدد لانهائي من المستويات التي تمر بها.يوضح شكل(2) مستويين يمران في ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة، ويمكن رسم مستويات أخرى من الدوران حول هذه النقاط الثلاثة.

40) اكتب:

المسلمات والنظريات، يمكن أن تستعمل جميعها في البراهين.
يمكن إثبات النظريات فقط، ويمكن أن تفسر المفاهيم غير المعرفة من خلال الأمثلة أو الوصف، في حين يمكن تفسير المفردات المعرفة من خلال استعمالنا للمفردات غير المعرفة أو مفردات معرفة أخرى، إما المسلمات فهي العبارات التي تقبل على أنها صحيحة دائماً.

تدريب على الاختبار المعياري

41) H يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.

42) D ٦ اكبر عدد من المناطق التي تتشكل عندما تقطع ثلاثة مستقيمات مختلفة دائرة.

مراجعة تراكمية

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل علي نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

43) لا نتيجة.

44) $m\angle EFG$ أقل من 90° قانون الفصل المنطقي.

اكتب العبارتين الشرطيتين على صورة (إذا كان.... فإن.....)

45) إذا كان الطالب متفوقاً فإن اسمه يكتب في قائمة الشرف.

46) إذا كان الشخص بطلاً فإنه يخشى أن يخسر.

استعد للدرس اللاحق

حل كل من المعادلات الآتية:

47) $4x - 3 = 19$

$4x = 19 + 3$

$4x = 22$

$x = 22 \div 4$

$x = 5.5$

$$\frac{1}{3}x+6=14 \quad (48$$

$$\frac{1}{3}x=14-6$$

$$\frac{1}{3}x=8$$

$$x=3\times 8$$

$$x=24$$

$$5\left(x^2+2\right)=30 \quad (49$$

$$x^2+2=30\div 5$$

$$x^2+2=6$$

$$x^2=6-2$$

$$x^2=4$$

$$x=\sqrt{4}$$

$$x=2,-2$$

اختبار منتصف الفصل

الفصل 1

الدروس 1-1 إلى 1-5

اكتب تخميناً يصف في كل متتابعة مما يأتي، ثم أستعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

1) الحد التالي: 40 ، كل عنصر في هذا النمط ينتج من جمع العنصرين اللذين يسبقانه.

2) الحد التالي:

يحاط الشكل التالي في النمط بمربع أخر.

أعط مثالاً مضاداً يبين أن كلا من التخمينين الآتيين خاطئ:

3) إذا لم تكن A,B,C على استقامة واحدة فلن يكون ذلك صحيحاً.

4)عندما $n=1$ يكون التخمين خاطئاً لأن $1<1^3$ خاطئة.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر تبريرك:

5) في الأسبوع الواحد 7 أيام، وصفر هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم خاطئة، لأن صفر ليس الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم.

6) في الأسبوع الواحد 7 أيام وفي اليوم الواحد 24 ساعة صحيحة، لأن كلاً من p,q صحيحة.

7) في الأسبوع الواحد 7 أيام وصفر ليس هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم صحيحة، لأن كلاً من p , r □ صحيحة.

(8

p	q	$\sqcup q$	$p \vee \sqcup q$
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
T	T	F	T

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية:

9) الفرض: المضلع له خمسة أضلاع. النتيجة: المضلع خماسي.

10) الفرض: $4x-6=10$ النتيجة: $x=4$

11) الفرض: قياس الزاوية اقل من 90° .النتيجة: الزاوية حادة.

حدد قيمة الصواب لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. وإذا كانت أيهما صحيحة، ففسر تبريرك، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالاً مضاداً.

12) صحيحة، $m\angle 1+m\angle 2=180^\circ$

13) خاطئة $\angle 1, \angle 3$ متطابقتان.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك.

14) صحيحة: جميع المربعات مستطيلات.

15) صحيحة: المستقيمان المتعامدان يتقاطعان، في حين لا يتقاطع المستقيمان المتوازيان أبداً.

16) كرة قدم: صحيحة، أحرز فريق الفرسان أهدافاً أكثر في المباراة النهائية، فهو الفريق الفائز، إذاً فريق الفرسان هو من فاز بالكأس.

17) اختيار من متعدد: C إذا كنت أحد طلاب المدرسة الثانوية، فإن عمرك يؤهلك لقيادة السيارة.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وفسر تبريرك.

18) صحيحة أحياناً، تنص المسلّمة 1.4 على أن المستوى يحوي على الأقل ثلاث نقاط، لا تقع على استقامة واحدة.

19) صحيحة دائماً، تنص المسلّمة 1.1 على أن كل نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

20) غير صحيحة أبداً، تنص المسلمة 1.3 على أن كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

1-6 البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر كلا من العبارتين الآتيتين:

1A) خاصية الجمع للمساواة التي تنص على إذا كان $a=b$ فإن $a+c=b+c$.

1B) خاصية التماثل للمساواة التي تنص على إذا كانت $a=b$ فأن $b=a$

1C)

$2x-13=-5$ (معطيات)

$2x-13+13=-5+13$ (خاصية الجمع للمساواة)

$2x=8$ (التبسيط)

$x=4$ (خاصية القسمة للمساواة)

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

2A) المعطيات: $\frac{5x+1}{2}-8=0$

المطلوب: $x=3$

البرهان: العبارات(المبررات)

1) $\frac{5x+1}{2}-8=0$ (المعطيات)

2) $\frac{5x+1}{2}=8$ (خاصية الجمع للمساواة)

3) $8 \times 2 = 2 \times (\frac{5x+1}{2})$

4) $16 = 5x + 1$ (بالتبسيط)

5) $5x = 15$ (خاصية الطرح للمساواة)

6) $x = 3$ (خاصية القسمة للمساواة)

2B) فيزياء:

$d = \frac{u+v}{2} . t$ (معطيات)

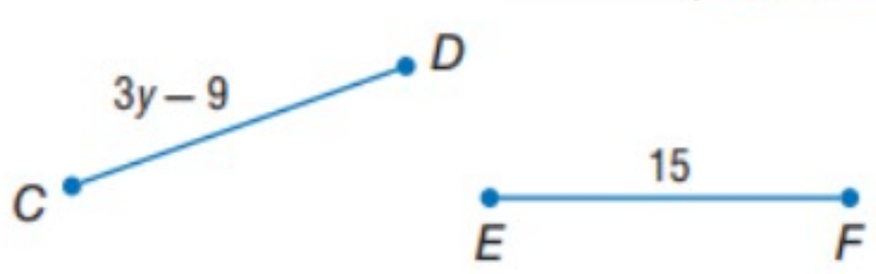
$\frac{u+v}{2} = \frac{d}{t}$ (خاصية القسمة للمساواة)

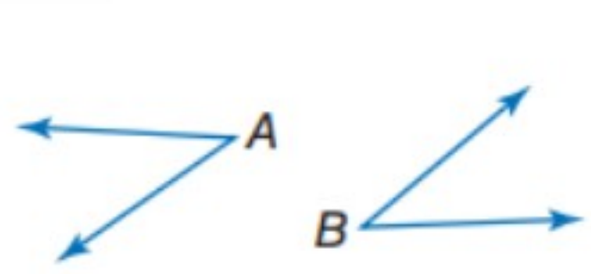
$2\frac{u+v}{2} = 2\left(\frac{d}{t}\right)$ (خاصية الضرب للمساواة)

$u + v = \frac{2d}{t}$ (بالتبسيط)

$u = \frac{2d}{t} - v$ (خاصية الطرح للمساواة)

$u = \frac{2d}{t} - v$ (خاصية التماثل للمساواة)





3A) المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

$37^\circ = m\angle A$

المطلوب: $m\angle B = 37^\circ$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\angle A \cong \angle B$ و $m\angle A = 37^\circ$ (المعطيات)

2) $m\angle A = m\angle B$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التماثل)

3B) المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

$3y - 9 = CD$, $15 = EF$

المطلوب: $Y = 8$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ (المعطيات)

2) $CD = EF$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $3y - 9 = 15$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $3y = 24$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $y = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: مثال١

1) خاصية التماثل للمساواة.

2)

$2(x+5)=11$ (معطيات)

$2x+10=11$ (خاصية التوزيع)

$2x=11-10$ (خاصية الطرح)

$x=\frac{1}{2}$ (خاصية القسمة)

3) أكمل البرهان الآتي : مثال٢

a) العبارات: $\frac{y+2}{3}=3$

b) المبررات: خاصية الضرب بالمساواة

c) العبارات: $y+2=9$ المبررات: التبسيط

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: مثالان٣، ٤

4)

المعطيات: $24=-4(x-3)+5x$

المطلوب: $x=12$

البرهان: العبارات (المبررات)

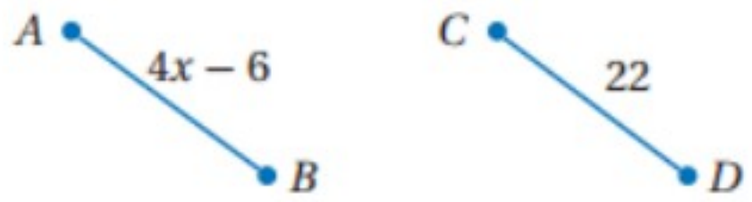
1) $24=-4x+12+5x$ خاصية التوزيع

$24=x+12$ خاصية الجمع للمساواة

$24-12=x$ خاصية الطرح للمساواة

$x=12$ خاصية التبسيط

(5



المعطيات:

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $x=7$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB=CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $4x-6=22$ (بالتعويض)

4) $4x=28$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $x=7$ (خاصية القسمة للمساواة)

6a) صحة:

البرهان:

1) 1) $T=0.75(220-a)$

2) $\frac{T}{0.75}=220-a$

3) $-a=\frac{T}{0.75}-220$

4) $a = -\frac{T}{0.75} + 220$

5) $-\frac{T}{0.75} + 220 = a$

6) $220 - \frac{T}{0.75} = a$

6b) عمره 16 سنة

$$a = 220 - \frac{153}{0.75}$$

$$a = 220 - 204$$

$$a = 16$$

تدرب وحل المسائل

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: المثال ١

7) خاصية الطرح للمساواة.

8) خاصية الضرب للمساواة.

9) خاصية التوزيع للمساواة.

10) خاصية التوزيع للمساواة.

11)

$4(x-5) = x+2$ (معطى)

$4x - 20 = x + 2$ (خاصية التوزيع)

$4x - x = 20 + 2$ (خاصية الجمع)

$3x = 22$ (خاصية الطرح)

$x = \frac{22}{3}$ خاصية القسمة

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

12) خاصية التعدي

13) خاصية الانعكاس.

14) خاصية الضرب للمساواة.

15) خاصية التعويض.

16) خاصية التعدي للمساواة

أكمل البرهانين الآتيين: المثالان٣، ٢

17)

العبارات	المبررات
a) $\frac{8-3x}{4} = 32$	a) معطيات
b) $4\left(\frac{8-3x}{4}\right) = 4(32)$	b) خاصية الضرب للمساواة
c) $8-3x = 128$	c) بالتبسيط
d) $-3x = 120$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $x = -40$	e) خاصية القسمة للمساواة

18) علوم:

$d = vt + \frac{1}{2}at^2$ (معطى)

$2d = 2vt + at^2$ (خاصية الضرب للمساواة)

$at^2 = 2d - 2vt$ (خاصية الطرح للمساواة)

$a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$ (خاصية القسمة للمساواة)

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: المثال٣

19)

المعطيات: $-\frac{1}{3}n = 12$

المطلوب: $n = -36$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $-\frac{1}{3}n = 12$ (معطيات)

2) $-3\left(\frac{-1}{3}n\right) = -3 \times 12$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $n = -36$ (بالتبسيط)

20)

المعطيات: $-3r + \frac{1}{2} = 4$

المطلوب: $r = -\frac{7}{6}$

البرهان: العبارات(المبررات)

1) $-3r + \frac{1}{2} = 4$ (معطيات)

2) $2\left(-3r+\frac{1}{2}\right)=2\times 4$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $-6r+1=8$ (بالتبسيط)

4) $-6r=7$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $r=-\frac{7}{6}$ (خاصية القسمة للمساواة)

21a) علوم

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $PV=nRT$ (معطيات)

2) $\frac{PV}{nR}=\frac{nRT}{nR}$ (خاصية القسمة للمساواة)

3) $\frac{\mathrm{PV}}{\mathrm{nR}}=T$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $T=\frac{PV}{nR}$ (خاصية التماثل للمساواة)

21b) 305° كلفين، خاصية التعويض للمساواة.

$$T=\frac{PV}{nR}=\frac{1\times 25}{1\times 0.0821}=305^\circ$$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينات الآتية:

22) المعطيات: $\overline{DF}\cong\overline{EG}$

المطلوب: $x=10$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{DF}\cong\overline{EG}$ (معطيات)

2) $DF = EG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $11 = 2x - 9$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $20 = 2x$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $10 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

6) $x = 10$ (خاصية التماثل للمساواة)

23) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المطلوب: $x = 4$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطيات)

2) $AB = AC$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $3x + 15 = 5x + 7$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $8 = 2x$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $4 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

6) $x = 4$ (خاصية التماثل للمساواة)

24) المعطيات: $\angle Y \cong \angle Z$

المطلوب : $x = 100$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle Y \cong \angle Z$ (معطيات)

2) $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 10 = 2x - 90$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $10 = x - 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $100 = x$ (خاصية الجمع للمساواة)

6) $x = 100$ (خاصية التماثل للمساواة)

25)

المعطيات: $\angle MPN \cong \angle QPN$

المطلوب: $x = 16$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle MPN \cong \angle QPN$ (المعطيات)

2) $m\angle MPN = m\angle QPN$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 26 = 2x + 10$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $16 = x$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $x = 16$ (خاصية التماثل للمساواة)

26a) كهرباء:

المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

المطلوب: $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

١) $V = \frac{P}{I}$ (معطيات)

٢) $V \cdot \frac{1}{2} = \frac{P}{I} \cdot \frac{1}{2}$ (خاصية الضرب بالمساواة)

٣) $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$ (بالتبسيط)

(26b

المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

المطلوب: $2V = \frac{2P}{I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

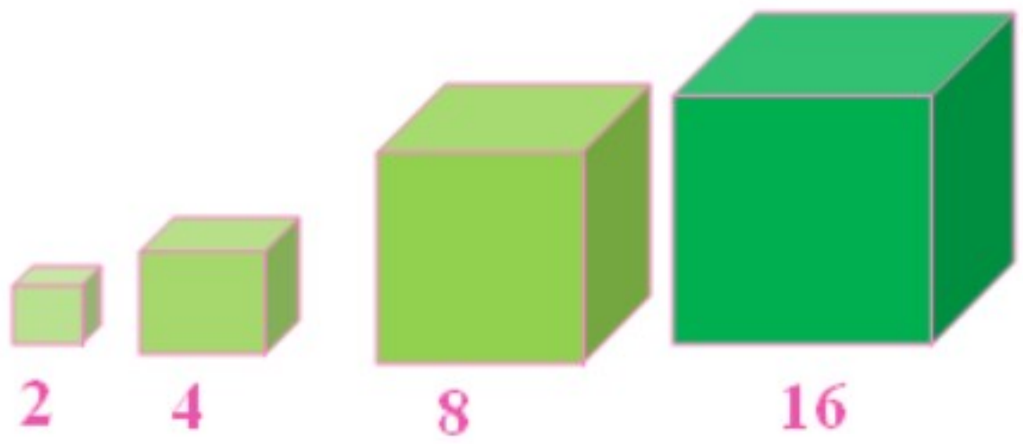
١) $V = \frac{P}{I}$ (معطيات)

٢) $2V = 2.\frac{P}{I}$ (خاصية الضرب للمساواة)

٣) $2V = \frac{2P}{I}$ (بالتبسيط)

27) تمثيلات متعددة:

27a) حسياً:



27b) جدولياً:

حجم المكعب $= S^3$

طول الضلع (S)	الحجم(V)
٢	$8 = 2^3$
٤	$١٢٨ = 4^3$
٨	$٥١٢ = 8^3$
١٦	$٤٠٩٦ = 16^3$

27c) لفظياً: إذا تضاعف طول ضلع المكعب، فإن حجمه يصبح ٨ أمثال الحجم الأصلي.

27d) جبرياً: $8V = (2s)^3$

27e) منطقياً: المعطيات: مكعب طول ضلعهs وحدة وحجمه V وحدة مكعبة

المطلوب: $8V = (2s)^3$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) طول ضلع المكعب s وحدة. (معطيات)

٢) حجم المكعب V وحدة مكعبة. (معطيات)

٣) $V = s^3$ (صيغة حجم المكعب)

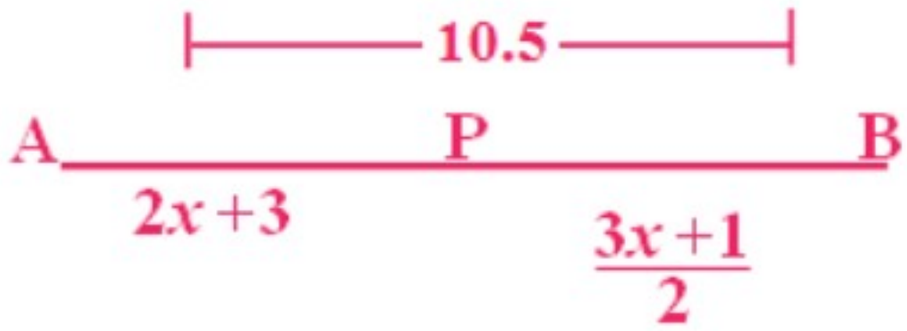
٤) $V = s.s.s$ (تعريف الأس)

٥) $V = 2.s.2.s.2.s$ ٢,٢,٢. (خاصية الضرب للمساواة)

٦) $8V = (2s)(2s)(2s)$ (بالتبسيط)

٧) $8V = (2s)^3$ (تعريف الأس)

28) تحد:



المعطيات: $AP = 2x + 3$

$$PB = \frac{3x+1}{2}$$

$$AB = 10.5$$

المطلوب: $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $PB = \frac{3x+1}{2}$ (معطيات)

$AP = 2x + 3, AB = 10.5$

٢) $2x + 3 + \frac{3x+1}{2} = 10.5$ (خاصية التعويض للمساواة)

٣) $2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 10.5 \times 2$ (خاصية الضرب للمساواة)

٤) $2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 21$ (بالتبسيط)

٥) $2 \times 2x + 2 \times 3 + 2 \times \frac{3x+1}{2} = 21$ (خاصية التوزيع)

٦) $4x + 6 + 3x + 1 = 21$ (بالتبسيط)

٧) $7x+7=21$ (بالتبسيط)

٨) $7-7+7x=21-7$ (خاصية الطرح للمساواة)

٩) $7x=14$ (بالتبسيط)

١٠) $x=2$ (خاصية القسمة للمساواة)

١١) $AP=2\times2+3$ (خاصية التعويض للمساواة)

١٢) $AP=4+3$ (بالتبسيط)

١٣) $AP=7$ (بالتبسيط)

١٤) $\frac{AP}{AB}=\frac{7}{10.5}$ (خاصية التعويض للمساواة)

١٥) $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$ (بالتبسيط)

تبرير:

٢٩) صحيحة دائماً، إذا كان $a+b=0$ فإن $a+b-b=0-b$ (خاصية الطرح للمساواة)

$a=-b$ (بالتعويض) ولذا تكون هذه العبارة صحيحة دائماً.

٣٠) صحيحة أحيانا، إجابة ممكنة إذا كان $a^2=1$

وكان $a=1$ فإن $\sqrt{b}=\sqrt{1}=1$

وعندما $a=-1$ و $b=1$ فإن $\sqrt{b}=1$

لأن الجذر التربيعي غير سالب، عندئذٍ تكون العبارة غير صحيحة، ولذلك فالعبارة صحيحة أحيانا.

31) تحد:

31a) $5+7=12$, $7+9=16$, $3+5=8$ هذه أمثلة توضح التخمين، ولكنها لا تثبته، وذلك لن الأعداد الفردية المذكورة لا تمثل جميع الأعداد الفردية، وإنما هي أمثلة فقط.

31b) أمثلة: $2(2)-1=3$, $2(3)-1=5$, $2(4)-1=7$

31c) سوف اجمع العبارتين $2m-1, 2n-1$ اللتين تمثلين أي عددين فرديين، وأثبت أن المجموع من مضاعفات العدد ٢.

31d) أفترض أن العددين الصحيحين الفرديين هما $2m-1, 2n-1$ فيكون المجموع $(2m-1)+(2n-1)$ يساوي $2n+2m-1$

نلاحظ أن كل حد يحوي العامل ٢، لذا يمكن أخراجه عاملاً مشتركاً لينتج

$2(n+m-1)$. وهذه الصيغة هي المضاعفة للعدد ٢، إذاً هي تمثل عدداً زوجياً، لذا فإن مجموع عددين صحيحين فرديين هو عدد صحيح زوجي.

٣٢) اكتب: البرهان الحر هو نوع من البراهين الذي تكتب فيه الخطوات جملاً كاملة على شكل فقرة. وهذا النوع من البرهان يمثل في محتواه البرهان ذا العمودين ولكنه يختلف عنه شكلاً. وهذا البرهان أسهل في الكتابة من ذي العمودين.

البرهان ذي العمودين تُكتب العبارات في عمود وتكتب المبررات في عمود آخر بجانب العمود الأول.

تدريب على الاختبار المعياري

٣٣) B

٣٤) J

مراجعة تراكمية

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحيانا أو غير صحيحة أبداً. فسر إجابتك.

٣٥) صحيحة أحيانا، لأن المستوى يتضمن ثلاث نقاط على الأقل، أما النقطة الرابعة فإما أن تقع على هذا المستوى أو على مستوى آخر.

٣٦) غير صحيحة أبداً: مجموع الزاويتين المتكاملتين يساوي ° ١٨٠

إذن الزاويتان المنفرجتان لا يمكن أن تكونا متكاملتين.

٣٧) صحيحة دائماً، بما أن المستقيم هو خط تقاطع المستويين، فإن هذا المستقيم يقع في كلا المستويين.

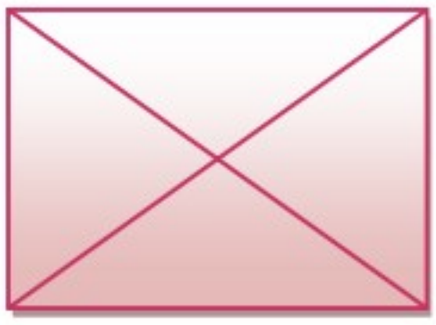
حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات مبرراً إجابتك.

٣٨) صحيحة، بما أن ٢٤ تقبل القسمة على ٦، إذن وفق قانون الفصل المنطقي، فإنها تقبل القسمة على ٣.

٣٩) غير صحيحة، $6 \div 27 = 4,5$ والعدد ٤,٥ ليس عدداً صحيحاً

٤٠) صحيحة، بما أن ٨٥ لا يقبل القسمة ٣، إذن حسب المعاكس الإيجابي للعبارة وقانون الفصل المنطقي، فإن ٨٥ لا تقبل القسمة على ٦.

٤١) مبان: ٦ ممرات



استعد للدرس اللاحق

أوجد طول كل قطعة مستقيمة مما يأتي مستعيناً بالشكل:

٤٢) $\overline{ST} = 4.0 - 1.2 = 2.8\text{cm}$

٤٣) بما أن $\overline{XY} = \overline{WX}$

إذن X منتصف $\overline{WY}$

$\overline{WY} = 4.8 \div 2 = 2.4\text{cm}$

(٤٤

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$

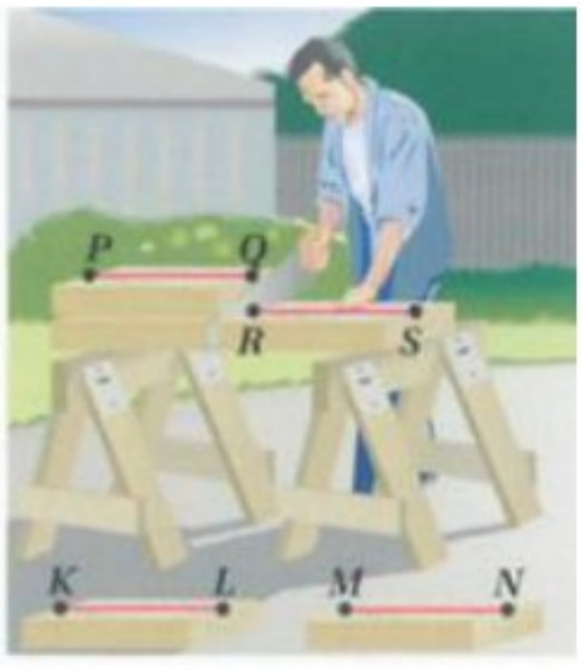
$3\frac{1}{4} \div 3 = 1\frac{1}{4}$ in

1-7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

تحقق

صفحة ٥٧

العبارات	المبررات
$\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (a	a) معطيات
$JL = KM$ (b	b) تعريف تطابق القطع المستقيمة
$JK + KL = JL$ (c $KL + LM = KM$	c) مسلمة جمع القطع المستقيمة
$JK + KL = KL + LM$ (d	d) بالتعويض
$JK + KL - KL = KL + LM - KL$ (e	e) خاصية الطرح للمساواة
$JK = LM$ (f	f) بالتعويض
$\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (g	g) تعريف تطابق القطع المستقيمة



٢) نجارة:

المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}$

$\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: العبارات و (المبررات)

$\overline{PQ} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{KL}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$ (معطيات)

$\overline{PQ} = \overline{MN}$ و $\overline{MN} = \overline{KL}$ و $\overline{KL} \cong \overline{MN}$ (خاصية تطابق القطع المستقيمة)

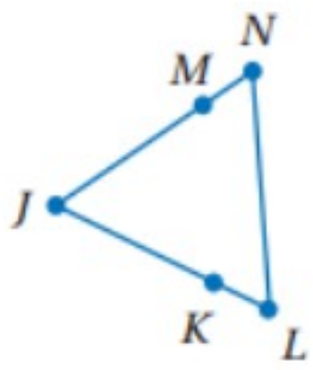
إذا كان $\overline{PQ} = \overline{MN}$ و $\overline{MN} = \overline{KL}$ فإن $\overline{PQ} = \overline{KL}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

إذا كان $\overline{PQ} = \overline{RS}$ فإن $\overline{KL} = \overline{RS}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

$\overline{KL} = \overline{RS}$ باستعمال خاصية التماثل للتطابق.

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساويً لطول القطعة الخشبية الرابعة.

أكمل البرهان الآتي: المثال ١



1a) (معطيات)

1b) $\overline{LK} = \overline{NM}$, $\overline{KJ} = \overline{MJ}$

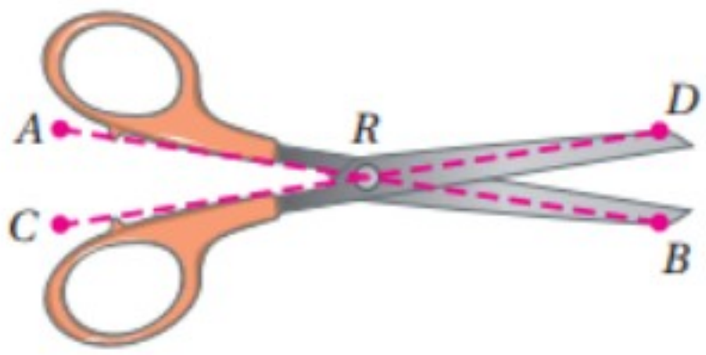
1e) $LJ + NJ$

1c) خاصية الجمع للمساواة

1f) التعويض

1g) خاصية معرفة تطابق القطع المستقيمة

٢) مقص:



المعطيات: $\overline{AR} \cong \overline{CR}$

$\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب: $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان: العبارات (المبررات)

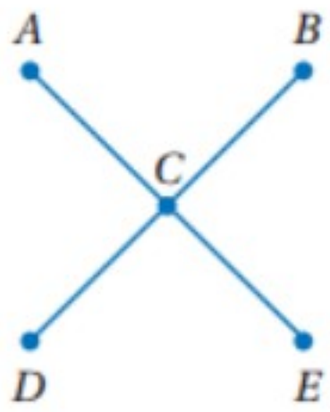
١) $\overline{AR} \cong \overline{CR}, \overline{DR} \cong \overline{BR}$ (معطيات)

٢) $AR = CR, DR = BR$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AR + DR = CR + BR$ (خاصية الجمع للمساواة)

تدرب وحل المسائل

3) أكمل البرهان الآتي: مثال١



(3a

a) C نقطة منتصف $\overline{AE}$ ، C نقطة منتصف $\overline{BD}$

b) تعريف نقطة المنتصف

c) $\overline{AE} \cong \overline{BD}$ تعريف تطابق القطع المستقيمة

d) $AE = AC + CE$

$BD = BC + CD$

e) التعويض

f) التعويض

g) $2AC = 2CD$

h) $\frac{\cancel{2}AC}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{2}CD}{\cancel{2}}$

i) تطابق القطع المستقيمة

٤) **تبليط:** المثال٢

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$ (معطيات)

٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AB + AB = EF$ (بالتعويض)

٤) $2AB = EF$ (بالتعويض)

أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (١,٢).

٥) خاصية التماثل للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $CD = AB$ (خاصية التماثل للمساواة)

٤) $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٦) خاصية الانعكاس للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB}$ (معطيات)

٢) $AB = AB$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

٣) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٧) برهان: أثبت كلا مما يأتي:

المعطيات: $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$, $\overline{VY} \cong \overline{VZ}$

المطلوب: $\overline{VX} \cong \overline{VW}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$, $\overline{VY} \cong \overline{VZ}$ (المعطيات)

٢) $VZ = VY$, $WY = XZ$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $VZ = VX + XZ$, $VY = VW + WY$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $VX + XZ = VW + WY$ (بالتعويض)

٥) $VX + WY = VW + WY$ (بالتعويض)

٦) $VX = VW$ (خاصية الطرح للمساواة)

٧) $VX = VW$ (خاصية التماثل للمساواة)

٨) $\overline{VX} \cong \overline{VW}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٨) المعطيات: E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

المطلوب: $\overline{CE} \cong \overline{EG}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ (معطيات)

٢) $DE = EF$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $CD = FG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٤) $CD + DE = EF + FG$ (خاصية الجمع للمساواة)

٥) $CE = CD + DE, EG = EF + FG$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٦) $CE = EG$ (بالتعويض)

٧) $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(9a

المعطيات: $\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{EF} \cong \overline{LK}, AC + CF + EF = GI + IL + LK$

المطلوب: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) $\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{EF} \cong \overline{LK}, AC + CF + EF = GI + IL + LK$ (معطيات)

٢) $EF = LK, AC = GI$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AC + CF + FE = AC + IL + KL$ (بالتعويض)

٤) $AC - AC + IL + LK = AC - AC + CF + FE$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $IL + LK = CF + FE$ (بالتبسيط)

٦) $IL + FE = CF + FE$ (بالتعويض)

٧) $IL + FE - FE = CF + FE - FE$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $IL = CF$ (بالتبسيط)

٩) $\overline{IL} \cong \overline{CF}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

9b) لقد قست $\overline{CF}$ و $\overline{IL}$ وهما متساويتا الطول، إذاً هما متطابقتان.

١١) تمثيلات متعددة:

10a)

10b) $PQ = 8PC$

10c)

يمكنك قياس طول $\overline{PC}$ ووضع علامات على $\overline{PQ}$ لقطع طول كل منها يساوي طول $\overline{PC}$، ثم عد القطع الناتجة.

10d) المعطيات A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$

المطلوب: $PQ = 8PC$

العبارات (المبررات)

١) المعطيات A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$

٢) $PC = CB$, $PB = BA$, $PA = AQ$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $PC + CB = PB$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $PC + PC = PB$ (بالتعويض)

٥) $2PC = PB$ (بالتبسيط)

٦) $PB + BA = PA$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٧) $PB + PB = PA$ (بالتعويض)

٨) $2PB = PA$ (بالتبسيط)

٩) $2(2PC) = PA$ (بالتعويض)

١٠) $4PC = PA$ (بالتعويض)

١١) $PA + AQ = PQ$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

١٢) $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

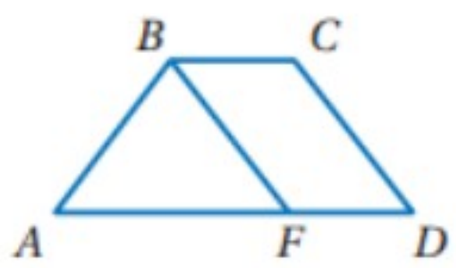
13) $2PA = PQ$ (بالتبسيط)

14) $2(4PC) = PQ$ (بالتعويض)

15) $8PC = PQ$ (بالتبسيط)

مسائل مهارات التفكير العليا

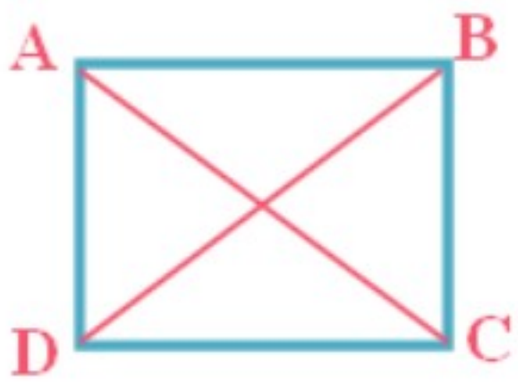
١١) اكتشف الخطأ:



كلاهما اخطأ والإجابة الصحيحة هي بما أن $\overline{CD} \cong \overline{PF}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

فإن $\overline{AB} \cong \overline{PF}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

١٢) تحد:



المعطيات: $ABCD$ مربع

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $ABCD$ مربع (معطيات)

٢) $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

٣) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 , (BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظرية فيثاغورث)

٤) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (بالتعويض)

٥) $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي للمساواة)

٦) $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

٧) $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (بالتعريف يجب أن يكون الطول موجباً)

٨) $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

٩) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

١٣) اكتب:

لا، لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة، والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها، في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكننا جمعها.

١٤) تبرير:

خطأ، إذا كان $AC = BD = CE = 10$، فإن
$DE = 3, CD = 7, BC = 3, AB = 7$

١٥) مسألة مفتوحة:

$$AC = AB + BC$$

تدريب على الاختبار المعياري

١٦) B

١٧) C

مراجعة تراكمية

١٨) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين.

البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $-3(2x+1)=57$ (معطيات)

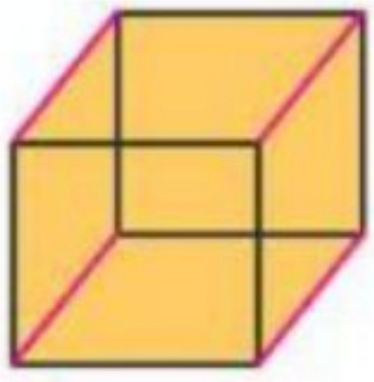
٢) $-6x-3=57$ (خاصية التوزيع)

٣) $-6x=60$ (خاصية الجمع)

٤) $x=\frac{-60}{6}$ (خاصية القسمة)

٥) $x=-10$

١٩) نماذج:



و ينتج ١٢ مستقيماً من تقاطعهما

20) أنماط:

استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

٢٢) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها $= 90^\circ$

$$(5x-2)^\circ + (8x+1)^\circ = 90^\circ$$
$$13x = 90 + 1 = 91$$
$$x = 91 \div 13$$
$$x = 7$$

٢٣) بما أن الزاوية مستقيمة إذن قياسها $= 180^\circ$

$$(8x+4)^\circ + 14x^\circ = 180^\circ$$
$$22x + 4 = 180$$
$$22x = 180 - 4 = 176$$
$$x = 176 \div 22$$
$$x = 8$$

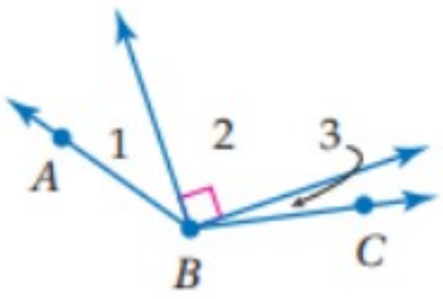
٢٤) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها $= 90^\circ$

$$2x^\circ + 4x^\circ = 90^\circ$$
$$6x = 90$$
$$x = 90 \div 6$$
$$x = 15$$

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا

تحقق

١)



$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$

(مسلّمة جميع الزوايا)

$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ $(m\angle 2 = 90^\circ)$

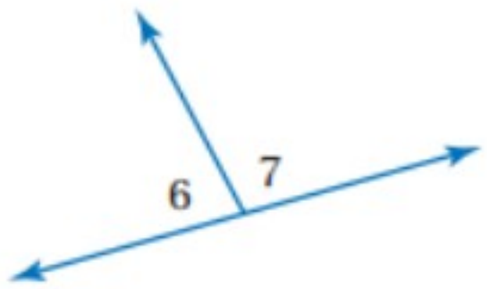
$113^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ (بالتبسيط)

$113^\circ + m\angle 3 - 113^\circ = 131^\circ - 113^\circ$ (خاصية الطرح للمساواة)

$m\angle 3 = 18^\circ$ (بالتبسيط)

تحقق صفحة ٦٣

٢)



بما أن 7∠ و 6∠ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهما = ١٨٠°

$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتان المتكاملتان)

$3x + 32 + 5x + 12 = 180^\circ$ بالتعويض

$8x + 44 = 180^\circ$ بالتبسيط

$8x + 44 - 44 = 180^\circ - 44$ خاصية الطرح للمساواة

$8x = 136$ بالتبسيط

$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$ خاصية القسمة للمساواة

$x = 17$ بالتبسيط

$m\angle 6 = 3x + 32$ معطيات

$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83$ بالتعويض

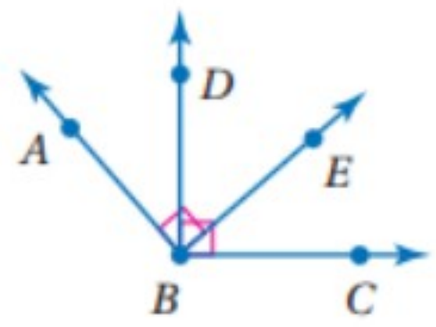
$m\angle 6 = 83$ بالتبسيط

$m\angle 7 = 5x + 12$ معطيات

$m\angle 7 = 5(17) + 12$ بالتعويض

$m\angle 7 = 97$ بالتبسيط

٣)



المعطيات: $\angle DBC$ و$\angle ABE$ قائمتان.

المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

١) $\angle DBC$ و$\angle ABE$ قائمتان (معطيات)

٢) $m\angle DBC = 90 , m\angle ABE = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $\angle ABD , \angle DBE$ متتامتان

$\angle EBC , \angle DBE$ متتامتان (نظرية الزاويتين المتتامتين)

4) $\angle ABD \cong \angle EBC$ (نظرية تطابق المتممات)

4) $\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m\angle 4 \cong m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

$6x + 2 = 8x - 14$ (بالتعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع للمساواة)

$6x + 16 = 8x$ (بالتبسيط)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح للمساواة)

$16 = 2x$ (بالتبسيط)

$x = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)

$m\angle 3 = 6x + 2$ (معطى)

$m\angle 3 = 6(8) + 2$ (بالتعويض)

$m\angle 3 = 50^\circ$ (بالتبسيط)

$m\angle 3 = m\angle 4$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m\angle 4 = 50^\circ$ (بالتعويض)

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. مثال ١

١)

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$x + (x - 16) = 90$$
$$2x = 16 + 90 = 106$$

$$x = \frac{106}{2} = 53$$
$$m\angle 2 = 53^\circ$$
$$m\angle 3 = x - 16 = 53 - 16$$
$$m\angle 3 = 37^\circ$$

٢)

$m\angle 4$ و $m\angle 5$ زاويتان متجاورتان مجموعهما 180°

$$(3(x-1))^\circ + (x+7)^\circ = 180^\circ$$
$$3x - 3 + x + 7 = 180$$
$$4x + 4 = 180$$
$$4x = 176$$
$$x = 176 \div 4$$
$$x = 44$$

$$m\angle 4 = 3 \times (44 - 1)$$
$$m\angle 4 = 129^\circ$$

$$m\angle 5 = (44 + 7)$$
$$m\angle 5 = 51^\circ$$

٣) موقف: مثال٢

المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 6$

المطلوب: $\angle 4 \cong \angle 8$

البرهان:

١) $\angle 2 \cong \angle 6$ (معطيات)

٢) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$

$m\angle 2 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$ (بالتعويض)

٤) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

$m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

$m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (بالتعويض)

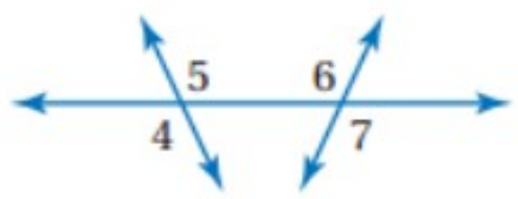
٦) $m\angle 4 = m\angle 8$ (بالتعويض)

٧) $\angle 4 \cong \angle 8$ (تعريف تطابق الزوايا)

٤) برهان: المثال٣

العبارات	المبررات
a) $\angle 1, \angle 3$ متتامتان و $\angle 1, \angle 3$ متتامتان	a) معطيات
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = 90^\circ$	b) تعريف الزاويتين المتتامتين
$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c) بالتعويض
d) $m\angle 1 = m\angle 2$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $\angle 1 \cong \angle 2$	e) تعريف تطابق الزوايا

٥) برهان: المثال٤



المعطيات ∠7≅∠4

المطلوب: ∠6≅∠5

البرهان: العبارات و(المبررات)

١) ∠7≅∠4 (معطيات)

٢) ∠4≅∠5 , ∠6≅∠7 (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٣) ∠5≅∠7 (خاصية التعدي للتطابق)

٤) ∠5≅∠6 (خاصية التعدي للتطابق)

تدرب وحل المسائل

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. الأمثلة٣-١

٦) $m\angle 5 = m\angle 6 = 45^\circ$ (مسلمة جمع الزوايا ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

٧)

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$28^\circ + m\angle 3 = 90^\circ$$
$$m\angle 3 = 90^\circ - 28^\circ$$
$$m\angle 3 = 62^\circ$$

$m\angle 1 = m\angle 4 = 45^\circ$ (نظرية الزاويتين المتتامتين ومسلمة جمع الزوايا)

٨)

$m\angle 2$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$$
$$m\angle 2 + 105^\circ = 180^\circ$$
$$m\angle 2 = 180^\circ - 105^\circ$$
$$m\angle 2 = 75^\circ$$

$m\angle 5$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 5 + m\angle 4 = 180^\circ$$
$$m\angle 5 + 105^\circ = 180^\circ$$
$$m\angle 5 = 180^\circ - 105^\circ$$
$$m\angle 5 = 75^\circ$$

$$m\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ$$
$$m\angle 3 = 105^\circ$$

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

٩)

$$(3x+12)^\circ+(x-24)^\circ=180^\circ$$
$$4x-12=180^\circ$$
$$4x=192^\circ$$
$$x=192\div4$$
$$x=48$$

$$m\angle9=3\times48+12$$
$$m\angle9=156^\circ$$

$$m\angle10=48-24$$
$$m\angle10=24^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

١٠)

$$(2x+23)^\circ=(5x-112)^\circ$$
$$5x-112-2x-23=0$$
$$3x-135=0$$
$$3x=135$$
$$x=135\div3$$
$$x=45^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$$m\angle3=2\times45+23$$
$$m\angle3=113^\circ$$

$$m\angle4=113^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

١١)

$$(2x-21)^\circ+(3x-34)^\circ=180^\circ$$
$$5x-55=180$$
$$5x=235$$
$$x=235\div5$$
$$x=47$$

$$m\angle 6 = 2\times 47 - 21$$
$$m\angle 6 = 73^\circ$$

$$m\angle 7 = 3\times 47 - 34$$
$$m\angle 7 = 107^\circ$$

$m\angle 8 = 73^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين ونظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين في كل مما يأتي: المثال٤

١٢)

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$ (مسلمة جمع الزوايا)

٤) $m\angle ABD + m\angle CBD = 90$ (بالتعويض)

٥) $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان (تعريف الزاويتان المتتامتان)

١٣)

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle 6 \cong \angle 5$ (معطيات)

٢) $m\angle 6 = m\angle 5$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $\angle 5$ و $\angle 4$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

٤) $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٥) $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$ (بالتعويض)

٦) $\angle 6, \angle 4$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

اكتب برهانا لكل من النظريات الآتية:

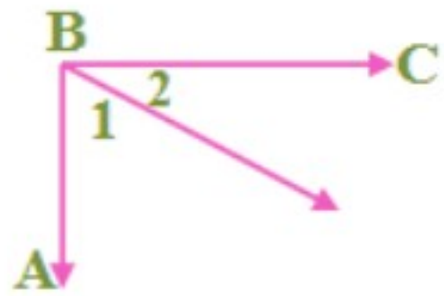
١٤)

المعطيات: ∠2 , ∠1 متجاورتين على مستقيم

المطلوب: ∠2 , ∠1 متكاملتين.

برهان حر: عندما تكون الزاويتين متجاورتين على مستقيم، فإن الزاوية الناتجة عنهما هي زاوية مستقيمة قياسها 180°.وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتان، إذا كان مجموع قياسهما يساوي 180°.وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ وبذلك تكون الزاويتين متكاملتين إذا كانتا متجاورتان على مستقيم.

١٥)



المعطيات $\angle ABC$ قائمة

المطلوب ∠1,∠2 متتامتان

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

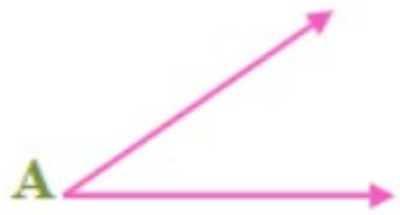
٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسلمة جمع الزوايا)

٤) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

٥) ∠2, ∠1 متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

١٦)



المعطيات: $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

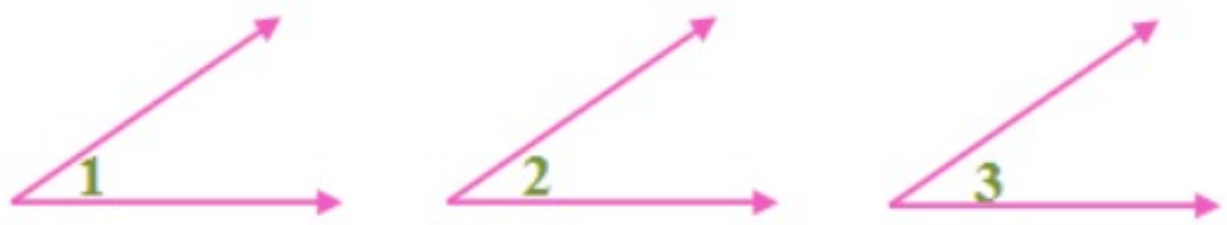
البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $\angle A$ (معطيات)

٢) $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

٣) $\angle A \cong \angle A$ (تعريف تطابق الزوايا)

١٧)



المعطيات∠1≅∠2, ∠2≅∠3

المطلوب∠1≅∠3

البرهان:

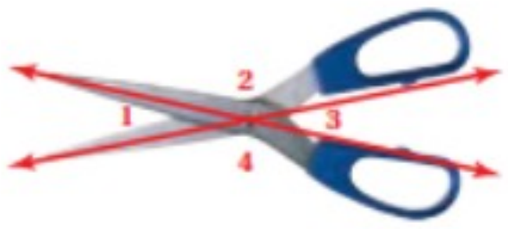
١) ∠1≅∠2, ∠2≅∠3 (معطاة)

٢) $m\angle 1 = m\angle 2$,$m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصية التعدي للمساواة)

٤) ∠1≅∠3 (تعريف تطابق الزوايا)

١٨) برهان:



المعطيات: $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360^\circ$

البرهان:

١) $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين (معطاة)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$, $m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180 + m\angle 3$ (خاصية الجمع للمساواة)

٤) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

٥) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + 180$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360$ (بالتبسيط)

١٩) طبيعة:

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان :

١) $\angle 1 \cong \angle 4$ (معطيات)

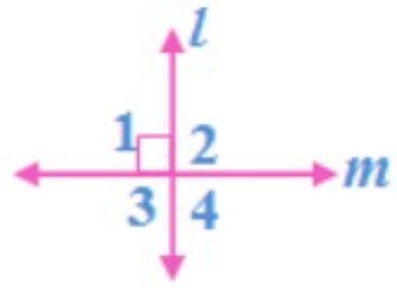
٢) $\angle 1 \cong \angle 2$, $\angle 3 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٣) $\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

٤) $\angle 2 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكل من النظريات الآتية:

٢٠) نظرية ١,٩: يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة



المعطيات: $e \perp m$

المطلوب: $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم

البرهان:

١) $e \perp m$ (معطيات)

٢) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

٣) $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٤) $\angle 4 \cong \angle 1$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٥) $m\angle 4 = m\angle 1$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

٦) $m\angle 4 = 90^\circ$ (بالتعويض)

٧) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم

$\angle 4, \angle 3$ متجاورتين على مستقيم. (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

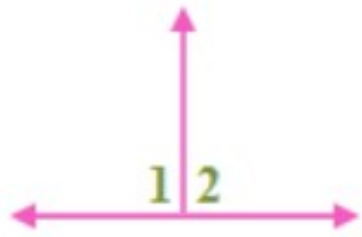
٨) $m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ, m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٩) $90 + m\angle 3 = 180$, $90 + m\angle 2 = 180$ (بالتعويض)

١٠) $m\angle 3 = 90$, $m\angle 2 = 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

١١) $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم (تعريف الزاوية القائمة)

٢١) نظرية ١,١٠: جميع الزوايا القائمة متطابقة



المعطيات: ∠2, ∠1 قائمتان

المطلوب: ∠1≅∠2

البرهان:

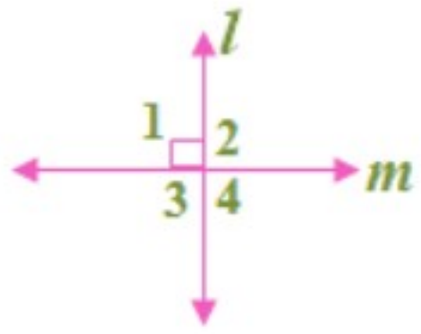
١) ∠1,∠2 قائمتان (معطاة)

٢) $m\angle 1=90, m\angle 2=90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (بالتعويض)

٤) ∠1≅∠2 (تعريف تطابق الزوايا)

٢٢) نظرية ١,١١: المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة



المعطيات: $e \perp m$

المطلوب: ∠1≅∠2 ≅∠4 ≅∠3

البرهان:

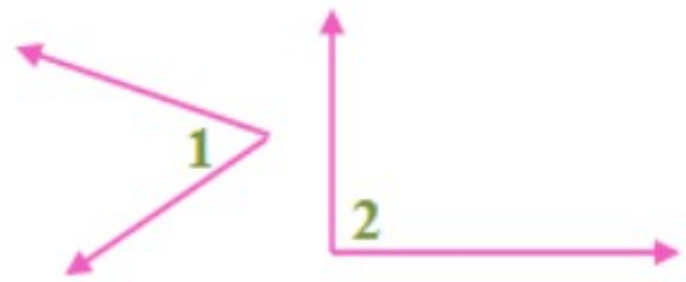
١) $e \perp m$ (معطاة)

٢) ∠1 ,∠2 قائمتان

∠3 ,∠4 قائمتان (يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان ٤ زوايا قائمة)

٣) ∠1≅∠2 ≅∠4 ≅∠3 (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

٢٣) نظرية ١,١٢: إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين فإنهما قائمتان.



المعطيات: ∠2 , ∠1 متكاملتان∠2≅∠1

المطلوب: ∠2 ,∠1 قائمتان

البرهان:

١) ∠2 , ∠1 متكاملتان∠2≅∠1 (معطيات)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (تعريف الزاوية المتكاملة)

٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

٤) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ (بالتعويض)

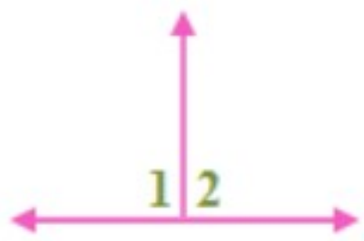
٥) $2m\angle 1 = (180)$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)

٧) $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

٨) ∠2,∠1 قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)

٢٤) نظرية ١,١٣: إذا تجاورت زاويتان على مستقيم، وكانتا متطابقتين، فإنهما قائمتان.



المعطيات: ∠2,∠1 متجاورتين على مستقيم، ∠2≅∠1

المطلوب: ∠2,∠1 قائمتين

البرهان:

١) ∠1,∠2 متجاورتين على مستقيم، ∠2≅∠1

٢) ∠2 = ∠1 تعريف تطابق الزوايا

٣) ∠2 + ∠1 = ١٨٠° (تعريف الزوايا المتجاورة على مستقيم)

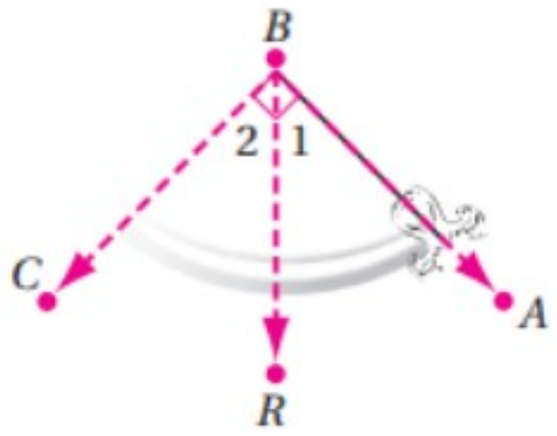
٤) ∠1 + ∠1 = ١٨٠° خاصية التعويض

٥) 2∠1 = ١٨٠° (خاصية الجمع للمساواة)

٦) ∠1 = ٩٠° (خاصية القسمة للمساواة)

٧) ∠1,∠2 قائمتين كل منهما = ٩٠°

٢٥) بندول:



بما أن $\angle ABC$ قائمة، فإن قياسها يساوي ٩٠°، $\overrightarrow{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$ وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle ABC = m\angle ABR + m\angle CBR$

وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90^\circ$

وبالتعويض مرة أخرى $m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$

وبما أن $m\angle 1 = 45$

$45 + m\angle 2 = 90$

وباستعمال خاصية الطرح للمساواة

$45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$

$m\angle 2 = 45$ وبما أن $m\angle 2$, $m\angle 1$ متساويان

فإن $\overrightarrow{BR}$ يكون منصفاً للزاوية $m\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

26a) تمثيلات متعددة:

(26a

(26b $\angle DBC$, $\angle JKL$ متتامتان

(26c

المعطيات: $\angle DBC$, $\angle ABD$ متتامتان

$\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب: $\angle DBC$, $\angle JKL$ متتامتان

البرهان:

١) $\angle DBC$, $\angle ABD$ متتامتان

$\angle ABD \cong \angle JKL$ (معطاة)

٢) $m\angle DBC + m\angle ABD = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

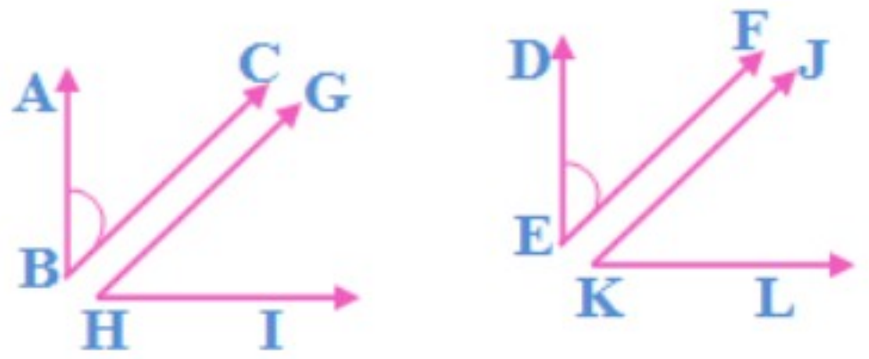
٣) $m\angle ABD = m\angle AJKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

٤) $m\angle DBC + m\angle JKL = 90^\circ$ (بالتعويض)

٥) $\angle DBC$,$\angle JKL$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

٢٧) تحد:

وردت العبارة"أو لزاويتين متطابقتين" في نصي النظريتان، وهذا يعني أن علينا أثبات النظريتين في هذه الحالة



المعطيات:

$\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ متممة $\angle ABC$

$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ متممة $\angle ABC$

$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$

$m\angle ABC + m\angle GHI = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

٤) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90^\circ$ (بالتعويض)

٥) $90^\circ = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التماثل للمساواة)

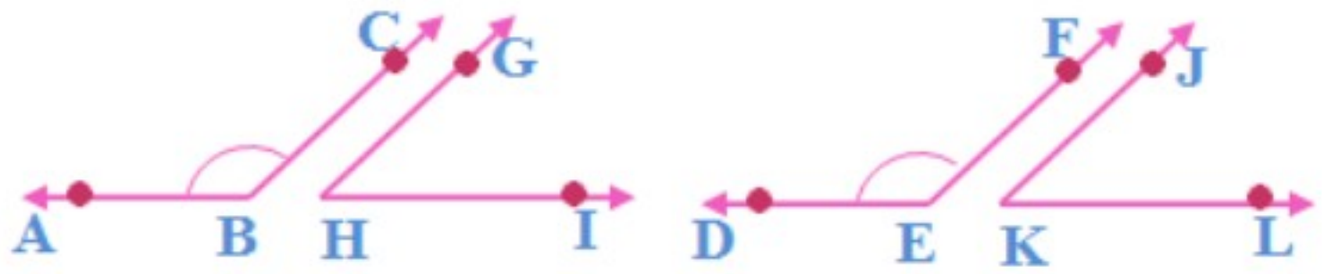
٦) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

٧) $= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$

$m\angle ABC - \ m\angle ABC + m\angle GHI$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $m\angle GHI = m\angle JKL$ (بالتبسيط)

٩) $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)



المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ, m\angle ABC + m\angle GHI = 180^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٤) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180^\circ$ (بالتعويض)

٥) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

٦) $= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI$

$m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية الطرح للمساواة)

٧) $m\angle GHI = m\angle GKL$ (بالتبسيط)

$\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطبيق الزوايا)

٢٨) تبرير:

غير صحيحة أبداً ليس كل زاويتين متجاورتين ناشئتان من تقاطع مستقيمان، تكونان متجاورتين على مستقيم، وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من 90° وسيكون قياس مكملتها أكثر من 90°

لأن ناتج طرح عدد أقل من 90° من 180° هو عدد اكبر من 90° دائماً.

٢٩) اكتب:

بما أن المنقلة تتضمن تدريجاً للزوايا الحادة وآخر للزوايا المنفرجة، فإن قياس المكملة هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الأخر من المنقلة.

تدريب على الاختبار المعياري

٣٠) A

$\angle AFE = \angle BFD = 108^\circ$ بالتقابل بالرأس

$\angle BFD = \angle BFC + CFD$

$108^\circ = 42^\circ + CFD$

$CFD = 108^\circ - 42^\circ$

$CFD = 66^\circ$

٣١) B

$\angle A + \angle B = 90^\circ$

$\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{1}{4}$

$\angle B = 4\angle A$

$\angle A + 4\angle A = 90^\circ$

$5\angle A = 90^\circ$

$\angle A = 90^\circ \div 5$

$\angle A = 18^\circ$

مراجعة تراكمية

٣٢) خرائط:

نعم، حسب مقياس الرسم المعطى $100km = 62mi$ إذن $AB = CD$ وبتعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

٣٣) خاصية الطرح للمساواة.

٣٤) خاصية التماثل للمساواة.

٣٥) خاصية التعويض للمساواة.

٣٦) خاصية التوزيع.

استعد للدرس اللاحق

٣٧) المستقيم n

٣٨) النقطة R

٣٩) W

٤٠) $\overleftrightarrow{PR}$ أو S

٤١) نعم، يقطع المستقيم L كلا من المستقيمين m, n وذلك عند مد المستقيمات الثلاثة.

الفصل 1 دليل الدراسة والمراجعة

اختبار المفردات:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه لتجعل الجملة صحيحة

١) خاطئة ، النظرية.

٢) خاطئة، الفرض.

٣) صحيحة.

٤) خاطئة، المعكوس.

٥) صحيحة.

٦) خاطئة، المسلمة

٧) صحيحة.

٨) خاطئة، مثال مضاد.

٩) خاطئة، نفي.

١٠) صحيحة.

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحاً أو خاطئاً. فإذا كان التخمين خاطئ فأعط مثالاً مضاداً.

١١) خاطئة، قد تكون الزاويتان المتكاملتين غير متجاورتان على مستقيم.

١٢) صحيحة.

١٣) منازل: حتى لا تتراكم عليها الثلوج.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر تبريرك.

١٤) اليـاردة المربعة لا تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، أو مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي $^\circ$ ١٨٠ صحيحة.

١٥) يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ومجموع قياسي الزاويتين المتتامتين لا يساوي $^\circ$ ١٨٠ صحيحة.

١٦) لا يحوي المستوى أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، أو اليـاردة المربعة تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، خاطئة.

١٧) حيوانـات أليفة:

a) ١٨

b) ١٤

c) ٢٢

حدد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صحيحة، ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثالاً مضاداً.

١٨) صحيحة، إذا كان العدد موجب فإن تربيعه موجب أما إذا كان العدد سالب فإن تربيع السالب تعني ضربة في نفسه مرتين وبالتالي سيعطي عدد صحيح موجب

١٩) صحيحة. عند رسم شكل سداسي نجد شكل جميع زواياه منفرجة.

٢٠) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الآتية:

العكس: إذا كانت لزاويتين القياس نفسه، فإنـهما تكونـان متطابقتان، صحيحة.

المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان فلا يكون لـهما القياس نفسه، صحيحة.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه، فإنـهما لا تكونـان متطابقتين. صحيحة.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته:

٢١) الشكل $PQRS$ متوازي أضلاع، قانون الفصل المنطقي.

٢٢) لا نتيجة لأن قانون القياس المنطقي، لا ينطبق، فنتيجة العبارة الأولى ليست فرضاً للعبارة الثانية.

٢٣) زلزال:

صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحاً دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك.

٢٤) غير صحيح أبداً، إذا تقاطع مستويان فأن تقاطعهما يكون مستقيماً

٢٥) صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط الثلاثة تقع على استقامة واحدة، فإنها ستقع في عدة مستويات، ولكن إذا لم تكن على استقامة واحدة ، فسوف تقع في مستوى واحد فقط.

٢٦) صحيحة دائماً، إذا احتوى المستوى مستقيماً، فإن جميع نقاط المستقيم تقع في هذا المستوى.

٢٧) صحيحة أحياناً، إذا كانت الزاويتين متجاورتين، فإنهما تكونان زاوية قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتين، فلا تكونان زاوية قائمة.

٢٨) عمل:

١٥ مصافحة

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

٢٩) خاصية التماثل للمساواة.

٣٠) خاصية الطرح للمساواة.

٣١) خاصية التوزيع.

٣٢) خاصية التعدي للمساواة.

٣٣) أكمل البرهان الآتي:

العبارات	المبررات
a) $6(x-4)=42$	a) معطيات
b) $6x-24=42$	b) خاصية التوزيع
c) $6x=66$	c) خاصية الجمع للمساواة
d) $x=11$	d) خاصية القسمة للمساواة

٣٤) اكتب برهاناً ذا عمودين:

١) $PQ=5x+9$, $PQ=RS$ (معطيات)

٢) $5x+9=x-31$ (بالتعويض)

٣) $4x+9=-31$ (خاصية الطرح للمساواة)

٤) $4x=-40$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $x=-10$ (خاصية القسمة للمساواة

٣٥) اختبارات:

خاصية التعدي.

اكتب برهاناً ذا عمودين في كل من المسألتين الآتيتين:

٣٦)

البرهان: العبارات والمبررات

١) X نقطة منتصف كلاً من $\overline{VZ}$, $\overline{WY}$ (معطيات)

٢) $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$, $\overline{WX} \cong \overline{YX}$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $WX = YX,\ VX = ZX$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٤) $VX = VW + WX\ ,\ ZX = ZY + YX$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٥) $VW + WX = ZY + YX$ (بالتعويض)

٦) $VW + WX = ZY + WX$ (بالتعويض)

٧) $VW + WX - WX = ZY + WX - WX$ (خاصية الطرح للمساواة)

8) $VW = ZY$ (التبسيط)

٣٧)

البرهان: العبارات والمبررات

١) $AB = DC$ (معطيات)

٢) $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع للمساواة)

٣) $AB + BC = AC\ ,\ DB = BC + DC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $AB + BC = AC\ ,\ DB = BC + AB$ (التعويض)

٥) $AC = DB$ (التبسيط)

٣٨) جغرافيا:

أستعمل مسلمة جمع القطع المستقيمة.

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:

٣٩) 90° ، بما أن $\angle 5$ مجاورة لزاوية أخري علي مستقيم واحد إذن مجموعهم = 180°، إذن $\angle 5 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

٤٠) 127°، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس، $\angle 7$ و $\angle 6$ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهم = 180°

$$\angle 7 + \angle 6 = 180^\circ$$
$$53^\circ + \angle 6 = 180^\circ$$
$$\angle 6 = 180^\circ - 53^\circ$$
$$\angle 6 = 127^\circ$$

٤١) 53°، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس.

٤٢) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

البرهان: العبارات والمبررات

١) $\angle 3 \cong \angle 2 , \angle 4 \cong \angle 1$ (معطيات)

٢) $m\angle 1 = m\angle 4 , m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

٤) $m\angle AFC = m\angle 1 + m\angle 2$ ، $m\angle 3 = m\angle 4 = m\angle EFC$ (خاصية جمع الزوايا)

٥) $m\angle AFC = m\angle EFC$ (بالتعويض)

٦) $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف تطابق الزوايا)

الفصل 1 اختبار الفصل

اكتب تخميناً يصف النمط في كل من المتتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منهما:

١) الحد التالي هو المضاعف التالي للعدد ١٥وهو ٧٥

٢) يدور المثلث° ٩٠ مع اتجاه عقارب الساعة في كل مرة، وتتحرك المنطقة المظللة يميناً ويساراً في كل مرة.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها.

٣) $-3 > 5$ وجميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، خاطئة.

٤) $-3 > 5$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، وإذا كان $4x = 36$ فإن $x = 9$ صحيحة.

٥) اكتب برهاناً حرا:

البرهان: بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

فإن $JK = CB$, $KL = AB$ وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

$JK + KL = CB + AB$ (بتطبيق خاصية الجمع للمساواة)

وباستعمال مسلمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن

$AC = AB + BC$, $JL = JK + KL$

وبالتعويض $AC = AB + BC$, $JL = CB + AB$ ينتج أن $JL = AC$

ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

6) رياضة:

a) أختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.

b) ٢٣

٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

٨) برهان: أكمل البرهان الآتي:

العبارات	المبررات
a) $3(x-4)=2x+7$	a) معطيات
b) $3x-12=2x+7$	b) خاصية التوزيع
c) $x-12=7$	c) خاصية الطرح للمساواة
d) $x=19$	d) خاصية الجمع للمساواة

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً:

٩) صحيحة أحياناً.

١٠) غير صحيحة أبداً.

١١) صحيحة دائماً.

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

١٢)

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^\circ$$
$$x+(x-6)+90^\circ=180^\circ$$
$$2x-6+90^\circ=180^\circ$$
$$2x+84^\circ=180^\circ$$
$$2x=180^\circ-84^\circ=96^\circ$$
$$x=96^\circ\div 2$$
$$x=48^\circ$$

$$\angle 1=48^\circ$$
$$\angle 2=48-6=42^\circ$$
$$\angle 3=90^\circ$$

١٣)

∠8 و ∠7 زاويتان متجاورتان علي مستقيم متكاملتان أي مجموعهما = ١٨٠

$$\angle 7+\angle 8=180^\circ$$
$$2x+15+3x=180^\circ$$
$$5x+15=180^\circ$$
$$5x=180^\circ-15=165$$
$$x=165\div 5$$
$$x=33^\circ$$

$$\angle 7=2\times 33+15$$
$$\angle 7=81^\circ$$
$$\angle 8=3\times 33$$
$$\angle 8=99^\circ$$

∠7 = ∠5 = ٨١° بالتقابل بالرأس

∠8 = ∠6 = 99° بالتقابل بالرأس

اكتب كلا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا كان... فإن):

١٤) إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها اقل من ٩٠°

١٥) إذا تقاطع مستقيمان متعامدان فإنهما يكونان زوايا قائمة.

اختيار من متعدد:

١٦) C

الإعداد للاختبارات المعيارية:

تمارين ومسائل

١) D

٢) C

أسئلة الاختيار من متعدد

1) C

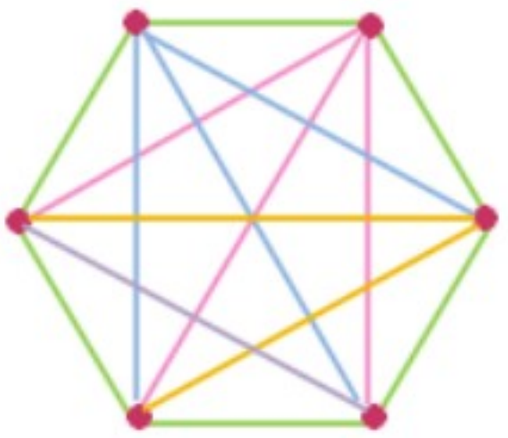
2) A

٣) C

٤) B

٥) D

٦) أرجوحة: C ، ١٥ طريقة



أسئلة ذات إجابات قصيرة

٧) $AB + BD = AD$

٨) $\overline{DF} = 15 - 12 = 3\,mm$

٩) خاصية الطرح للمساواة

١٠) المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاوية منفرجة فلن يكون قياسها اكبر من 90°

١١)

E منتصف $\overline{DF}$

$EF = DE$

$3x + 7 = 8x - 3$

$8x - 3x - 3 = 7$

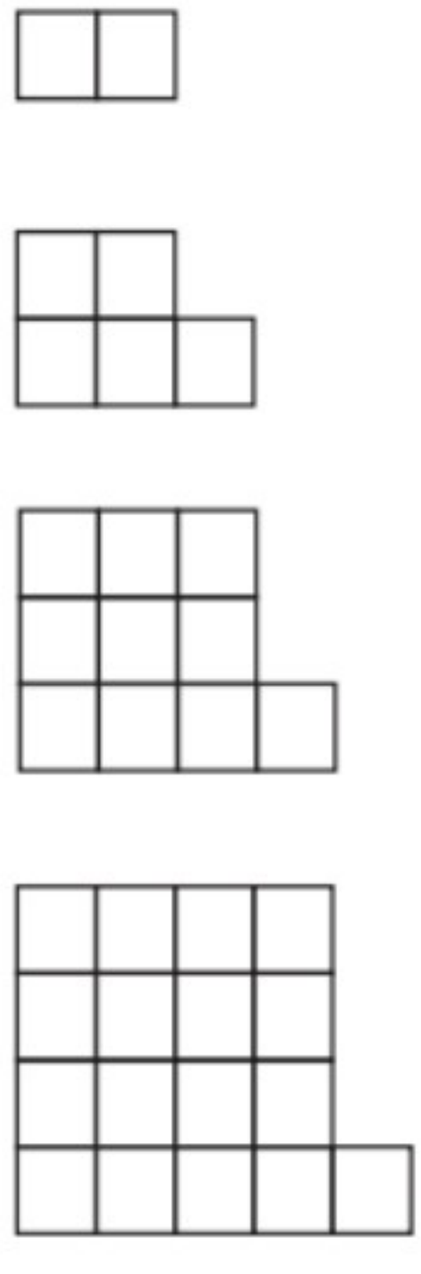
$5x = 7 + 3$

$5x = 10$

$x = 2\text{cm}$

أسئلة ذات إجابات مطولة

١٢)



a) عدد مربعات كل شكل يساوي رقم الشكل زائد ١

b) العبارة الجبرية هي: $n^2 + 1$

c)

$$6^2 + 1 = 37$$

عدد المربعات في الشكل السادس = ٣٧ مربع